

Πρόλογος

Η συγκεκριμένη πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε στο τμήμα ηλεκτρονικής του ΤΕΙ Θεσσαλονίκης το εαρινό εξάμηνο του έτους 2009. Αντικείμενο της μελέτης της, είναι η παρατήρηση και κατανόηση της δυναμικής συμπεριφοράς συζευγμένων μη – γραμμικών ηλεκτρονικών ταλαντωτών Chua. Στα πλαίσια αυτά, αναζητήθηκε το κατάλληλο θεωρητικό υπόβαθρο και πραγματοποιήθηκε πειραματική εργασία, που στόχο είχε την επίτευξη του φαινομένου του χαοτικού συγχρονισμού, μεταξύ συζευγμένων ηλεκτρονικών κυκλωμάτων.

Για το σκοπό αυτό, μελετήθηκαν θεωρητικά και υλοποιήθηκαν εργαστηριακά δυο μη γραμμικά ηλεκτρονικά κυκλώματα Chua. Η θεωρητική μελέτη τους περιελάμβανε την χρησιμοποίηση αλγορίθμων, οι οποίοι επιλύουν αριθμητικά τα διαφορικά συστήματα που περιγράφουν τα κυκλώματα, ενώ το εργαστηριακό σκέλος της πτυχιακής περιελάμβανε την υλοποίηση τους.

Προκειμένου να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα για τον τρόπο με τον οποίο είναι δυνατή η σύζευξη δυο όμοιων κυκλωμάτων Chua, αναζητήθηκαν στη βιβλιογραφία οι πιθανοί τρόποι σύζευξης και επιλέχτηκε ο γραμμικός τρόπος, λόγω της απλότητας και της ποικιλίας των δυναμικών φαινομένων που εμφανίζει.

Τέλος, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον επιβλέποντα της πτυχιακής μας, Διδάκτορας του Τμήματος Φυσικής, Φυσικού Ραδιοηλεκτρολόγου – Ηλεκτρονικού κ. Βόλου Χρήστου, για την υπομονή, τις συμβουλές του και την καθοδήγηση του.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

Πρόλογος.....	1
Εισαγωγή.....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ^ο	7
ΜΗ – ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ	7
1.1 Σήματα και Συστήματα	8
1.2 Δυναμικά Συστήματα	10
1.3 Λύσεις των Δυναμικών Συστημάτων.....	12
1.4 Ευστάθεια Σημείων Ισορροπίας.....	14
1.5 Διακλαδώσεις	15
1.6 Πορεία Προς το Χάος	18
1.7 Απεικόνιση Poincare.....	19
1.8 Φάσμα Ισχύος	21
1.9 Μη - Γραμμικά Ηλεκτρικά Κυκλώματα	22
1.10 Έλεγχος χαοτικών συστημάτων	24
1.11 Θεμελιώδεις Ιδιότητες των Χαοτικών Συστημάτων.....	25
1.12 Απλές Τεχνικές για την Καταστολή των Χαοτικών Ταλαντώσεων - Αλλαγή στη Σχεδίαση.....	26
1.12.1 Μεγάλες Αλλαγές σε μια Παράμετρο	27
1.13 Συμπεράσματα.....	28
1.14 Βιβλιογραφία.....	28
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 ^ο	31
ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ CHUA	31
2.1 Το κύκλωμα Chua	32
2.2 Γέννηση του κυκλώματος	33
2.3 Κύκλωμα Chua με κυβική χαρακτηριστική.....	35
2.4 Εξισώσεις που περιγράφουν τη λειτουργία του κυκλώματος Chua	35
2.5 Εργαστηριακή Υλοποίηση του Μη-Γραμμικού Αντιστάτη.....	36
2.6 Μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς του κυκλώματος μέσω προσομοιωτή	39

2.7	Αποτελέσματα Πειραματικής Μελέτης της Δυναμικής Συμπεριφοράς του Κυκλώματος.....	44
2.8	Φασικές Απεικονίσεις και Χρονοσειρές των Συμάτων	48
2.9	Συμπεράσματα.....	54
2.10	Βιβλιογραφία	54
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3°	55
ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΤΥΠΟΥ CHUA	55
3.1	Εισαγωγή	56
3.2	Συγχρονισμός Χαοτικών Συστημάτων.....	56
3.3	Γραμμική Σύζευξη.....	57
3.3.1	Μονόδρομη Σύζευξη.....	57
3.4	Εφαρμογές στις Επικοινωνίες	59
3.5	Σύζευξη των δυο μη-γραμμικών κυκλωμάτων Chua μέσω γραμμικού αντιστάτη... ..	59
3.5.1	Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2).....	60
3.5.2	Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1).....	61
3.5.3	Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2).....	63
3.5.4	Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1).....	64
3.6	Θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα αμφίδρομης και μονόδρομης σύζευξης. 66	
3.6.1	Θεωρητικά και Πειραματικά Αποτελέσματα Αμφίδρομης Σύζευξης	67
3.6.1.1	Αμφίδρομη σύζευξη στον κόμβο (2) για $C_2 = 100.7nF$	67
3.6.1.2	Αμφίδρομη σύζευξη στον κόμβο (2) για $C_2 = 153.7nF$	69
3.6.1.3	Αμφίδρομη σύζευξη στον κόμβο (1) για $C_2 = 100.7nF$	71
3.6.1.4	Αμφίδρομη σύζευξη στον κόμβο (1) για $C_2 = 153.7nF$	73
3.6.2	Θεωρητικά και Πειραματικά Αποτελέσματα Μονόδρομης Σύζευξης	75
3.6.2.1	Μονόδρομη σύζευξη στον κόμβο (2) για $C_2 = 100.7nF$	75
3.6.2.2	Μονόδρομη σύζευξη στον κόμβο (2) για $C_2 = 153.7nF$	77
3.6.2.3	Μονόδρομη σύζευξη στον κόμβο (1) για $C_2 = 100.7nF$	79
3.6.2.4	Μονόδρομη σύζευξη στον κόμβο (1) για $C_2 = 153.7nF$	81
3.7	Βιβλιογραφία.....	83

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α	85
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ	85
Α.1 Αλγόριθμος για το διάγραμμα διακλάδωσης του κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.....	86
Α.2 Αλγόριθμος για τις φασικές απεικονίσεις του κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.....	92
Α.3 Αλγόριθμος για το διάγραμμα διακλάδωσης των δύο συζευγμένων κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.....	98
Α.4 Αλγόριθμος για φασικές απεικονίσεις των δύο συζευγμένων κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.....	104
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β	110
DATASHEETS	110
ΠΕΡΙΛΗΨΗ	125
ABSTRACT	126

Εισαγωγή

Σημαντικές πειραματικές και θεωρητικές ανακαλύψεις των θετικών επιστημών συγκλόνισαν τον προηγούμενο αιώνα την ανθρωπότητα και άλλαξαν τον τρόπο θεώρησης της φύσης και της ζωής. Από την αποκάλυψη των μυστικών του ατόμου ως την εξερεύνηση του σύμπαντος και από την επανάσταση της ηλεκτρονικής τεχνολογίας ως την ραγδαία εξέλιξη της γενετικής και της βιολογίας, ο άνθρωπος βίωσε μια εντελώς νέα πραγματικότητα, που τον επηρέασε σε όλους τους τομείς της ζωής του.

Η ανακάλυψη της κβαντικής φυσικής, λόγω της ανάγκης εξήγησης του ‘μικρόκοσμου’ και η διατύπωση της γενικής θεωρίας της σχετικότητας για την ερμηνεία των φαινομένων του σύμπαντος, οδήγησαν στην απαίτηση διατύπωσης μιας νέας ενοποιημένης θεώρησης των φυσικών δυνάμεων. Από την άλλη, υπήρξε επίσης η ανάγκη να βρεθεί κοινός τόπος μεταξύ δυο διαφορετικών θεωρήσεων, του ντετερμινισμού και των στατιστικών “τυχαίων” φυσικών φαινομένων.

Την ανάγκη αυτή ήρθε να καλύψει η μη-γραμμική δυναμική και η θεωρία του χάους, η οποία αναπτύχθηκε ιδιαίτερα τις τελευταίες δεκαετίες. Η θεωρία του χάους άλλαξε εντελώς τον τρόπο θεώρησης των φυσικών φαινομένων και οδήγησε σε νέους δρόμους έρευνας, σε όλους τους τομείς των επιστημών. Το χάος μπορεί να οριστεί, ως η εξαιρετικά ευαίσθητη εξάρτηση της κίνησης από τις αρχικές συνθήκες, με αποτέλεσμα ντετερμινιστικές αντιλήψεις σχετικά με πολλά φυσικά φαινόμενα να παύουν πλέον να ισχύουν.

Ο πρώτος ο οποίος μελέτησε δυναμικά συστήματα, που μπορούν να παρουσιάσουν χαοτική συμπεριφορά, ήταν ο Γάλλος μαθηματικός Henry Poincare. Το 1889 μελέτησε το πρόβλημα των τριών σωμάτων για τον υπολογισμό των βαρυτικών αλληλεπιδράσεων μεταξύ των μαζών τους και κατέληξε, ότι το σύστημα μπορεί να παρουσιάσει μια εξαιρετικά πολύπλοκη συμπεριφορά (χαοτική συμπεριφορά) για ορισμένες τιμές των αρχικών συνθηκών. Επίσης, εισήγαγε την ιδέα του χώρου των φάσεων, αλλά λόγω της δυσκολίας που παρουσιάζει, επικεντρώθηκε σε μια τομή του χώρου των φάσεων, την τομή Poincare.

Το 1907 ο Lyapunov διατύπωσε τη θεωρία της ευστάθειας των κινήσεων των μη-γραμμικών δυναμικών συστημάτων, η οποία αποτελούσε για δεκαετίες το σημείο αναφοράς της μη-γραμμικής δυναμικής. Εκεί γίνεται αναφορά και στους εκθέτες Lyapunov, που αποτελούν σημαντικό εργαλείο στη προσπάθεια εύρεσης της ευστάθειας ενός συστήματος.

Σε όλες τις επόμενες δεκαετίες μέχρι το 1960, αρκετοί επιστήμονες, όπως οι Birkoff, Andronov, Cartwright – Littlewood, Kolmogorov και Smale, συνέβαλαν στην ανάπτυξη του θεωρητικού υπόβαθρου της μη-γραμμικής δυναμικής. Ουσιαστική όμως ώθηση, έδωσε ο

μετεωρολόγος Edward Lorenz το 1961. Αυτός διαπίστωσε ότι εξαιρετικά μικρές μεταβολές στις αρχικές συνθήκες επηρέαζαν σημαντικά τον καιρό και αλλοίωναν τα αποτελέσματα των προγνωστικών μοντέλων που εφάρμοζε. Το επόμενο έτος, ο Michel Henon, ανακάλυψε τον ελκυστή του Henon ενώ μελετούσε σμήνη αστερών. Την δεκαετία του 1970 ήρθε η σειρά της βιολογίας να αποδείξει ότι η μη-γραμμική δυναμική βρίσκει εφαρμογή παντού. Τότε ο Robert May εφαρμόζοντας τη λογιστική εξίσωση προσπάθησε να δείξει, ότι οι βιολογικοί πληθυσμοί μπορούν να γίνουν χαοτικοί.

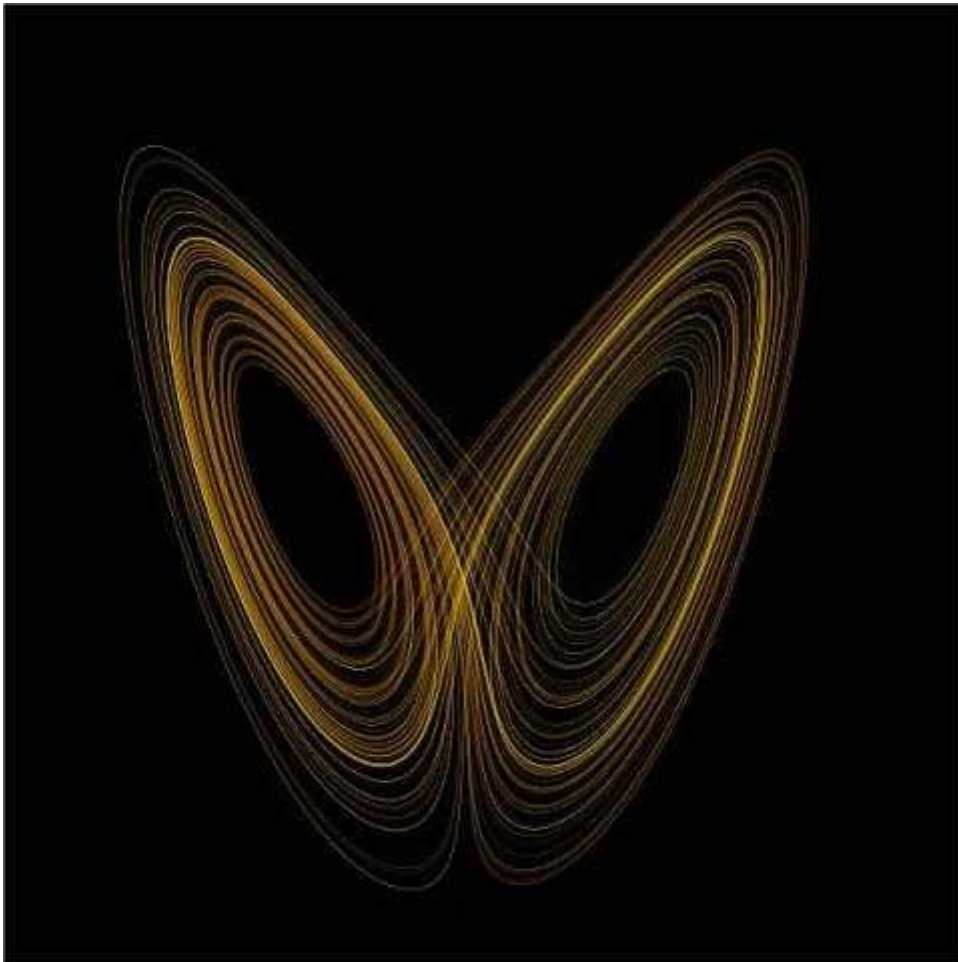
Τη δεκαετία του 1980 το πεδίο εφαρμογής της μη-γραμμικής δυναμικής μεταφέρθηκε και στο χώρο των ηλεκτρικών – ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Ο πρώτος, ο οποίος ασχολήθηκε συστηματικά με το αντικείμενο αυτό ήταν ο Chua, με το σχεδιασμό του πρώτου αυτόνομου χαοτικού ηλεκτρονικού κυκλώματος το 1983. Για να καταλήξει βέβαια σε αυτό το αποτέλεσμα είχε προηγηθεί η διατύπωση εκ μέρους του, της θεωρίας σύνθεσης μη γραμμικών κυκλωμάτων και η ενασχόληση του με την κατασκευή αρνητικών αντιστάσεων. Σήμερα η μέθοδος που έχει επικρατήσει να εφαρμόζεται στη σύνθεση μη γραμμικών αντιστάσεων, είναι της τμηματικής γραμμικότητας. Με τα κατά τμήματα γραμμικά κυκλώματα μπορεί να γίνει η επίδειξη πολλών φαινομένων, που σχετίζονται με τη θεωρία του χάους και για αυτό τον λόγο μέχρι σήμερα έχουν αποτελέσει τη βάση της έρευνας. Το 1990 ανακαλύφθηκε ένα πιο γενικευμένο κύκλωμα, που παρουσιάζει περισσότερα χαοτικά φαινόμενα και ονομάστηκε ταλαντωτής Chua.

Τη δεκαετία του 1990 οι Ott, Grebogi και Yorke καθώς και οι Pecora και Carroll έβαλαν τη σφραγίδα τους. Οι μεν πρώτοι κατέληξαν στο συμπέρασμα, ότι το χάος είναι ένα φαινόμενο που μπορεί να ελεγχθεί και πρότειναν για τον λόγο αυτό μια μέθοδο που είναι σήμερα γνωστή, ως μέθοδος OGY. Η μέθοδος αυτή βρήκε εφαρμογή σε μια πληθώρα συστημάτων από τη βιολογία, τη μηχανική έως και τα ηλεκτρονικά κυκλώματα. Οι δε Pecora και Carroll έβαλαν τις βάσεις για τη μελέτη του φαινομένου του συγχρονισμού όμοιων χαοτικών συστημάτων. Το φαινόμενο αυτό, βρήκε σημαντικές εφαρμογές στο πεδίο των ηλεκτρονικών κυκλωμάτων και έδωσε ώθηση στη ανάπτυξη χαοτικών κυκλωμάτων, που σκοπό είχαν την ασφαλή μετάδοση της πληροφορίας (ασφαλείς επικοινωνίες και αναλογική κρυπτογραφία).

Από τα παραπάνω, γίνεται σαφής η ανάγκη σχεδίασης και ανάπτυξης ηλεκτρονικών κυκλωμάτων, που παρουσιάζουν χαοτική συμπεριφορά, τόσο λόγω της πληθώρας των φαινομένων που παρουσιάζουν αλλά και των εφαρμογών που μπορεί να έχουν.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο

ΜΗ – ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΔΥΝΑΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ



1.1 Σήματα και Συστήματα

Οι ηλεκτρονικοί μηχανικοί αλλά και πολλοί άλλοι επιστήμονες, εργάζονται σήμερα σε μια μεγάλη ποικιλία διαφορετικών προβλημάτων, τα οποία αντιμετωπίζουν με παρατηρήσεις και μετρήσεις διαφόρων μεταβλητών, παραμέτρων και σημάτων, που προέρχονται από φυσικά ή τεχνητά συστήματα. Αυτά τα συστήματα είναι είτε ηλεκτρικά - ηλεκτρονικά, είτε χρησιμοποιούν ηλεκτρονικά όργανα και συσκευές για την ανίχνευση και καταγραφή των σημάτων. Επομένως, διαπιστώνεται ότι ηλεκτρικά σήματα παράγονται από μια πληθώρα πηγών, οι οποίες είναι τεχνητές (ραδιόφωνα, τηλεοράσεις, βιοιατρικά όργανα, τηλεπικοινωνιακές συσκευές) ή φυσικές (σεισμικές δονήσεις, ένταση του ανέμου). Ουσιαστικά όλοι οι κλάδοι των επιστημών χρησιμοποιούν ηλεκτρικά σήματα (τάσεις, ρεύματα, ένταση πεδίου κ.τ.λ.) με τον έναν τρόπο ή τον άλλο.

Από την αναλυτική σκοπιά είναι απαραίτητο να κατανοηθεί η φυσική σημασία αυτών των σημάτων και να αναπτυχθεί κάθε φορά ένα μαθηματικό μοντέλο, που να περιγράφει με την απαραίτητη ακρίβεια τη διαδικασία, η οποία παράγει τα συγκεκριμένα σήματα. Για τον σκοπό αυτό, χρησιμοποιείται ένας αριθμός μαθηματικών ορισμών, που σχετίζονται με το αντικείμενο της μελέτης και έχουν σαφώς καθορισμένες ιδιότητες. Τα ηλεκτρικά σήματα, όπως αναφέρθηκε προέρχονται από φυσικά ή τεχνητά συστήματα.

Ορισμός 1 (Σύστημα- γενικός ορισμός):

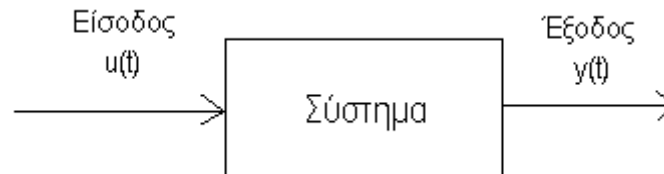
Το σύστημα θεωρείται ως ένα αντικείμενο, συσκευή ή μηχανισμός (φαινόμενο), το οποίο παράγει συγκεκριμένες λειτουργίες ή φαινόμενα και έχει έναν αριθμό συνδέσεων με τον εξωτερικό παρατηρητή, οι οποίες καλούνται είσοδοι (επειδή επηρεάζουν τη συμπεριφορά του συστήματος) και έξοδοι (δίνουν την αντίδραση του συστήματος στις αντίστοιχες εισόδους). Το σύστημα επομένως μέσω της λειτουργίας του, δέχεται τα σήματα εισόδου και παράγει τα σήματα εξόδου. Συμβολικά το σύστημα περιγράφεται από το μπλοκ διάγραμμα του σχήματος 1.1.

Ορισμός 2 (Σύστημα - μαθηματικός ορισμός):

Από την μαθηματική σκοπιά το σύστημα περιγράφεται από την τριάδα (U, Y, F) , όπου U είναι το σύνολο των σημάτων εισόδου, Y είναι το σύνολο των σημάτων εξόδου και $F: U \rightarrow Y$, είναι ο κανόνας με τον οποίο γίνεται η αντιστοίχιση μεταξύ δοσμένων σημάτων εισόδου και των παραγόμενων σημάτων εξόδου.

Παρατηρήσεις:

- Συνήθως τα σήματα u και y είναι συναρτήσεις του χρόνου, δηλαδή, $u = u(t)$ και $y = y(t)$.
- Επίσης, οι δύο ορισμοί που αναφέρθηκαν είναι γενικοί και δεν υπεισέρχονται περιορισμοί όσον αφορά τα σήματα εισόδου και εξόδου (ηλεκτρικοί, μηχανολογικοί ή άλλοι).



Σχήμα 1.1. Σχηματική αναπαράσταση του συστήματος

Ανάλογα με το είδος των σημάτων που χρησιμοποιούνται τα συστήματα διακρίνονται σε τρεις κατηγορίες.

- **Αναλογικά συστήματα.** Είναι συστήματα στα οποία τα σήματα εισόδου και εξόδου είναι αναλογικά, δηλαδή, $u: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ή $u: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $y: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$. Ως παραδείγματα τέτοιων συστημάτων μπορούν να αναφερθούν τα αναλογικά φίλτρα, οι ενισχυτές ακουστικών συχνοτήτων κ.ο.κ.
- **Συστήματα διακριτού χρόνου.** Είναι συστήματα στα οποία τα σήματα εισόδου και εξόδου έχουν αναλογικές αλλά διακριτές ως προς τον χρόνο τιμές, δηλαδή, $u: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$, $y: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ ή $u: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $y: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}$. Ως παράδειγμα μπορεί να αναφερθεί το φίλτρο διακοπτόμενου πυκνωτή.
- **Ψηφιακά συστήματα.** Είναι συστήματα στα οποία τα σήματα εισόδου και εξόδου είναι ψηφιακά. Ως παράδειγμα αναφέρονται τα ψηφιακά φίλτρα.

Θα πρέπει ωστόσο να τονιστεί, ότι υπάρχουν και συστήματα τα οποία είναι μίξη αναλογικού και ψηφιακού συστήματος όπως είναι ο μετατροπέας αναλογικού σε ψηφιακό σήμα (A/D converter) ή ψηφιακού σε αναλογικό σήμα (D/A converter).

1.2 Δυναμικά Συστήματα

Ένα δυναμικό σύστημα [1.1] αποτελεί γενικά ένα αιτιοκρατικό μαθηματικό μοντέλο, το οποίο περιγράφει την κατάσταση ενός συστήματος καθώς εξελίσσεται στο χρόνο. Η κατάσταση του συστήματος περιγράφεται από ένα πεπερασμένο αριθμό ανεξάρτητων μετρήσιμων ποσοτήτων $x_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$. Η γνώση των x_i σε κάποια χρονική στιγμή t επιτρέπει την εξαγωγή κάθε απαραίτητης πληροφορίας για την στιγμιαία κατάσταση του συστήματος και του ορισμού με σαφήνεια του κανόνα που επιτρέπει την εύρεση της κατάστασης του συστήματος (δηλαδή των ποσοτήτων x_i) τη στιγμή $t + \Delta t$. Κατά την εξέλιξη λοιπόν ενός δυναμικού συστήματος οι ποσότητες x_i , αποτελούν συναρτήσεις του χρόνου και ονομάζονται *μεταβλητές* του συστήματος. Ο αριθμός n των μεταβλητών ορίζει τη *διάσταση* του συστήματος ενώ ο n - διάστατος χώρος μέσα στον οποίο αντιπροσωπεύονται τα διανύσματα - θέσεις (x_1, x_2, \dots, x_n) για κάθε χρονική στιγμή t ονομάζεται *χώρος καταστάσεων* (configuration space). Ο χρόνος t μπορεί να είναι μια συνεχής μεταβλητή ($t \in \mathbb{R}$) ή να παίρνει διακριτές τιμές $t = t_k = k \cdot \Delta t$, όπου $k \in \mathbb{Z}$. Στην πρώτη περίπτωση το δυναμικό σύστημα ονομάζεται *συνεχές* ενώ στη δεύτερη *διακριτό*.

Σε ένα συνεχές σύστημα τα $x_i(t)$ αποτελούν συνεχείς συναρτήσεις του χρόνου και η t - παραμετρική καμπύλη $(x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ αποτελεί μια συνεχή καμπύλη μέσα στο χώρο καταστάσεων, με συγκεκριμένη φορά διαγραφής, που ονομάζεται *τροχιά* (trajectory) ή ροή (flow). Σε ένα διακριτό σύστημα σαν τροχιά του συστήματος ορίζεται το αριθμήσιμο σύνολο σημείων $(x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \dots, x_n^{(k)})$, όπου, $x_i^{(k)} = x_i(t_k) \in \mathbb{R}$, $k \in \mathbb{Z}$.

Ένα συνεχές δυναμικό σύστημα διάστασης n ορίζεται μέσω ενός συστήματος n διαφορικών εξισώσεων 1ης τάξης

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(x(t), u(t), t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1.1)$$

όπου, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$.

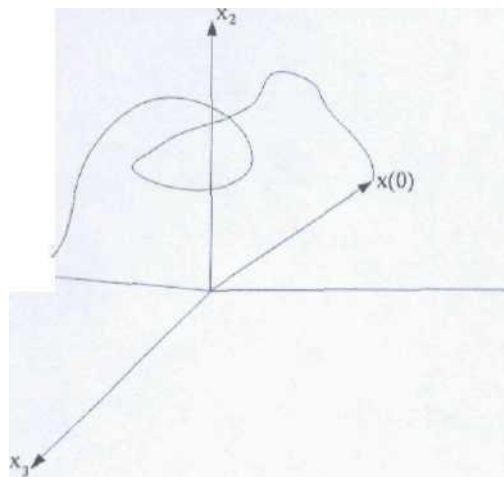
Το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων (1.1), εάν απαλειφθούν τα $u(t)$, μπορεί να γραφεί στη μορφή

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(x(t), t), \quad x(t_0) = x_0 \quad (1.2)$$

όπου, $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$, $F: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$.

Η συνάρτηση F ορίζει το διανυσματικό πεδίο (vector field) του συστήματος (1.2), το οποίο καλείται και *μη - αυτόνομο* σύστημα, ενώ η λύση του με αρχικές συνθήκες x_0 ορίζει την τροχιά $\varphi(x_0, t)$.

Αν το δεξιό μέλος των εξισώσεων του συστήματος (1.2) δεν εξαρτάται από τον χρόνο, τότε το σύστημα ονομάζεται *αυτόνομο* [1.1, 1.2]. Στην περίπτωση αυτή, το διανυσματικό πεδίο του συστήματος είναι σταθερό στο χώρο των καταστάσεων ο οποίος καλείται και *χώρος των φάσεων* (σχήμα 1.2), ενώ η δύο διαστάσεων προβολή του χώρου των φάσεων ονομάζεται *πορτρέτο φάσεων* (phase portrait).



Σχήμα 1.2. Η τροχιά σε ένα τρισδιάστατο χώρο φάσεων ($n=3$)

Στη περίπτωση των δυναμικών συστημάτων διακριτού χρόνου, αυτά περιγράφονται από την εξίσωση

$$x_{n+1} = M(x_n), \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3)$$

Με αρχικές συνθήκες x_0 , λαμβάνεται η κατάσταση για τον χρόνο $n = 1$ μέσω της απεικόνισης M , δηλαδή, $x_1 = M(x_0)$. Επομένως, έχοντας προσδιορίσει το x_1 μπορεί να βρεθεί η κατάσταση για $n = 2$, δηλαδή, $x_2 = M(x_1)$, κ.ο.κ. Άρα γνωρίζοντας τις αρχικές συνθήκες παράγεται μια ακολουθία από σημεία, x_0, x_1, x_2, \dots η οποία ονομάζεται τροχιά (ORBIT) του δυναμικού συστήματος διακριτού χρόνου.

1.3 Λύσεις των Δυναμικών Συστημάτων

Για να αναφερθούν οι δυνατές λύσεις ενός δυναμικού συστήματος, θα πρέπει να αναλυθεί η έννοια του ελκυστή καθώς και του ελκτικού συνόλου.

Ορισμός 3 (Ελκτικό Σύνοιο):

Ένα σύνολο $A \subset \mathbb{R}^n$, καλείται ελκτικό, εάν υπάρχει μια γειτονιά U του A , τέτοια ώστε $\forall x \in U: \phi(x, t) \in U$ για κάθε $t \geq 0$ και $\lim_{t \rightarrow \infty} \phi(x, t) = A$.

Ορισμός 4 (Ελκυστής):

Ένα φραγμένο ελκτικό σύνολο $A \subset \mathbb{R}^n$, το οποίο περιέχει μια πυκνή τροχιά καλείται ελκυστής. Αυτό σημαίνει ότι για κάθε $x_0 \in U$ η τροχιά η οποία ξεκινάει με αρχικές συνθήκες x_0 παραμένει στο U για κάθε $t \in [0, \infty)$ και τείνει στο σύνολο A καθώς το $t \rightarrow \infty$.

Ορισμός 5 (Ελκτικός Χώρος):

Το σύνολο όλων των αρχικών συνθηκών x_0 για τις οποίες οι λύσεις $x(x_0, t)$ ικανοποιούν τη σχέση

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x(x_0, t) - x^*(t)| = 0 \quad (1.4)$$

καλείται ελκτικός χώρος των λύσεων $x^*(t)$.

Ο Birchoff ήταν ο πρώτος που πρότεινε την παρακάτω ταξινόμηση των τροχιών.

➤ Τροχιές σταθερές στον χρόνο (σημείο ισορροπίας).

Στην περίπτωση αυτόνομου συστήματος, το σημείο ισορροπίας είναι μια στο λύση της εξίσωσης του συστήματος για κάθε τιμή του χρόνου, ενώ στην περίπτωση του μη - αυτόνομου συστήματος δεν υπάρχουν σημεία ισορροπίας λόγω εξάρτησης από το χρόνο. Μια τροχιά που ξεκινά από ένα σημείο ισορροπίας παραμένει σε αυτό το σημείο [1.3]. Σε ένα ηλεκτρικό - ηλεκτρονικό κύκλωμα το σημείο ισορροπίας είναι απλά μια dc λύση.

➤ **Περιοδικές τροχιές (κλειστή καμπύλη).**

Σε ένα μη αυτόνομο σύστημα η περίοδος είναι συνήθως κάποιο πολλαπλάσιο $K = 1, 2, 3, \dots$ της διεγείρουσας περιόδου και η λύση ονομάζεται λύση περιόδου $-K$. Στο αυτόνομο σύστημα μια απομονωμένη περιοδική λύση ονομάζεται *οριακός κύκλος* (limit cycle) και είναι μια αυτοσυντηρούμενη ταλάντωση. Μια περιοδική λύση θεωρείται απομονωμένη αν υπάρχει μια γειτονιά αυτής, η οποία δεν περιέχει άλλες περιοδικές λύσεις.

➤ **Ψευδοπεριοδική τροχιά ('quasi-periodic') (τοροειδές).**

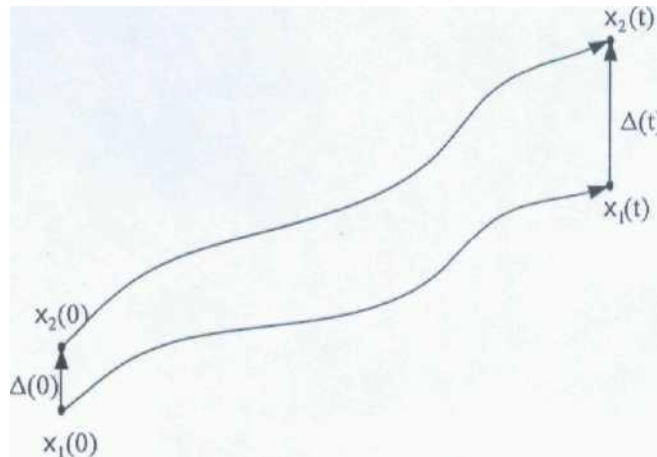
Μια ψευδοπεριοδική κυματομορφή είναι το άθροισμα περιοδικών κυματομορφών. Η συχνότητα της κάθε κυματομορφής προέρχεται από αθροίσματα και διαφορές ενός πεπερασμένου συνόλου βασικών συχνοτήτων, ψευδοπεριοδική λύση με p βασικές συχνότητες ονομάζεται περιόδου $-p$ και αποτελεί το p - τοροειδές (p - torus).

➤ **Χαοτική τροχιά.**

Οι τροχιές αυτές δεν τέμνονται στον χώρο των φάσεων, είναι φραγμένες σε μια περιοχή του χώρου των φάσεων, έχουν το χαρακτηριστικό της τοπικής εκθετικής απόκλισης γειτονικών τροχιών και δεν ανήκουν σε καμιά από τις παραπάνω κατηγορίες τροχιών. Το ελκτικό σύνολο της χαοτικής συμπεριφοράς δεν είναι απλό γεωμετρικό σχήμα, αλλά σχετίζεται με τα μορφοκλασματικά αντικείμενα (fractal) και τα σύνολα Cantor, και συνήθως ονομάζεται παράξενος ελκυστής (strange attractor). Το χαρακτηριστικό των παράξενων ελκυστών είναι ότι έχουν μη ακέραια διάσταση, η οποία συνήθως αποκαλείται και φρακταλική διάσταση (fractal dimension) [1.4]. Η διάσταση του ελκυστή δίνει σημαντικές πληροφορίες για το πλήθος των βαθμών ελευθερίας του δυναμικού συστήματος και έχει πάντοτε τιμή μικρότερη από την ακέραια διάσταση του χώρου των φάσεων από όπου προέρχεται.

Με τα συστήματα που παρουσιάζουν χαοτική συμπεριφορά, καταρρίφθηκε ο «μύθος» ότι τα αιτιοκρατικά συστήματα είναι προβλέψιμα, Άρα, αν είναι γνωστές οι αρχικές συνθήκες και οι εξισώσεις του συστήματος, δεν είναι δυνατόν να προβλεφθεί η κατάσταση του. Το κύριο χαρακτηριστικό των χαοτικών συστημάτων, είναι η *ευαίσθητη εξάρτηση στις αρχικές συνθήκες* (sensitive dependence on initial conditions). Δηλαδή, αν δοθούν δύο τυχαίες διαφορετικές αρχικές συνθήκες $x_1(0)$ και $x_2(0) = x_1(0) + \Delta(0)$, η μια κοντά στην άλλη, οι τροχιές που προκύπτουν αποκλίνουν μέχρι να γίνουν ασυσχέτιστες (σχήμα 1.3). Για

αυτό τον λόγο, ανεξάρτητα με πόση καλή ακρίβεια είναι γνωστές οι αρχικές συνθήκες είναι αδύνατη η μακροχρόνια πρόβλεψη της συμπεριφοράς του χαοτικού συστήματος.



Σχήμα 1.3. Η εκθετική απόκλιση των τροχιών ενός χαοτικού ελκυστή, ξεκινώντας από γειτονικές αρχικές συνθήκες.

Παρατήρηση:

Υπάρχουν ωστόσο και ειδικές περιπτώσεις τροχιών οι οποίες καταλήγουν σε σταθερά σημεία ισορροπίας ή περιοδικές τροχιές. Τέτοιες είναι:

- Οι *ομοκλινικές* τροχιές, οι οποίες ξεκινούν από ένα σημείο ισορροπίας ή περιοδική τροχιά και καταλήγουν στο ίδιο σημείο ή περιοδική τροχιά και συνήθως τα σήματα u και y είναι συναρτήσεις του χρόνου, δηλαδή, $u = u(t)$ και $y = y(t)$.
- Οι *ετεροκλινικές* τροχιές, οι οποίες ξεκινούν από ένα σημείο ή περιοδική τροχιά και καταλήγουν σε άλλο σημείο ισορροπίας ή περιοδική τροχιά [1.2].

1.4 Ευστάθεια Σημείων Ισορροπίας

Θεωρούμε το μη - γραμμικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων

$$\dot{x}_i = f_i(x_j), \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1.5)$$

του οποίου η λύση γράφεται ως $\Phi_t(\mathbf{x})$, όπου \mathbf{x} το διάνυσμα των αρχικών συνθηκών. Ο πίνακας του γραμμικού συστήματος γύρω από ένα σημείο ισορροπίας ενός μη-γραμμικού συστήματος είναι ο $\left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right)(\mathbf{x}^*)$, ο οποίος καθορίζει τη γραμμική ευστάθεια του σημείου ισορροπίας \mathbf{x}^* . Δηλαδή, αν όλες οι ιδιοτιμές του παραπάνω πίνακα έχουν πραγματικό μέρος $\text{Re}(\lambda_i) \leq 0$, τότε το σημείο ισορροπίας ονομάζεται γραμμικά ευσταθές, ενώ αν έστω και μια ιδιοτιμή έχει πραγματικό μέρος θετικό, το σημείο ισορροπίας ονομάζεται γραμμικά ασταθές [1.5]. Επιπλέον, το σημείο ισορροπίας ενός γραμμικού συστήματος, του πίνακα του οποίου οι ιδιοτιμές έχουν μη μηδενικό πραγματικό μέρος $\text{Re}(\lambda_i) \neq 0$, ονομάζεται υπερβολικό.

1.5 Διακλαδώσεις

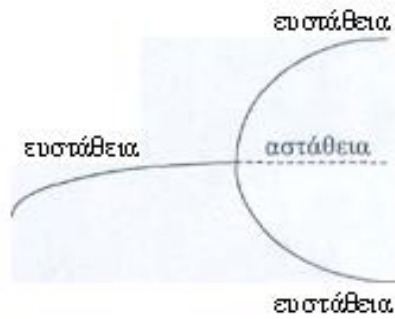
Θεωρούμε την οικογένεια συστημάτων διαφορικών εξισώσεων

$$\dot{x}_i = f_i(x_j, m), \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad (1.6)$$

η οποία εξαρτάται από τη σταθερή παράμετρο m . Για κάθε τιμή της παραμέτρου έχουμε και ένα διαφορετικό σύστημα διαφορικών εξισώσεων με διαφορετική συμπεριφορά των τροχιών. Σημεία ισορροπίας, για τα οποία ο πίνακας $A = \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right)(\mathbf{x}^*)$ έχει μηδενικές ιδιοτιμές, ονομάζονται σημεία διακλάδωσης (bifurcation points) [1.5]. Δηλαδή, σημεία διακλάδωσης ονομάζονται τα μέλη της παραπάνω οικογένειας συστημάτων διαφορικών εξισώσεων, που αντιστοιχούν σε τέτοιες τιμές m_0 της παραμέτρου m , στις οποίες αλλάζει τοπολογικά το φασικό πορτρέτο του συστήματος και επομένως η συμπεριφορά του συστήματος. Οι διακλαδώσεις ανιχνεύονται με το διάγραμμα διακλάδωσης (bifurcation diagram). Σήμερα από τη θεωρία είναι γνωστά μερικά είδη διακλαδώσεων, τα οποία αναφέρονται στη συνέχεια.

➤ **Διακλάδωση Hopf**

Η διακλάδωση Hopf εμφανίζεται όταν ένα σημείο ισορροπίας αλλάζει από ευσταθές σε ασταθές, με αποτέλεσμα να γεννιέται ένας σταθερός οριακός κύκλος. Τότε, ο ευσταθής κλάδος γίνεται ασταθής και δύο νέοι ευσταθείς κλάδοι γεννιούνται (σχήμα 1.4). Στα ηλεκτρονικά κυκλώματα αυτός ο τύπος διακλάδωσης είναι πολύ εύκολα παρατηρήσιμος.



Σχήμα 1.4. διακλάδωση Hopf

➤ **Διακλάδωση Αναδίπλωσης ή Σαγματικού Σημείου**

Διακλάδωση αναδίπλωσης (fold) ή σαγματικού σημείου (saddle node), προκύπτει όταν η τροχιά εγκλωβίζεται για πολλές επαναλήψεις σε ένα στενό κανάλι. Ως αποτέλεσμα αυτής της διακλάδωσης είναι η εμφάνιση του φαινομένου της διαλειπτότητας (intermittency) και της εσωτερικής κρίσης (interior crisis). Στην διαλειπτότητα ένα σήμα εναλλάσσεται μεταξύ μιας περιοδικής κατάστασης μεγάλης διάρκειας και μιας σχετικά μικρής μη περιοδικής κατάστασης, με απότομες μεταβολές. Μια ευσταθής και μια ασταθής τροχιά πλησιάζουν η μια την άλλη, όσο μεταβάλλεται η παράμετρος διακλάδωσης και εξαφανίζονται στο σημείο διακλάδωσης [1.2]. Στην εσωτερική κρίση το μέγεθος του ελκυστή στο χώρο των φάσεων αυξάνεται απότομα καθώς η παράμετρος περνά από μια κρίσιμη τιμή.

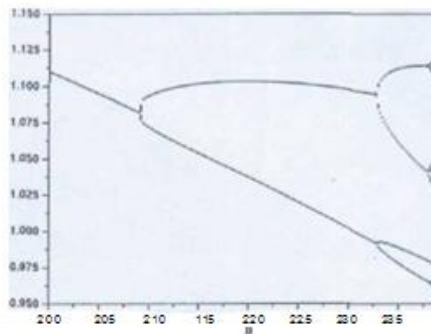
Αυτός ο τίτλος διακλάδωσης είναι πολύ γνωστός, σε συστήματα που εμφανίζουν πολλαπλούς ελκυστές. Επομένως, στην διακλάδωση αναδίπλωσης ένας από τους δύο ελκυστές χάνει την ευστάθειά του και μεταπηδάει στον άλλον. Το πιο κοινό παράδειγμα ηλεκτρονικού κυκλώματος, που εμφανίζει το φαινόμενο αυτό, είναι το κύκλωμα Schmitt Trigger.

➤ **Κρίσιμη Διακλάδωση**

Για την τιμή της παραμέτρου, για την οποία ο ευσταθής κλάδος γίνεται ασταθής και αντίστροφα, η διακλάδωση ονομάζεται κρίσιμη (transcritical).

➤ **Ξαφνική διακλάδωση**

Όταν εμφανίζεται διπλασιασμός της περιόδου (period doubling), τότε η διακλάδωση ονομάζεται ξαφνική (flip bifurcation). Η περίπτωση αυτή επομένως εμφανίζεται μόνο όταν υπάρχουν περιοδικές λύσεις. Τότε στο σημείο διακλάδωσης, μια περιοδική τροχιά περιόδου - T αλλάζει σε μια άλλη τροχιά περιόδου - $2T$ (σχήμα 1.5).



Σχήμα 1.5. Ξαφνική διακλάδωση για το κύκλωμα Chua

➤ **Διακλάδωση Niemark ή Δευτερεύουσα Hopf**

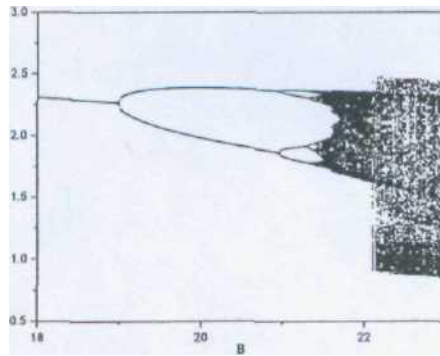
Στην περίπτωση αυτή ένας ευσταθής οριακός κύκλος γίνεται ασταθής και ένα τοροειδές γεννιέται.

➤ **Συνοριακή Κρίση**

Στην συνοριακή κρίση (boundary crisis) ο χαοτικός ελκυστής καταστρέφεται καθώς η παράμετρος διέρχεται από την κρίσιμη τιμή της.

➤ **Καταστροφική Διακλάδωση**

Όταν συγκρούονται οι ελκυστές προκύπτει η καταστροφική διακλάδωση (catastrophe), όπως συμβαίνει στο διάγραμμα διακλάδωσης του σχήματος 1.6 για $B=22.1$.



Σχήμα 1.6. Καταστροφική διακλάδωση στο σύστημα Chua

1.6 Πορεία Προς το Χάος

Κάθε μια από τις τοπικές διακλαδώσεις μπορεί να ακολουθεί μια ευδιάκριτη πορεία προς το χάος, εάν εμφανίζονται επαναλαμβανόμενα, όταν αλλάζει η παράμετρος διακλάδωσης. υτές οι χαρακτηριστικές διαδρομές προς το χάος [1.6] είναι σημαντικές, γιατί πολλές φορές από τα πειραματικά δεδομένα είναι δύσκολο να γίνει αντιληπτό εάν το σύστημα παρουσιάζει χαοτική δυναμική συμπεριφορά ή εάν η συμπεριφορά του οφείλεται στην ύπαρξη θορύβου. Επομένως, η αναγνώριση μιας από τις παρακάτω διαδρομές προς το χάος είναι ενδεικτική της ύπαρξης του χάους.

➤ Πορεία προς το Χάος μέσω Διπλασιασμού της Περιόδου (period – doubling)

Ο πρώτος ο οποίος μελέτησε θεωρητικά το φαινόμενο αυτό ήταν ο Feigenbaum [1.7. 1.8]. Εκείνοι όμως που έδωσαν φυσική οντότητα στην ανακάλυψη του Feigenbaum ήταν οι Libchaber και Maurer [1.9]. Όταν συμβαίνουν μια σειρά από διαδοχικές διακλαδώσεις διπλασιασμού της περιόδου με την αλλαγή της παραμέτρου διακλάδωσης, τότε το σύστημα εισέρχεται στο χάος. Για να συμβεί αυτό όμως, είναι απαραίτητη μια άπειρη ακολουθία διπλασιασμών της περιόδου, η οποία οδηγεί το σύστημα σε μια χαοτική τροχιά άπειρης περιόδου και σε ένα ευρύ φάσμα, που περιέχει ενέργεια σε όλες τις συχνότητες. Ο διπλασιασμός της περιόδου είναι η συνηθισμένη πορεία προς το χάος και περιγράφεται μαθηματικά από ορισμένους παγκόσμιους αριθμούς, που δεν εξαρτώνται από τη φύση των διαφορικών εξισώσεων. Πειραματικά η πορεία προς το χάος μέσω του διπλασιασμού της περιόδου

ανιχνεύεται με τις φασικές απεικονίσεις, τα φάσματα ισχύος, τις χρονοσειρές των σημάτων καθώς και τις απεικονίσεις Poincaré.

➤ **Πορεία προς το Χάος μέσω της Διαλειπτότητας (Intermittency)**

Η πορεία προς το χάος μέσω της διακλάδωσης αναδίπλωσης εμφανίζεται με διαφορετικούς τρόπους, οι οποίοι όμως έχουν ως κοινό χαρακτηριστικό απευθείας μεταφορά από κανονική συμπεριφορά σε χαοτική. Ο πιο κοινός τρόπος εμφάνισης αυτής της πορείας προς το χάος είναι μέσω της διαλειπτότητας. Η περίπτωση αυτή μελετήθηκε από τους Pomeau και Manneville [1.10 - 1.12]. Στην περίπτωση αυτή, αμέσως μετά τη διακλάδωση η τροχιά χαρακτηρίζεται από μεγάλα διαστήματα σχεδόν κανονικής συμπεριφοράς (laminar phases) και μικρές εξάρσεις από ακανόνιστη συμπεριφορά. Η περίοδος των ταλαντώσεων του συστήματος είναι περίπου ίση με εκείνη πριν τη διακλάδωση. Για την κρίσιμη τιμή της παραμέτρου διακλάδωσης μ_{∞} , για την οποία το σύστημα μεταβαίνει στο χάος, τα διαστήματα κανονικής συμπεριφοράς γίνονται πιο σύντομα ενώ οι εξάρσεις εμφανίζονται συχνά.

➤ **Πορεία προς το Χάος μέσω Κατάρρευσης του Τοροειδούς (“Torus breakdown”)**

Η ψευδοπεριοδική (quasiperiodic) ή κατάρρευσης τοροειδούς πορεία προς το χάος εμφανίζεται ως αποτέλεσμα των διακλαδώσεων Hopf και προτάθηκε από τους Ruelle, Takens και Newhouse [1.13 - 1.14]. Στην περίπτωση αυτή ξεκινώντας από ένα σημείο ισορροπίας το σύστημα περνάει σε οριακό κύκλο και έπειτα σε τοροειδές. Το τοροειδές που γεννιέται δεν είναι ευσταθές, γιατί με μικρές αυθαίρετες διαταραχές της παραμέτρου διακλάδωσης, καταστρέφεται και δίνει τη θέση του στο χάος.

1.7 Απεικόνιση Poincaré

Μια πολύ χρήσιμη απεικόνιση της συμπεριφοράς των δυναμικών συστημάτων, η οποία επινοήθηκε από τον Henri Poincaré [1.24], είναι αυτή της τομής Poincaré (Poincaré cross section) [1.15, 1.16, 1.25]. Η τομή Poincaré έχει ως στόχο την απλοποίηση στον χώρο των φάσεων πολύπλοκων συστημάτων. Επομένως, για έναν ελκυστή n - διαστάσεων αυτή η τομή σχηματίζεται από τις τομές της συνεχούς τροχιάς με μια $n - 1$ διαστάσεων επιφάνεια στο χώρο των φάσεων, το επίπεδο Poincaré (Poincaré plane). Με την δειγματοληψία, που γίνεται ουσιαστικά κάθε φορά που η τροχιά τέμνει το

επίπεδο Poincaré δημιουργείται μια δομή, η οποία μπορεί να μας δώσει πληροφορίες με εποπτικό τρόπο, για τη φύση του δυναμικού συστήματος. Προκύπτει επομένως το συμπέρασμα, ότι με την τομή Poincaré καταγράφεται η κατάσταση του συστήματος ασυνεχώς σε ένα χώρο μικρότερης διάστασης από το φασικό χώρο.

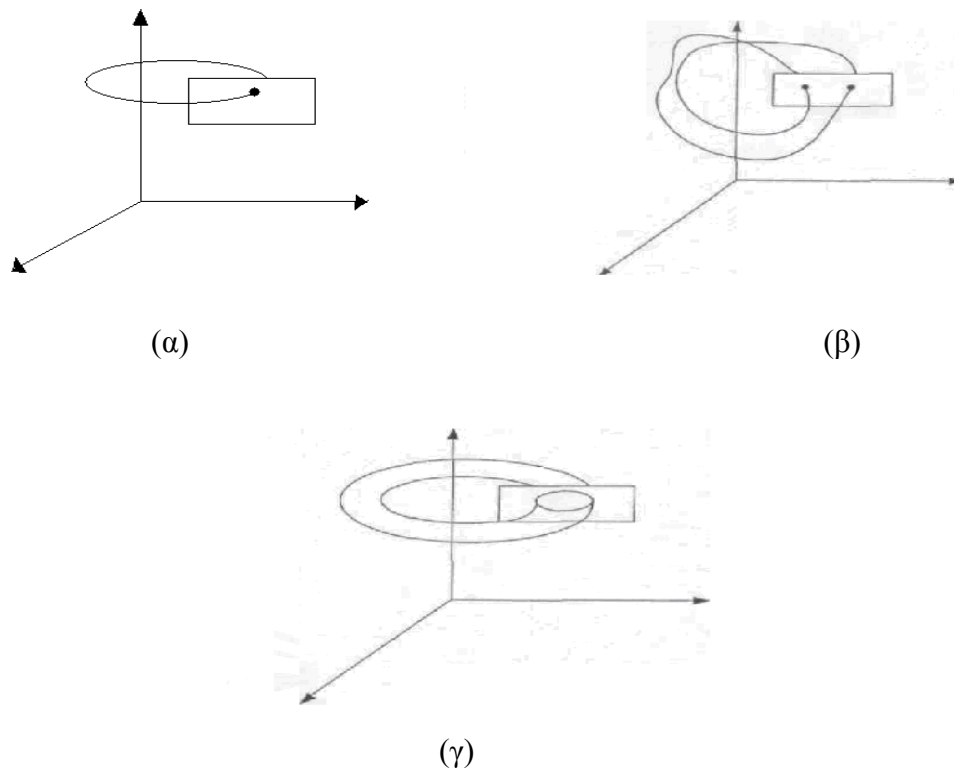
Θα πρέπει επίσης να τονιστεί, ότι το επίπεδο Poincaré διαιρεί το χώρο σε δύο περιοχές Σ_1 και Σ_2 , οπότε με κατάλληλη εκλογή του η τροχιά τέμνει επανειλημμένα το επίπεδο κινούμενη από το Σ_2 στο Σ_1 και πάλι στο Σ_2 . Η ακολουθία των περασμάτων από το Σ_2 στο Σ_1 καθορίζει μια απεικόνιση με τον ίδιο τρόπο όπως και τα περάσματα από το Σ_1 στο Σ_2 . Αυτές οι απεικονίσεις ονομάζονται μονόπλευρες απεικονίσεις Poincaré, αφού οι τομές που ενδιαφέρουν είναι αυτές από τη μια πλευρά του επιπέδου. Υπάρχει βέβαια και η αμφίπλευρη απεικόνιση Poincaré, στην οποία λαμβάνεται ολόκληρη η ακολουθία των σημείων τομής ανεξάρτητα από την κατεύθυνση της τροχιάς.

Όπως προκύπτει, στην περίπτωση περιοδικών ελκυστών (οριακών κύκλων), η τομή Poincaré αποτελείται από πεπερασμένο αριθμό σημείων σε καθορισμένες θέσεις. Αντίστοιχα, το τοροειδές παρουσιάζεται ως ένας κλειστός κύκλος, ενώ ο χαοτικός ελκυστής παρουσιάζεται στη τομή Poincaré ως ανοργάνωτο σύνολο μη επαναλαμβανόμενων σημείων που σχηματίζουν ενδιαφέροντα σχήματα, τα οποία πολλές φορές παρουσιάζουν τη λεγόμενη αυτοομοιότητα (self - similarity). Στον πίνακα 1.3 φαίνεται η ταξινόμηση καταστάσεων ανάλογα με το φασικό πορτρέτο και την απεικόνιση Poincaré, ενώ στα σχήματα που ακολουθούν φαίνονται οι απεικονίσεις Poincaré για συγκεκριμένους ελκυστές.

Στην περίπτωση, που το σύστημα είναι μη - αυτόνομο η απεικόνιση Poincaré δημιουργείται από τη δειγματοληψία των σημείων κάθε χρονική στιγμή $\mathbf{t}_n = \mathbf{nT} + \mathbf{t}_0$, όπου T η περίοδος της εξωτερικής διέγερσης.

1.3 Ταξινόμηση των καταστάσεων ενός δυναμικού συστήματος ανάλογα με το φασικό πορτρέτο και την απεικόνιση Poincare

Κατάσταση Ισορροπίας	Σημείο	----
Οριακός Κύκλος περιόδου- n	Κλειστή καμπύλη	Σύνολο n - σημείων
Τοροειδές	Τοροειδές	Κλειστή καμπύλη
P - Τοροειδές	P - Τοροειδές	$(p - 1)$ - Τοροειδές
Χάος	Ακανόνιστο σχήμα	Ανοργάνωτο σύνολο σημείων
Υπερχάος	Ακανόνιστο σχήμα	Ανοργάνωτο σύνολο σημείων



Σχήμα 1.8. Απεικονίσεις Poincaré για (α) οριακό κύκλο περιόδου - 1, (β) οριακό κύκλο περιόδου και 2, (γ) τοροειδές.

1.8 Φάσμα Ισχύος

Ο πιο εύκολος τρόπος για τον χαρακτηρισμό ενός σήματος που παράγεται από ένα δυναμικό σύστημα, ως περιοδικού ή χασοτικού, είναι το φάσμα ισχύος (power spectrum) [1.21, 1.28]. Το φάσμα ισχύος είναι το τετράγωνο του πλάτους του μετασχηματισμού Fourier της χρονοσειράς του σήματος. Ο μετασχηματισμός Fourier ενός σήματος $x(t)$ είναι

$$X(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (1.8)$$

και το φάσμα ισχύος δίνεται από τη σχέση

$$S(\omega) = |X(\omega)|^2 = X(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left| \int_0^T x(t) e^{-j\omega t} dt \right|^2 \quad (1.9)$$

Οι περιπτώσεις των φασμάτων ισχύος, που διακρίνονται ανάλογα με την κατάσταση του συστήματος είναι οι ακόλουθες.

- Για περιοδικό σήμα, το φάσμα ισχύος αποτελείται από διακριτές κορυφές, που αντιστοιχούν στη θεμελιώδη συχνότητα ω_0 της περιοδικής λύσης και στις ανώτερες αρμονικές. Το φάσμα ισχύος αλλάζει στις διακλαδώσεις διπλασιασμού της περιόδου και οδηγεί σε μια επιπρόσθετη κορυφή σε συχνότητα $\omega_0/2$. Το ίδιο συμβαίνει με κάθε επιπλέον διακλάδωση.
- Για ψευδοπεριοδικό σήμα, το φάσμα ισχύος αποτελείται και πάλι από διακριτές κορυφές που αυτή τη φορά αντιστοιχούν σε όλες τις συχνότητες που αποτελούν το σήμα, τις ανώτερες αρμονικές τους και όλους τους γραμμικούς συνδυασμούς τους.
- Για χαοτικό σήμα το φάσμα ισχύος είναι συνεχές και συνοδεύεται από τις κορυφές που αντιστοιχούν στις κυρίαρχες συχνότητες του σήματος.

Επιπλέον θα πρέπει να τονιστεί, ότι παρά την χρησιμότητα τους, τα φάσματα ισχύος δεν πρέπει να αποτελούν από μόνα τους, απόδειξη της συμπεριφοράς ενός δυναμικού συστήματος. Ειδικότερα προκειμένου για τον χαρακτηρισμό των χαοτικών ελκυστών, θα πρέπει κάποιος να είναι ιδιαίτερα προσεκτικός, καθώς συνεχές φάσμα ισχύος εμφανίζεται και όταν υπάρχει θόρυβος στο σήμα. Επίσης, σε δυναμικά συστήματα μεγάλης τάξης, όπου είναι πολλές οι θεμελιώδεις συχνότητες και οι αρμονικές τους, ο χαρακτηρισμός του συστήματος από το φάσμα ισχύος είναι δύσκολος.

1.9 Μη - Γραμμικά Ηλεκτρικά Κυκλώματα

Σε αυτήν την παράγραφο θα επιχειρηθεί να δοθεί μια πρώτη προσέγγιση της μελέτης των μη-γραμμικών ηλεκτρικών - ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Όπως είναι γνωστό υπάρχει μια μεγάλη ποικιλία ηλεκτρικών κυκλωμάτων με μη -γραμμικότητες, που παρουσιάζουν τις παρακάτω συμπεριφορές.

- Όλες οι λύσεις συγκλίνουν σε ένα μοναδικό σημείο λειτουργίας (fixed point), όπως συμβαίνει και με τα γραμμικά κυκλώματα.
- Όλες οι λύσεις συγκλίνουν σε ένα από τα πολλά σημεία ισορροπίας του.
- Όλες οι λύσεις συγκλίνουν σε μια μοναδική περιοδική ή ψευδοπεριοδική λύση.

- Το κύκλωμα παρουσιάζει χαοτική συμπεριφορά.

Για την ανίχνευση της συμπεριφοράς του κυκλώματος ακολουθείται η παρακάτω διαδικασία.

Στην πιο απλή περίπτωση, που οι λύσεις συγκλίνουν σε ένα σημείο ισορροπίας, τότε το κύκλωμα έχει μια dc λύση ή ένα σημείο λειτουργίας, κάτι το οποίο μπορεί να διαπιστωθεί στον παλμογράφο ως ένα σημείο με την XY λειτουργία. Όταν η κατάσταση του κυκλώματος είναι περιοδική, τότε η κυματομορφή του σήματος μπορεί να μοιάζει περιοδική στην οθόνη του παλμογράφου, αλλά χρειάζεται περαιτέρω μελέτη. Για τον σκοπό αυτό, λαμβάνεται η φασική απεικόνιση (XY λειτουργία), η οποία θα πρέπει να είναι μια κλειστή καμπύλη. Επίσης, μπορεί να ληφθεί το πειραματικό φάσμα ισχύος και η πειραματική απεικόνιση Poincaré προκειμένου να επιβεβαιωθεί η επιθυμητή συμπεριφορά. Η πιο δύσκολη ωστόσο περίπτωση μελέτης, αποτελεί η ψευδόπεριοδική λύση, καθώς είναι δύσκολη η αναγνώριση της τόσο από την χρονοσειρά του σήματος, όσο και από την XY λειτουργία, ειδικά στις περιπτώσεις συστημάτων μεγάλης τάξης. Επιπλέον, επειδή το φάσμα ισχύος αποτελείται από διακριτές κορυφές είναι δύσκολο να διαχωριστεί από εκείνο ενός περιοδικού συστήματος.

Όσον αφορά τη χαοτική συμπεριφορά ενός ηλεκτρικού κυκλώματος, αυτή διακρίνεται εύκολα, καθώς η χρονοσειρά του σήματος μοιάζει 'τυχαία'. Επίσης, στην XY λειτουργία του παλμογράφου, εμφανίζεται στην οθόνη η τροχιά, η οποία γεμίζει το επίπεδο με περίεργο τρόπο. Η απεικόνιση Poincaré αποτελείται, από ένα πλήθος άπειρων σημείων που σχηματίζουν τον ελκυστή, ενώ το φάσμα ισχύος είναι συνεχές. Ωστόσο, θα πρέπει να αναφερθεί ότι η διαδικασία που ακολουθείται σήμερα προκειμένου να μελετηθεί ένα χαοτικό ηλεκτρικό - ηλεκτρονικό κύκλωμα είναι η εξής:

- Η μοντελοποίηση του κυκλώματος και η εύρεση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων που το περιγράφουν, είναι το πρώτο βήμα, προκειμένου να μελετηθεί αναλυτικά η συμπεριφορά του.
- Η προσομοίωση του κυκλώματος με τη βοήθεια γνωστών εργαλείων (φασικά πορτρέτα, απεικονίσεις Poincaré φάσματα ισχύος, εκθέτες Lyapunov, διάγραμμα διακλάδωσης) είναι το δεύτερο βήμα.
- Και το τρίτο βήμα, είναι η υλοποίηση του κυκλώματος, η πειραματική μελέτη της συμπεριφοράς του και η ανάλυση των εξαγόμενων πειραματικών δεδομένων.

Αυτή η διαδικασία ακολουθήθηκε και στην παρούσα πτυχιακή εργασία, προκειμένου να εξαχθούν αξιόπιστα συμπεράσματα σχετικά με το κύκλωμα που μελετήθηκε.

1.10 Έλεγχος χαοτικών συστημάτων

Την τελευταία δεκαετία πολλές ερευνητικές προσπάθειες έχουν οδηγήσει στην κατανόηση πολλών μη γραμμικών φαινομένων σε αρκετά φυσικά, βιολογικά, χημικά και άλλα συστήματα. Πιο συγκεκριμένα, στα ηλεκτρικά - ηλεκτρονικά κυκλώματα τέτοιες προσπάθειες έδωσαν τη δυνατότητα να ερμηνευτούν πολλά περίεργα φαινόμενα, όπως ο θόρυβος, καθώς βρέθηκαν να σχετίζονται με διακλαδώσεις και γενικά με χαοτικές συμπεριφορές. Επίσης, διαπιστώθηκε πως πολλά μη-γραμμικά φαινόμενα, που ανακαλύφθηκαν σε άλλες επιστήμες, έχουν μεγάλη σχέση με το 'ηλεκτρονικό χάος', όπως για παράδειγμα ο ινιδισμός της καρδιάς. Το χάος εμφανίζεται τόσο συχνά σε φυσικά συστήματα με τη μορφή συμπεριφοράς τυχαίου τύπου, που προκαλεί δυσλειτουργίες, καταστροφή της γραμμικά προβλεπόμενης συμπεριφοράς ή σε τελική ανάλυση ως κάτι το οποίο δεν είναι χρήσιμο στις εφαρμογές. Είναι προφανές, ότι ο ενισχυτής, ένα φίλτρο, ένας μετατροπέας A/D, μπορούν να εμφανίσουν χαοτική συμπεριφορά, κάτι το οποίο όμως είναι άχρηστο για τον αρχικό σκοπό για τον οποίο προορίζονται. Το ίδιο συμβαίνει όταν θέλουμε να αποφύγουμε φαινόμενα, κατά τα οποία π.χ. η καρδιά δεν αντλεί κανονικά το αίμα ή όταν παρουσιάζονται επιληπτικά περιστατικά. Σε αυτές τις περιπτώσεις επομένως η επιδίωξη είναι ο έλεγχος της χαοτικής συμπεριφοράς του συστήματος.

Ο πιο κοινός σκοπός του ελέγχου των χαοτικών συστημάτων, είναι ο περιορισμός των “ανεπιθύμητων” ταλαντώσεων και ο επηρεασμός του συστήματος κατά τέτοιο τρόπο έτσι ώστε να παρουσιάσει την επιθυμητή συμπεριφορά. Ο σκοπός βέβαια ποικίλει από εφαρμογή σε εφαρμογή. Δεν είναι εύκολο να αντιληφθούμε πώς είναι δυνατόν να επιτύχουμε αυτό τον σκοπό, καθώς η ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες υπεισέρχεται σε αρκετά συστήματα, που παρουσιάζουν και γραμμική συμπεριφορά. Τελευταία, αρκετές εφαρμογές σε εργασίες, όπου η επιθυμητή κατάσταση είναι η χαοτική, αναφέρουν πως το πρόβλημα του ελέγχου σε τέτοιες περιπτώσεις ορίζεται ως: η μετατροπή της ανεπιθύμητης χαοτικής συμπεριφοράς σε άλλου είδους χαοτική κίνηση με πλήρως καθορισμένες ιδιότητες (αυτός είναι ο σκοπός του συγχρονισμού που

αναφέρθηκε) ή αλλαγής της περιοδικής συμπεριφοράς σε χαοτική κίνηση (κάτι που μπορεί να είναι ο στόχος στην περίπτωση αποφυγής επιληπτικών επεισοδίων). Ο τελευταίος τύπος ελέγχου αναφέρεται ως έλεγχος (anti-control) του χάους.

Επομένως, σε μερικές περιπτώσεις, το χάος είναι η δυναμική κατάσταση την οποία το σύστημα θέλουμε να παρουσιάζει. Είναι δυνατόν να υποθέσει κάποιος ότι η αντίδραση των συστατικών σε μια χημική αντίδραση μπορεί να γίνει πιο γρήγορα στη χαοτική περιοχή παρά σε οποιαδήποτε άλλη, ή να υποθέσει επίσης, ότι ένα χαοτικό σήμα μπορεί να είναι χρήσιμο όταν είναι δυνατόν να κρυφτεί σε αυτό πληροφορία. Σε αυτές τις περιπτώσεις ωστόσο, αναζητείται μια επιθυμητή περίπτωση χαοτικής συμπεριφοράς με πλήρως καθορισμένα χαρακτηριστικά και επιπλέον απαιτείται η γνώση των μηχανισμών λειτουργίας, έτσι ώστε να γίνεται η μετάβαση από την μια συμπεριφορά στην άλλη (από το χάος στη τάξη και από την τάξη στο χάος).

Με βάση τους πιθανούς τρόπους επηρεασμού της δυναμικής συμπεριφοράς ενός χαοτικού συστήματος, προέκυψαν οι εξής τέσσερις πιθανοί τρόποι:

- Μεταβάλλοντας τις υπάρχουσες παραμέτρους του συστήματος.
- Αλλάζοντας τη σχεδίαση του συστήματος όσον αφορά την εσωτερική του δομή.
- Προσθέτοντας ένα εξωτερικό σήμα.
- Εισάγοντας έναν ελεγκτή (γραμμικό ή μη γραμμικό).

Εξαιτίας της πολύ πλούσια δυναμικής συμπεριφοράς, που παρουσιάζεται σε τυπικά χαοτικά συστήματα, έχει παρουσιαστεί μια μεγάλη ποικιλία προσεγγίσεων για τον έλεγχο τέτοιων συστημάτων.

1.11 Θεμελιώδεις Ιδιότητες των Χαοτικών Συστημάτων

Όπως είναι γνωστό, τα χαοτικά συστήματα έχουν συγκεκριμένες ιδιότητες οι οποίες θα διερευνηθούν καθώς θα γίνεται η προσέγγιση στο πρόβλημα του ελέγχου. Θα πρέπει να αναφερθεί ότι υπάρχουν δύο θεμελιώδεις ιδιότητες των χαοτικών συστημάτων, οι οποίες είναι πολύ σημαντικές για το πρόβλημα του ελέγχου.

Η πρώτη ιδιότητα, η οποία έχει ήδη αναφερθεί, είναι η ευαίσθητη εξάρτηση από τις αρχικές συνθήκες. Για ένα μεγάλο χρονικό διάστημα αυτή η θεμελιώδης ιδιότητα αποτέλεσε το σημαντικότερο εμπόδιο για τον έλεγχο. Πώς μπορεί επομένως κάποιος να παρουσιάσει τον έλεγχο όταν η δυναμική συμπεριφορά του συστήματος αλλάζει δραστικά με μια μικρή αλλαγή των αρχικών συνθηκών ή των παραμέτρων;

Αυτή η ασταθής ιδιότητα δεν σημαίνει απαραίτητα ότι ο έλεγχος είναι αδύνατος. Έχει φανεί, πως παρά το γεγονός ότι γειτονικές αρχικές τροχιές αποκλίνουν μπορούν όμως και να συγκλίνουν σε άλλου είδους τροχιές. Στην πραγματικότητα δεν χρειάζεται οι γειτονικές τροχιές να συγκλίνουν, αλλά η απαίτηση είναι τελείως διαφορετική, οι τροχιές πρέπει να συγκλίνουν σε μια συγκεκριμένη τροχιά $g(t)$, δηλαδή

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t) - g(t)| = 0 \quad (1.10)$$

Ανάλογα με την εφαρμογή, η τροχιά $g(t)$ μπορεί να είναι μια από τις λύσεις του συστήματος ή μια εξωτερική κυματομορφή. Θα πρέπει επομένως να τονιστεί ότι η εξαιρετική ευαισθησία μπορεί να είναι πολύ σημαντική στις περιπτώσεις που τα σήματα ελέγχου είναι πολύ μικρά.

Η δεύτερη σημαντική ιδιότητα των χαοτικών συστημάτων είναι η ύπαρξη άπειρων ασταθών περιοδικών τροχιών μέσα στον ελκυστή. Αυτές οι τροχιές είναι αόρατες κατά τη διάρκεια των πειραμάτων, αποτελούν ωστόσο το σκελετό του ελκυστή. Επιπλέον, τροχιές περνάνε μερικές φορές πολύ κοντά σε τέτοιες τροχιές. Αυτές οι ασταθείς περιοδικές τροχιές διαδραματίζουν σημαντικό ρόλο σε πολλές μεθόδους ελέγχου.

Αυτές οι δύο θεμελιώδεις ιδιότητες των χαοτικών συστημάτων διαδραματίζουν πολύ σημαντικό ρόλο στον έλεγχο. Συγκεκριμένα:

- Εξαιτίας της ευαίσθητης εξάρτησης από τις αρχικές συνθήκες είναι πιθανόν να επηρεαστεί η δυναμική του συστήματος χρησιμοποιώντας πολύ μικρές διαταραχές. Επιπλέον η αντίδραση του συστήματος είναι πολύ γρήγορη.
- Η ύπαρξη άπειρων ασταθών περιοδικών τροχιών μέσα στον ελκυστή προσφέρει μια εξαιρετική ευκαμψία και μια ευρεία γκάμα επιθυμητών συμπεριφορών για το ίδιο σετ παραμέτρων.

Γενικά οι μέθοδοι ελέγχου που έχουν προταθεί, μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις μεγάλες κατηγορίες, οι οποίες έχουν να κάνουν, είτε με την καταστολή του χάους, είτε με την εφαρμογή των μηχανολογικών προσεγγίσεων του ελέγχου, είτε με την σταθεροποίηση της ασταθούς περιοδικής τροχιάς, που σχετίζεται με τον χαοτικό ελκυστή.

1.12 Απλές Τεχνικές για την Καταστολή των Χαοτικών Ταλαντώσεων - Αλλαγή στη Σχεδίαση

Στην παράγραφο αυτή παρουσιάζεται μια από τις μεθόδους, που έχει προταθεί στη βιβλιογραφία και σχετίζεται με την καταστολή του χάους. Η μέθοδος αυτή επιφέρει αλλαγές, είτε σε συγκεκριμένες παραμέτρους του συστήματος είτε συνολικά στη δομή του.

1.12.1 Μεγάλες Αλλαγές σε μια Παράμετρο

Ο απλούστερος τρόπος για την καταστολή των χαοτικών ταλαντώσεων είναι η αλλαγή των παραμέτρων, δηλαδή η επανασχεδίαση του συστήματος με τέτοιο τρόπο, ώστε να παραχθεί η επιθυμητού είδους συμπεριφορά. Η επίδραση της μεταβολής των παραμέτρων στην συμπτωτική συμπεριφορά του συστήματος, μπορεί να μελετηθεί χρησιμοποιώντας τα κλασικά εργαλεία ανάλυσης των χαοτικών συστημάτων, όπως είναι τα διαγράμματα διακλάδωσης. Τυπικά διαγράμματα διακλάδωσης αποκαλύπτουν μια ποικιλία δυναμικών συμπεριφορών για κατάλληλες επιλογές των παραμέτρων του συστήματος. Στα ηλεκτρικά - ηλεκτρονικά κυκλώματα αλλαγές στη δυναμική συμπεριφορά προκύπτουν, αλλάζοντας την τιμή ενός από τα παθητικά στοιχεία (το οποίο σημαίνει επανατοποθέτηση των αντιστάσεων, των πυκνωτών και των πηνίων) [1.26 , 1.27]. Αυτή η μέθοδος, παρά το γεγονός ότι είναι εξαιρετικά απλή έχει ένα σημαντικό μειονέκτημα, απαιτεί σημαντική μεταβολή της παραμέτρου ελέγχου («μεγάλη ενέργεια ελέγχου»). Αυτή η απαίτηση δεν συναντάται σε πολλά φυσικά συστήματα, στα οποία οι παράμετροι είναι είτε καθορισμένες είτε μεταβάλλονται μέσα σε πολύ στενά όρια. Επίσης, η μέθοδος αυτή είναι επίσης δύσκολο να εφαρμοστεί, διότι δεν υπάρχουν εργαλεία προσομοίωσης ηλεκτρικών κυκλωμάτων, που να επιτρέπουν την ανάλυση διακλάδωσης (πχ το Spice δεν έχει τέτοια δυνατότητα).

1.13 Συμπεράσματα

Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε αναλυτικά η έννοια του συστήματος και η ταξινόμηση που γίνεται σε αναλογικά, ψηφιακά και διακριτού χρόνου. Στην συνέχεια έγινε ιδιαίτερη αναφορά στα δυναμικά συστήματα, και στις πιθανές καταστάσεις που μπορούν να παρουσιάσουν. Επίσης, μελετήθηκε η ευστάθεια των σημείων ισορροπίας ενός δυναμικού συστήματος, οι διάφορες διακλαδώσεις που μπορεί να παρουσιάσει καθώς και οι δυνατές διαδρομές προς το χάος.

Επιπλέον, μελετήθηκαν οι βασικότερες μέθοδοι επιβεβαίωσης της χαοτικής συμπεριφοράς ενός συστήματος και αναφέρθηκαν οι σημαντικότερες από αυτές, όπως η απεικόνιση Poincaré, και το φάσμα ισχύος. Με την χρήση αυτών των εργαλείων, εξηγήθηκε ο τρόπος, με τον οποίο κάποιος μπορεί πειραματικά να διακρίνει τη χαοτική συμπεριφορά ενός κυκλώματος, που αποτελεί και την ουσία της πτυχιακής εργασίας.

Για τον σκοπό αυτό, χρησιμοποιήθηκαν οι παραπάνω μέθοδοι μελέτης, είτε θεωρητικά, με τη χρήση κατάλληλων προγραμμάτων στον υπολογιστή, είτε πειραματικά, με τη χρήση των κατάλληλων διατάξεων και οργάνων (παλμογράφος). Από την σύγκριση των αποτελεσμάτων, θεωρητικών και πειραματικών, προέκυψαν χρήσιμα συμπεράσματα για την λειτουργία του κυκλώματος που επιλέχθηκε και της συμπεριφοράς του.

1.14 Βιβλιογραφία

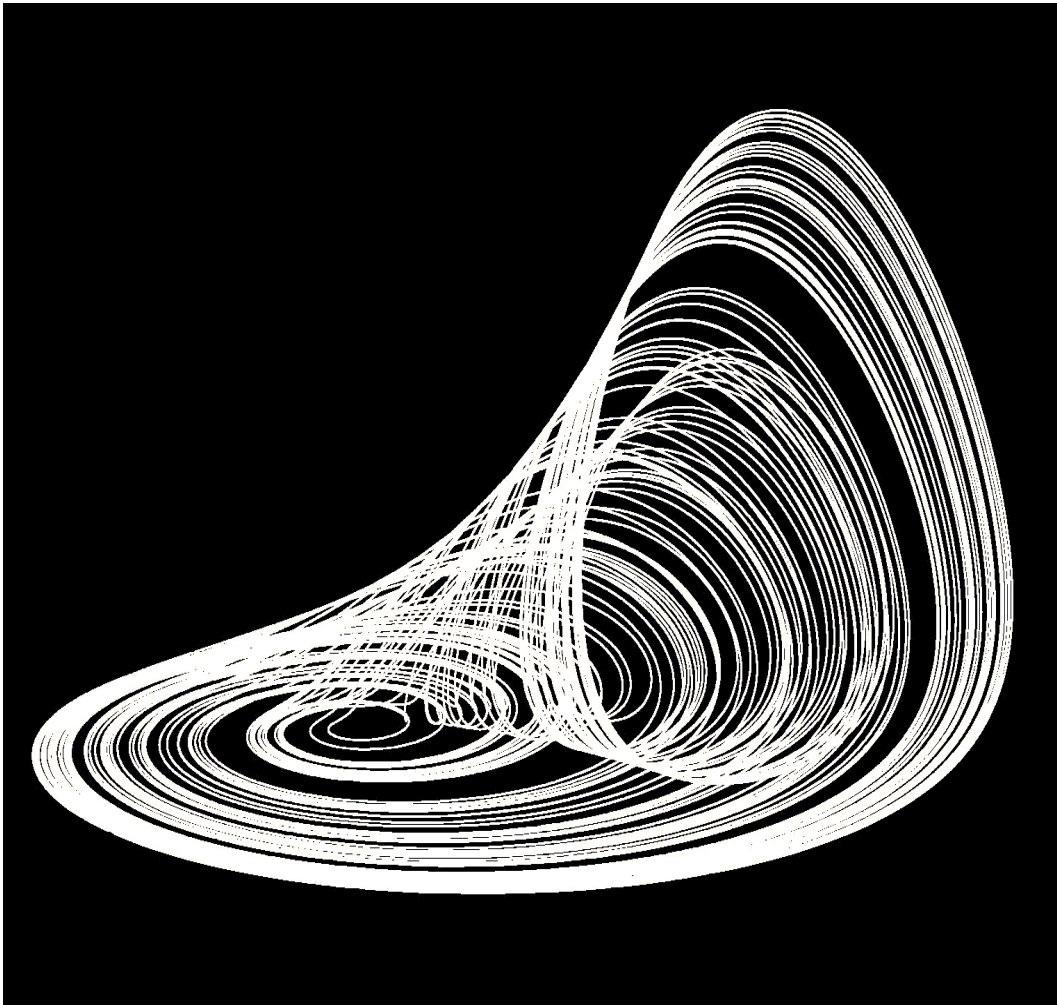
- [1.1] Σ. Ιχτιάρογλου και Ι. Χατζηδημητρίου, «Δυναμικά Συστήματα και Χάος», εκδ. Α.Π.Θ., 2000.
- [1.2] M. J. Ogorzalek, "Chaos and Complexity in Nonlinear Electronic Circuits" World Scientific, 1997.
- [1.3] M. P. Kennedy, "Three Steps to Chaos - Part I: Evolution", IEEE Trans, Circuits Syst. I, vol. 40, no. 10, pp. 640-656, 1993.
- [1.4] B. Mandelbrot, "Multifractals and 1/f Noise: Wild Self-affinity in PI (1963-1976)", Springer, NY, 1998.
- [1.5] Γ. Βουγιατζής και Ε.Μελετιδίου, "Εισαγωγή στην Υπολογιστική Δυναμική", εκδ. Α.Π.Θ., 2004.

- [1.6] M. P. Kennedy, "Basic Concepts of Nonlinear Dynamics and Chaos", *Ci and Systems Tutorials*, IEEE, pp. 289-313, 1994.
- [1.7] M. J. Feigenbaum, "Quantitative Universality for a Class of Non Transformations", *J. Stat. Physics*, vol. 19, pp. 25-52, 1978.
- [1.8] M. J. Feigenbaum, "Universal Behavior in Nonlinear Systems", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, vol. 7, Issue 1-3, pp. 16-39, 1983.
- [1.9] A. Libchaber and J. Mauer, "Une Experience de Rayleigh - Bernard de Geometric Reduite; Multiplication, Accrochage et Demultiplication de Frequencies", *J.Phys. (Paris)*, vol. 41, 1980.
- [1.10] Y. Pomeau and P. Mannerville, "Intermittency and Lorenz Model", *Phys. Lett.*, vol. 75A, pp.1-2, 1979.
- [1.11] Y. Pomeau and P. Mannerville, "Intermittent Transition to turbulence in Dissipative Dynamical Systems", *Comm. Math. Phys.*, vol. 74, pp. 189-197, 1980.
- [1.12] R. Benzi, G. Paladin, G. Parisi, and A. Vulpiani, "Characterization of Intermittency in Chaotic Systems", *J. Phys. A*, vol. 18, pp. 2157-2165, 1985.
- [1.13] S. Newhouse, D. Ruelle, and F. Takens, "Occurrence of Strange Axiom A Attractors Near Quasiperiodic Flows on T^m ($m = 3$ or more)", *Comm. Math. Phys.*, vol. 64, pp. 35-40, 1978.
- [1.14] D. Ruelle and F. Takens, "On the Nature of Turbulence" *Comm. Math. Phys.*, vol.20, pp. 167-192, 1971.
- [1.15] T. S. Parker and L. O. Chua, "Chaos: A Tutorial for Engineers", in *Proc. of the IEEE*, vol. 75, no. 8, pp. 982-1008, 1987.
- [1.16] A. A. Tsonis, "Chaos - From Theory to Applications", Plenum Press, 1992.
- [1.17] H. G. Schuster, "Deterministic Chaos: An Introduction", 3rd Edition, Willey - VCH, 2005.
- [1.18] H. Haken, "At Least One Lyapunov Exponent Vanishes if the Trajectory of an Attractor Does Not Contain a Fixed Point", *Phys. Lett. A*, vol. 94, no. 2, pp. 71-72, 1983.
- [1.19] C. Robinson, "Dynamical Systems: Stability, Symbolic Dynamics and Chaos", CRC Press, 1995.
- [1.20] R. M. Mattheij and J. Molenaar, "Ordinary Differential Equations in Theory and Practice", John Wiley and Sons, 1996.
- [1.21] J. P. Eckmann and D. Ruelle, "Ergodic Theory of Chaos and Strange Attractors", *Rev. Mod. Physics*, vol. 57, pp. 617, 1985.

- [1,22] F. C. Moon, "Chaotic Vibration", John Wiley and Sons, 1987.
- [1.23] A. Wolf, J. B. Swift, H. L. Swinney, and J. A. Vastano, "Determining Lyapunov Exponents from a Time Series", *Physica*, vol. 16D, pp. 285-317, 1985.
- [1.24] H. Poincare, "Science and Hypothesis", Walter Scott Publishing Co, 1905; Dover Publications Inc., NY, 1952.
- [1.25] W. Sicemplinska - Stupnika and H. Troger, "Engineering Applications of Dynamics of Chaos", Springer - Verlag, 1991.
- [1.26] M. J. Orgorzalek, "Order and Chaos in a Third Order RC Ladder Network with Nonlinear Feedback", *IEEE Trans. Circuits and Systems*, vol. CAS-36, no. 9, pp. 1221-1230, 1989.
- [1.27] M. J. Orgorzalek, "Towards Unified Analysis of Autonomous Chaotic Electronic Circuits", in *Numerical and Applied Mathematics*, Ed. W. F. Ames, pp. 303-309, 1989.

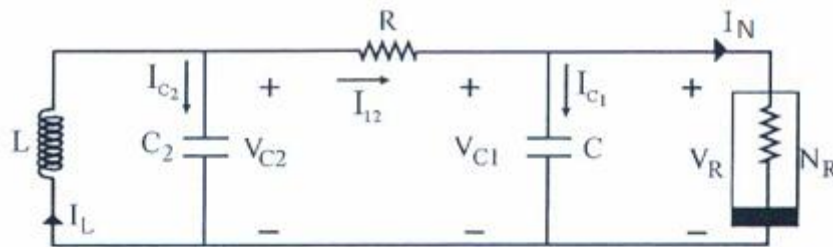
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο

ΜΕΛΕΤΗ ΤΟΥ ΚΥΚΛΩΜΑΤΟΣ ΣΗΥΑ

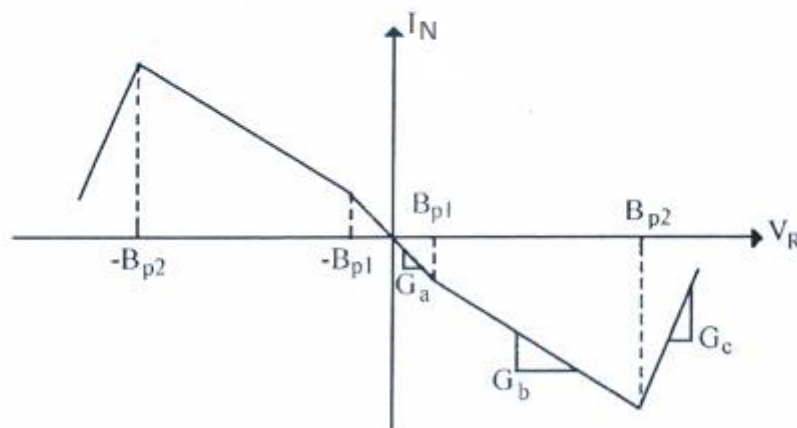


2.1 Το κύκλωμα Chua

Το κύκλωμα Chua, (σχήμα 2.1), είναι ένα μη-γραμμικό ηλεκτρικό κύκλωμα το οποίο αποτέλεσε και εξακολουθεί να αποτελεί αντικείμενο πολλών ερευνητικών δραστηριοτήτων [2.1]. Το κύκλωμα αυτό περιέχει τέσσερα γραμμικά στοιχεία, (δύο πυκνωτές, ένα πηνίο, και ένα αντιστάτη), και ένα μη-γραμμικό αντιστάτη που ονομάζεται δίοδος Chua και μπορεί να υλοποιηθεί στο εργαστήριο χρησιμοποιώντας απλά ηλεκτρονικά στοιχεία. Η χαρακτηριστική της δίοδου Chua φαίνεται στο σχήμα 2.2.



Σχ. 2.1. Το κύκλωμα Chua



Σχ. 2.2. Η χαρακτηριστική της δίοδου Chua

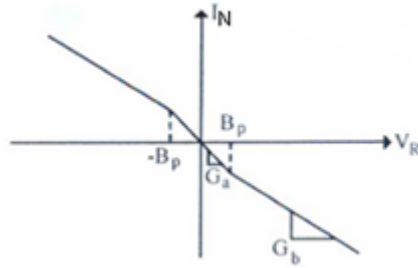
Η εξίσωση της χαρακτηριστικής είναι η ακόλουθη:

$$\begin{aligned}
 I_N = g(V_R) = g(V_{C1}) = G_c V_{C1} + \\
 + 0.5(G_a - G_b)(|V_{C1} + B_{p1}| - |V_{C1} - B_{p1}|) + \\
 + 0.5(G_b - G_c)(|V_{C1} + B_{p2}| - |V_{C1} - B_{p2}|)
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

2.2 Γέννηση του κυκλώματος

Κατά τη διάρκεια της επίσκεψης του στο Πανεπιστήμιο Kyoto της Ιαπωνίας το 1983 στο εργαστήριο του καθηγητή Matsumoto, όπου βρισκόταν σε εξέλιξη η προσπάθεια κατασκευής ενός ηλεκτρικού ανάλογου των εξισώσεων Lorentz, ο Leon Chua δέχθηκε την πρόκληση να αναπτύξει ένα ηλεκτρικό κύκλωμα, το οποίο να εμφανίζει χαοτική συμπεριφορά [2.2]. Αντιλήφθηκε, ότι τέτοιου είδους συμπεριφορά θα μπορούσε να παραχθεί σε ένα κατά τμήματα γραμμικό κύκλωμα, το οποίο θα είχε τουλάχιστον δύο ασταθή σημεία ισορροπίας, ώστε το ένα να εξασφαλίζει την διάταση (stretching) και το άλλο την αναδίπλωση (folding) των τροχιών. Με βάση αυτό το κριτήριο, ανίχνευσε συστηματικά εκείνα τα κατά τμήματα γραμμικά κυκλώματα τρίτης τάξης που περιείχαν ένα απλό μη-γραμμικό αντιστάτη ελεγχόμενο από τάση, και τα οποία θα μπορούσαν να εμφανίσουν χαοτική συμπεριφορά. Εξειδικεύοντας, ότι η χαρακτηριστική του ελεγχόμενου από τάση μη-γραμμικού αντιστάτη θα έπρεπε να επιλεγεί, ώστε να δίνει δύο ασταθή σημεία ισορροπίας, επινόησε το κύκλωμα του σχήματος 2.1, ο μη γραμμικός αντιστάτης του οποίου έχει τη χαρακτηριστική του σχήματος 2.2. Στην πράξη, επειδή η τάση στα άκρα του πυκνωτή C_1 παραμένει μικρότερη της τιμής B_p^2 γεγονός που το παίρνουμε υπόψη μας στη σχεδίαση, η χαρακτηριστική I-V εμφανίζεται συνήθως στη βιβλιογραφία με τη μορφή που φαίνεται στο σχήμα 2.3, η εξίσωση της οποίας είναι

$$\begin{aligned}
 I_R = g(V_R) = g(V_{C1}) = \\
 = G_b V_{C1} + 0.5(G_a - G_b)(|V_{C1} + B_p| - |V_{C1} - B_p|)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

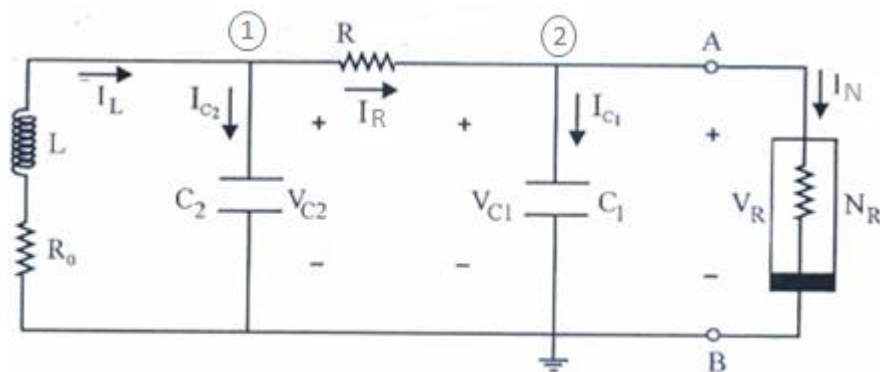


Σχήμα 2.3 Απλοποιημένη χαρακτηριστική της διόδου Chua.

Θεωρούμε ότι οι τιμές των παραμέτρων έχουν επιλεγεί έτσι, ώστε η ευθεία φορτίου, η οποία έχει κλίση ίση προς $-1/R$, να τέμνει τη χαρακτηριστική του σχήματος 2.3 σε τρία σημεία, οπότε το κύκλωμα έχει τρία σημεία ισορροπίας. Το ένα στην αρχή του συστήματος συντεταγμένων με τοπικά αρνητική αγωγιμότητα G_a , και δύο στις εξωτερικές περιοχές με τοπικά αρνητική αγωγιμότητα G_b . Και τα τρία σημεία είναι ασταθή, επειδή αντιστοιχούν σε τοπικά αρνητική αγωγιμότητα.

Η πλούσια δυναμική συμπεριφορά του κυκλώματος Chua επιβεβαιώθηκε από το πείραμα και την προσομοίωση σε υπολογιστή [2.3-2.6]. Πιο πρόσφατα, προσθέτοντας ένα γραμμικό αντιστάτη σε σειρά με το πηνίο το κύκλωμα γενικεύθηκε και ονομάστηκε **ταλαντωτής Chua** (σχήμα 2.4) [2.7-2.8].

Το κύκλωμα του ταλαντωτή Chua που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα είναι το κύκλωμα πάνω στο οποίο βασίστηκε η πειραματική μελέτη της συγκεκριμένης πτυχιακής εργασίας και το οποίο χρησιμοποιεί ένα μη-γραμμικό αντιστάτη που υλοποιεί μια κυβική συνάρτηση. Σκοπός της συγκεκριμένης πτυχιακής εργασίας είναι ο συγχρονισμός μεταξύ δύο τέτοιων κυκλωμάτων τύπου Chua.



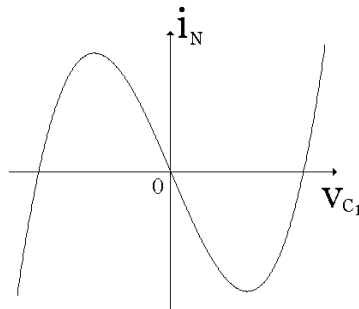
Σχ. 2.4. Το κύκλωμα του ταλαντωτή Chua

2.3 Κύκλωμα Chua με κυβική χαρακτηριστική

Η I-V χαρακτηριστική περιττής συμμετρίας, είναι δηλαδή συμμετρική ως προς την αρχή του συστήματος συντεταγμένων. Υπάρχουν ελάχιστα άρθρα στα οποία η I-V χαρακτηριστική του μη-γραμμικού αντιστάτη στα κυκλώματα Chua είναι πολυωνυμική συνάρτηση τρίτου βαθμού της μορφής :

$$i_N = -k_1 V_{C1} + k_3 V_{C1}^3 \quad (2.3)$$

όπου $k_1, k_3 > 0$. Η απουσία του όρου δευτέρου βαθμού εξασφαλίζει την περιττή συμμετρία της χαρακτηριστικής (σχήμα 2.5).



Σχήμα 2.5. Η κυβική χαρακτηριστική του μη-γραμμικού αντιστάτη, η οποία αποδίδεται από την εξίσωση $i_N = -k_1 V_{C1} + k_3 V_{C1}^3$.

2.4 Εξισώσεις που περιγράφουν τη λειτουργία του κυκλώματος Chua

Εφαρμόζοντας τους κανόνες του Kirchhoff στο κύκλωμα (σχήμα 2.4) προκύπτουν οι εξισώσεις που περιγράφουν την δυναμική συμπεριφορά του κυκλώματος Chua, ο μη – γραμμικός αντιστάτης του οποίου έχει κυβική χαρακτηριστική.

Από τον νόμο τάσεων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 V_{C2} &= V_L + V_{R0} \Rightarrow \\
 V_{C2} &= -L \frac{di_L}{dt} - i_L R_0 \Rightarrow \\
 \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L} (-V_{C2} - i_L R_0)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 i_L &= i_{C2} + i_R \Rightarrow \\
 i_L &= C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{(V_{C2} - V_{C1})}{R} \Rightarrow \\
 \frac{dV_{C2}}{dt} &= \frac{1}{C2} i_L - \frac{1}{RC_2} (V_{C2} - V_{C1})
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

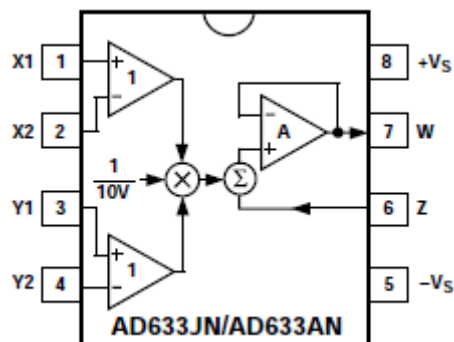
Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 i_R &= i_N + i_{C1} \Rightarrow \\
 \frac{V_{C2} - V_{C1}}{R} &= -k_1 V_{C1} + k_3 V_{C1}^3 + C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} \Rightarrow \\
 \frac{dV_{C1}}{dt} &= \frac{1}{RC_1} (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{C_1} (-k_1 V_{C1} + k_3 V_{C1}^3)
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

2.5 Εργαστηριακή Υλοποίηση του Μη-Γραμμικού Αντιστάτη

Για την υλοποίηση του μη-γραμμικού αντιστάτη απαραίτητο δομικό στοιχείο είναι ο αναλογικός πολλαπλασιαστής. Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιείται ο πολλαπλασιαστής AD633JN της Analog Devices, ο οποίος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα και υλοποιεί τη σχέση

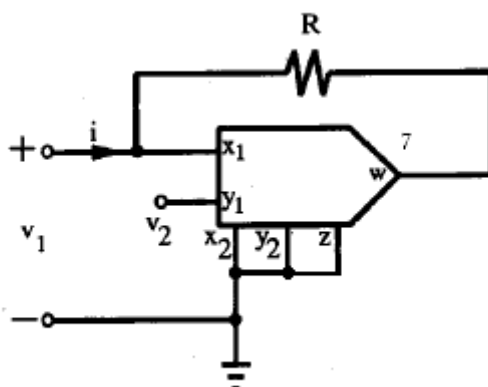
$$W = \frac{(x_1 - x_2)(y_1 - y_2)}{10V} + Z \tag{2.7}$$



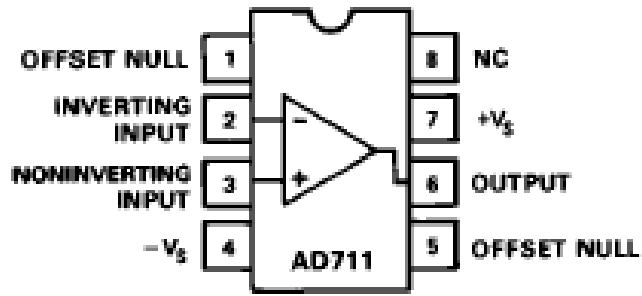
Σχήμα 2.6. Το σχηματικό διάγραμμα του ολοκληρωμένου κυκλώματος του αναλογικού πολλαπλασιαστή AD633JN σε μορφή chip.

Οι ακροδέκτες 1 – 4, καθώς και ο 6 είναι ακροδέκτες εισόδου, ο ακροδέκτης 7 είναι ο ακροδέκτης εξόδου, ενώ οι ακροδέκτες 5 και 8 είναι οι ακροδέκτες τροφοδοσίας. Συνήθως οι ακροδέκτες 2 και 4 είναι γειωμένοι, όπως φαίνεται στο κυκλωματικό διάγραμμα του σχήματος 2.6.

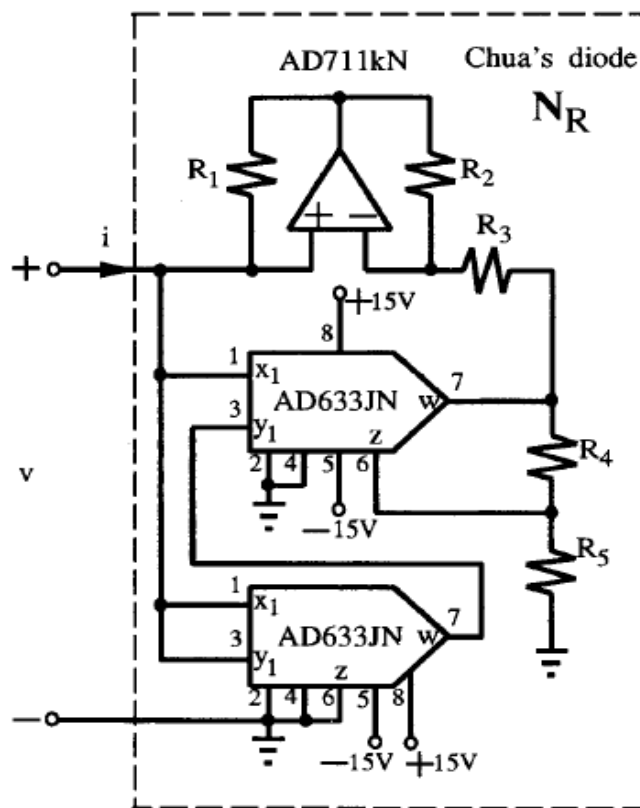
Για την εργαστηριακή υλοποίηση της κυβικής χαρακτηριστικής χρησιμοποιούμε το κύκλωμα του Zhong, [2.9] το οποίο φαίνεται στο σχήμα 2.9. Το κύκλωμα περιλαμβάνει δύο πολλαπλασιαστές AD633 (σχήμα 2.7) και ένα τελεστικό ενισχυτή AD711(σχήμα 2.8). Ο τελεστικός ενισχυτής μαζί με τους αντιστάτες R_1, R_2 και R_3 σχηματίζουν μια γραμμική αρνητική αντίσταση R_e , όταν ο τελεστικός λειτουργεί στη γραμμική περιοχή. Η αρνητική αυτή αντίσταση εξασφαλίζει τα σωστά πρόσημα των συντελεστών k_1 και k_3 .



Σχήμα 2.7. Το κυκλωματικό διάγραμμα του αναλογικού πολλαπλασιαστή AD633JN, το οποίο υλοποιεί τη συνάρτηση



Σχήμα 2.8. Το σχηματικό διάγραμμα του ολοκληρωμένου κυκλώματος του τελεστικού ενισχυτή AD711 σε μορφή chip.



Σχήμα 2.9. Το κύκλωμα της κυβικής χαρακτηριστικής $i_N = -k_1V_{c1} + k_3V_{c1}^3$ του μη-γραμμικού αντιστάτη.

Όταν $R_1 = R_2$, τότε, [2.9],

$$k_1 = \frac{1}{R_3} \quad (2.8)$$

Και

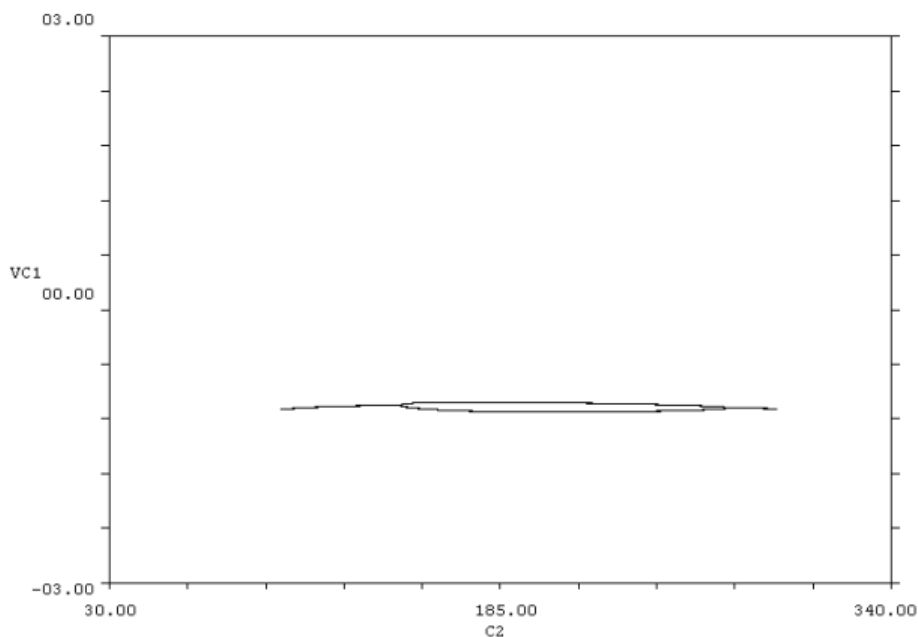
$$k_3 = \frac{R_4 + R_5}{R_3 R_4} \frac{1}{10V} \frac{1}{10V} \quad (2.9)$$

2.6 Μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς του κυκλώματος μέσω προσομοιωτή

Η μελέτη της δυναμικής συμπεριφοράς του κυκλώματος έγινε μέσω προγράμματος προσημείωσης, στη γλώσσα προγραμματισμού true basic με την οποία ελείφθησαν τα διαγράμματα διακλάδωσης και οι φασικές απεικονίσεις.

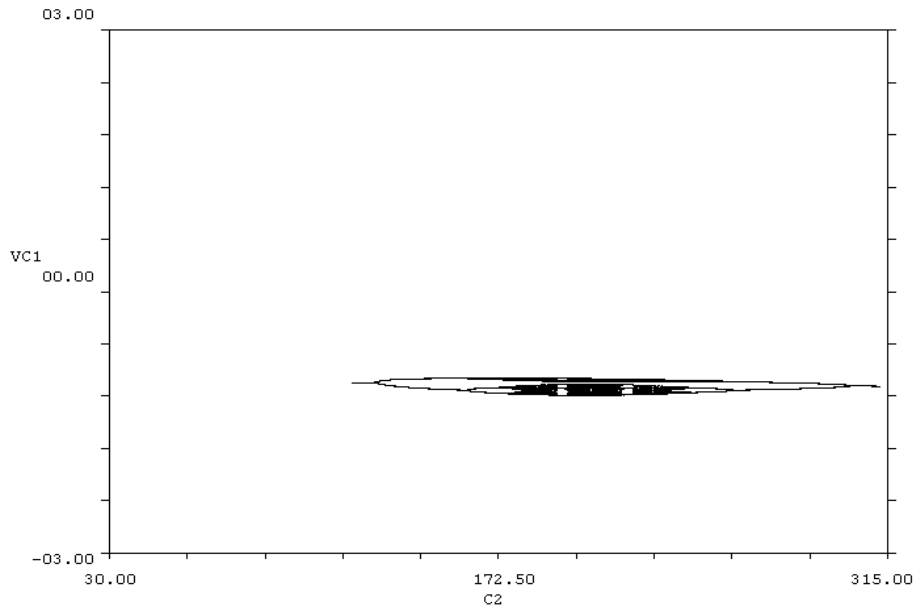
Στα διαγράμματα που ακολουθούν θα διαπιστώσουμε το πόσο εξαρτημένη είναι η λειτουργία του κυκλώματος Chua από τις αρχικές συνθήκες και πόσο μεγάλη ευαισθησία παρουσιάζει στις μεταβολές των τιμών τους.

Στο σχήμα 2.10 παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης με αρχικές συνθήκες: $k_1 = -0.5882$, $k_3 = 0.0213$, $R_0 = 30$, $R = 2\text{K}\Omega$, $L = 19.16\text{mH}$ $(V_{c1})_0 = -0,20\text{V}$, $(V_{c2})_0 = -0,15\text{V}$ και $(i_L)_0 = -0,002\text{ A}$ και αρχική τιμή $C_1 = 8,1\text{nF}$, το οποίο ονομάζεται κύρια φουσαλίδα.



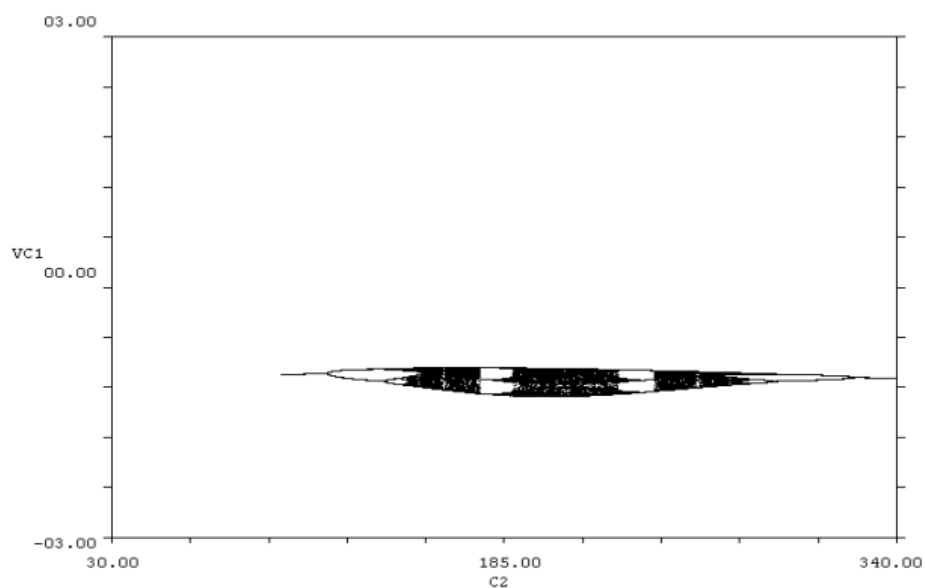
Σχήμα 2.10. Το διάγραμμα διακλάδωσης για την κύρια φουσαλίδα(P-1 →P-2 →P-1).

Στο σχήμα 2.11 που ακολουθεί κρατήσαμε τις αρχικές συνθήκες σταθερές και μειώσαμε μόνο τον C_1 , οπότε διαπιστώνουμε την διεύρυνση της αρχικής φυσαλίδας. Η κύρια φυσαλίδα έχει γίνει χαοτική φυσαλίδα περιόδου -1.

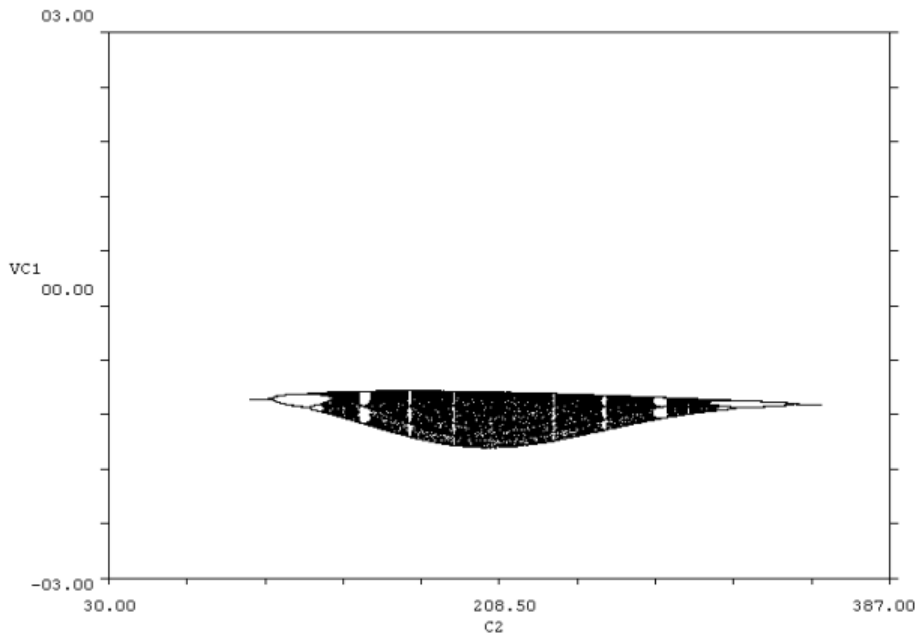


Σχήμα 2.11. Χαοτική φυσαλίδα περιόδου -1 για $C_1 = 8\text{nF}$.

Στα σχήματα 2.12, 2.13 που ακολουθούν διατηρούμε όλες τις αρχικές συνθήκες σταθερές και μειώνουμε την χωρητικότητα του C_1 αυξάνοντας την πολυπλοκότητα της δυναμικής συμπεριφοράς και εμφανίζονται χαοτικές καταστάσεις και οι φυσαλίδες είναι πλέον χαοτικές.

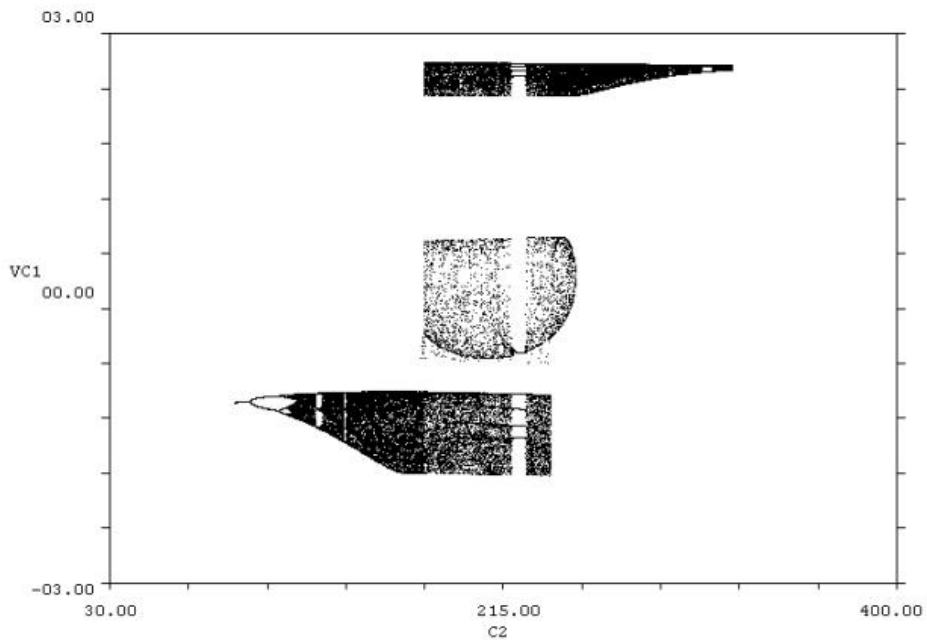


Σχήμα 2.12. Χαοτική φυσαλίδα περιόδου -1 για $C_1 = 7.9\text{nF}$.



Σχήμα 2.13. Χαοτική φουσαλίδα περιόδου -1 για $C_1 = 7.8\text{nF}$

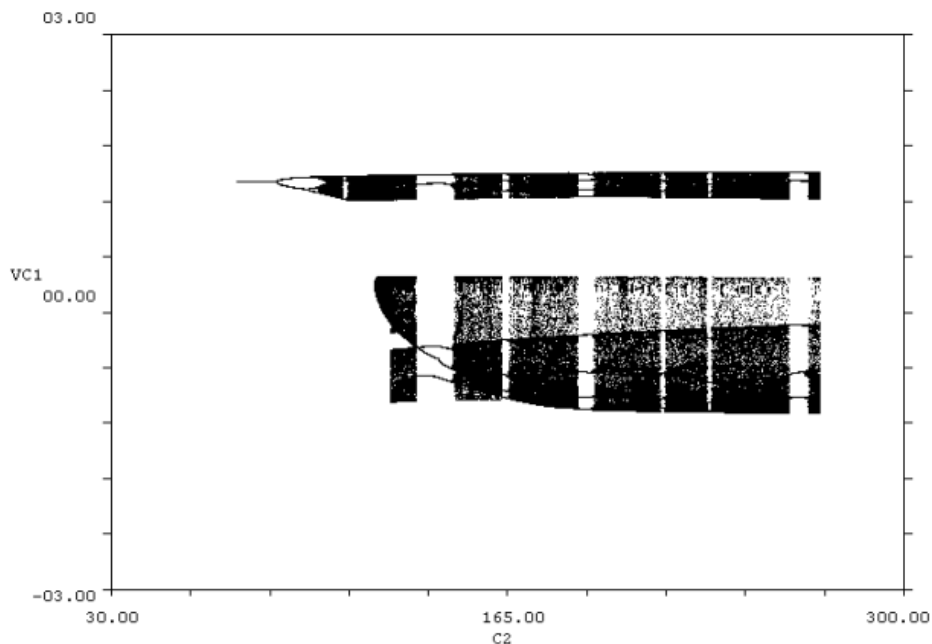
Για μικρότερες τιμές χωρητικότητας C_1 , το σύστημα παρουσιάζει απότομη διεύρυνση του χαοτικού ελκυστή (σχήμα 2.14). Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται συνοριακή κρίση.



Σχήμα 2.14. Διάγραμμα διακλάδωσης για $C_1 = 7,7\text{nF}$. Η φουσαλίδα έχει πλέον καταστραφεί.

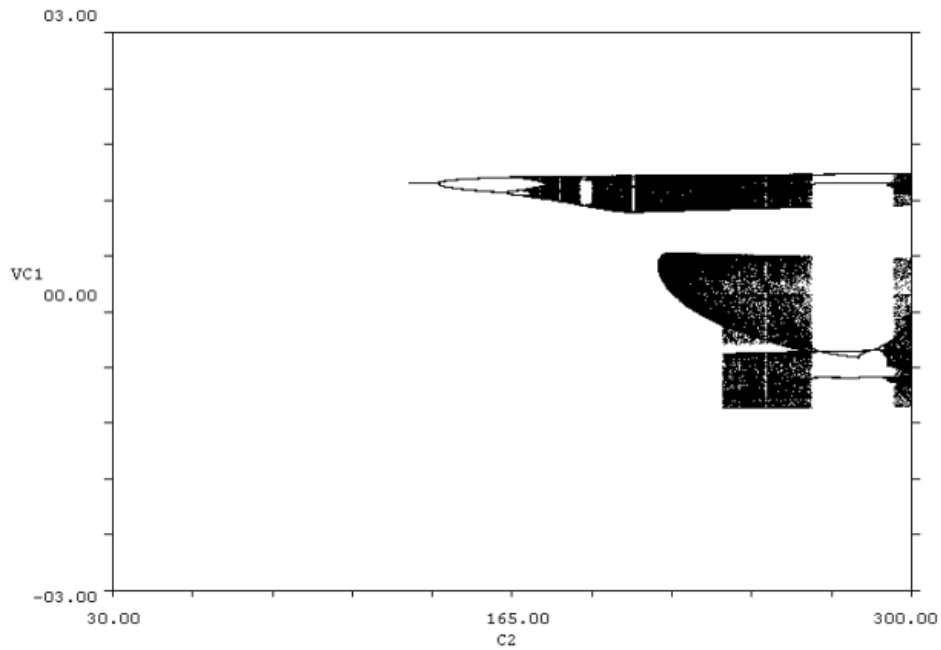
Στα επόμενα τρία διαγράμματα διακλάδωσης ακολουθήσαμε την ίδια διαδικασία με παραπάνω κρατώντας σταθερές τις αρχικές συνθήκες και μεταβάλαμε μόνο την τιμή του C_1 . Οι αρχικές συνθήκες για τα σχήματα (2.15-2.17) είναι: $R=2K\Omega$, $L_1=20mH$, $C_1=7nF$, $k_1=-0.5263$, $k_3=0.0228$ και $R_0=20\Omega$.

Το σχήμα 2.15 για $C_2=73nF \rightarrow C_2=92nF$ παρουσίασε περιοδικότητα μιας συχνότητας, για $C_2=92nF \rightarrow C_2=99nF$ διπλασιασμό της συχνότητας, για $C_2=99nF \rightarrow C_2=105nF$ τετραπλασιασμό της συχνότητας, για $C_2=105nF \rightarrow C_2=111nF$ έχουμε μονό χαοτικό ελκυστή, για $C_2=111nF \rightarrow C_2=115nF$ έχουμε περιοδικότητα με τρεις συχνότητες, $C_2=115nF \rightarrow C_2=138nF$ παρουσίασε διπλό χαοτικό ελκυστή.



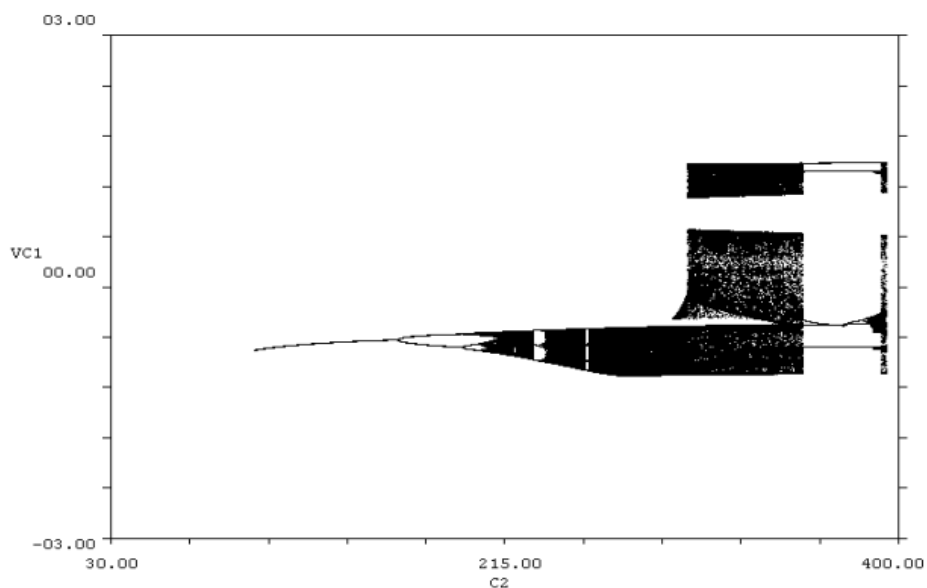
Σχήμα 2.15. Διάγραμμα διακλάδωσης για $C_1=7nF$.

Το σχήμα 2.16 για $C_2=130nF \rightarrow C_2=138nF$ παρουσίασε περιοδικότητα μιας συχνότητας, για $C_2=138nF \rightarrow C_2=150nF$ διπλασιασμό της συχνότητας, για $C_2=150nF \rightarrow C_2=166nF$ τετραπλασιασμό της συχνότητας, για $C_2=166nF \rightarrow C_2=175nF$ έχουμε μονό χαοτικό ελκυστή, για $C_2=175nF \rightarrow C_2=185nF$ έχουμε περιοδικότητα με τρεις συχνότητες, $C_2=218nF \rightarrow C_2=265nF$ παρουσίασε διπλό χαοτικό ελκυστή.



Σχήμα 2.16. Διάγραμμα διακλάδωσης για $C_1=7.6\text{nF}$.

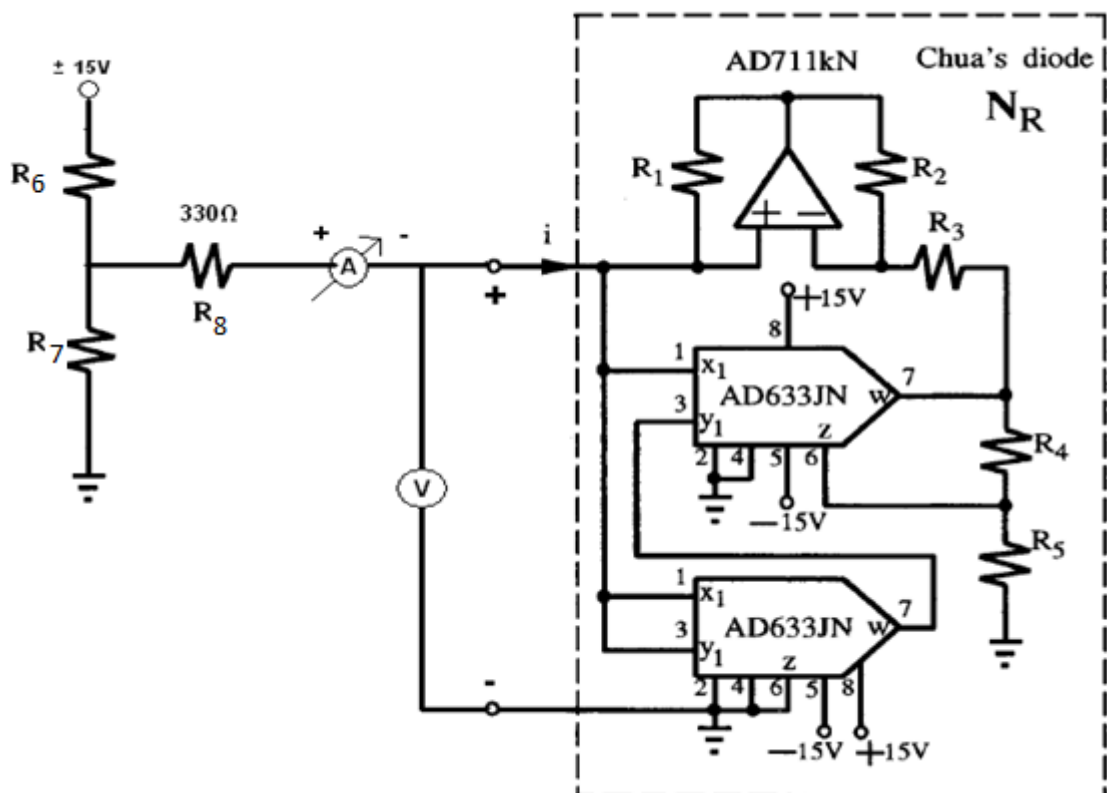
Το σχήμα 2.17 για $C_2=97.5\text{nF} \rightarrow C_2=160\text{nF}$ παρουσίασε περιοδικότητα μιας συχνότητας, για $C_2=160\text{nF} \rightarrow C_2=180\text{nF}$ διπλασιασμό της συχνότητας, για $C_2=180\text{nF} \rightarrow C_2=215\text{nF}$ τετραπλασιασμό της συχνότητας, για $C_2=215\text{nF} \rightarrow C_2=233\text{nF}$ έχουμε μονό χαοτικό ελκυστή, για $C_2=233\text{nF} \rightarrow C_2=241.7\text{nF}$ έχουμε περιοδικότητα με τρεις συχνότητες, $C_2=290\text{nF} \rightarrow C_2=357\text{nF}$ παρουσίασε διπλό χαοτικό ελκυστή.



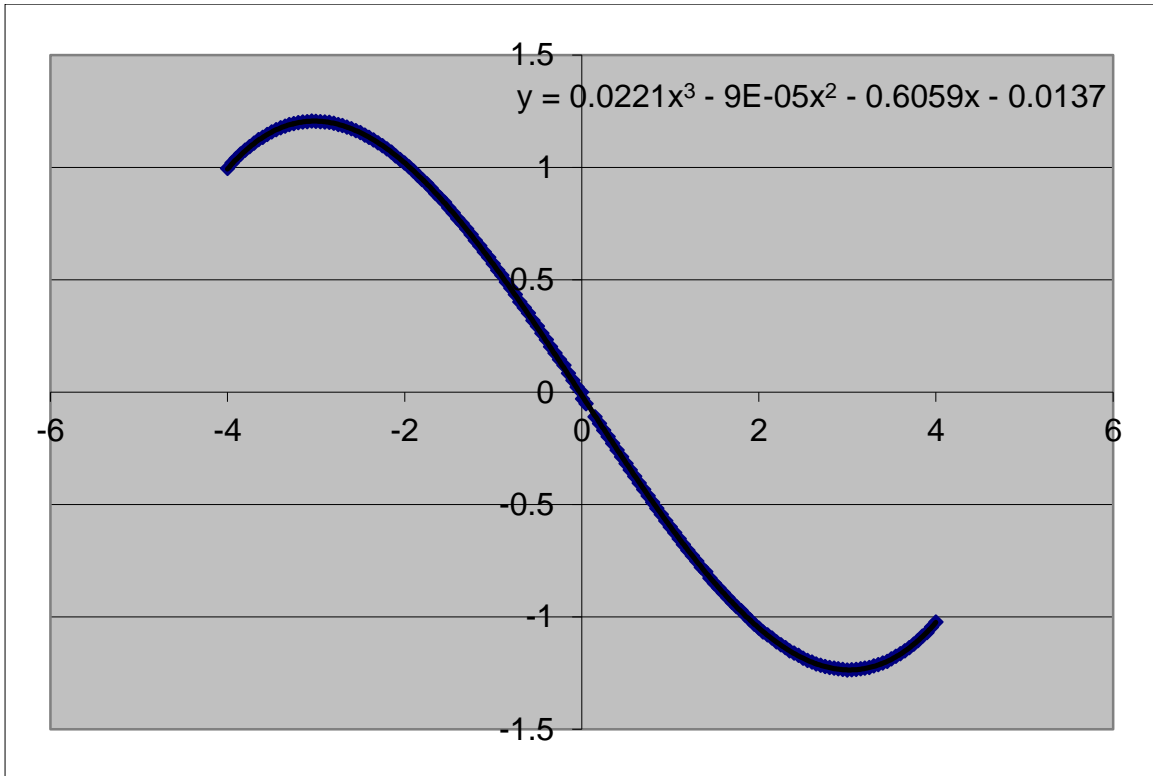
Σχήμα 2.17. Διάγραμμα διακλάδωσης για $C_1=7.8\text{nF}$

2.7 Αποτελέσματα Πειραματικής Μελέτης της Δυναμικής Συμπεριφοράς του Κυκλώματος

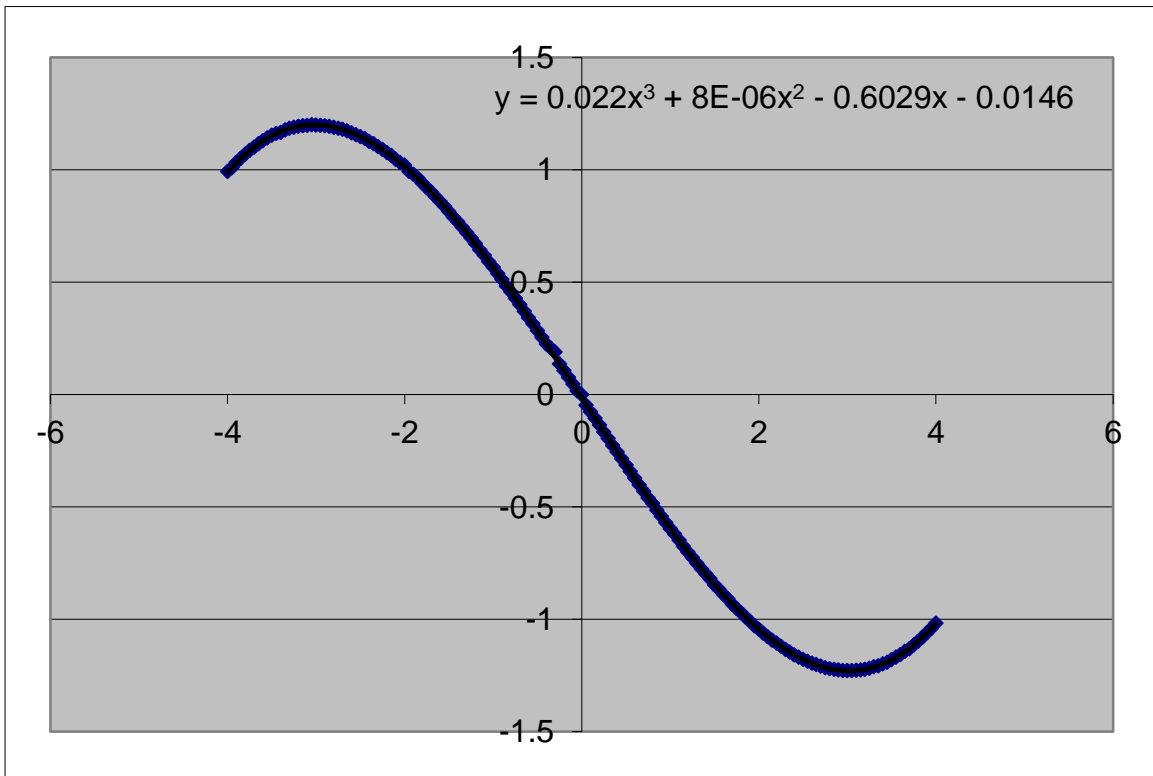
Κατά την πειραματική διαδικασία κατασκευάστηκε το μη γραμμικό στοιχείο του σχήματος 2.18 χρησιμοποιώντας τις ακόλουθες τιμές στοιχείων: $R_1 = R_2 = 2K\Omega$, $R_3 = 1.671K\Omega$, $R_4 = 3.01K\Omega$, $R_5 = 7.887K\Omega$ και $C_1 = 7.4nF$, οι οποίες σύμφωνα με τις σχέσεις (2.8),(2.9) μας δίνουν τιμές παραμέτρων $k_1 = 0.598mS$, $k_3 = 0.0252mS/V^2$. Κάνοντας την συνδεσμολογία του σχήματος 2.18 και έχοντας τον διαιρέτη τάσης στα +15V μεταβάλαμε την τάση από 0V έως 4V με βήμα 0,05V και καταγράψαμε τις τιμές της έντασης του ρεύματος που μας έδειχνε το αμπερόμετρο. Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία καταγράψαμε τις τιμές της έντασης του ρεύματος έχοντας τον διαιρέτη τάσης στα -15V. Οι πίνακες (1.1),(1.2) με τις μετρήσεις που καταγράφηκαν παρουσιάζονται παρακάτω, όπως και τα δύο διαγράμματα των χαρακτηριστικών V-I (σχήματα 2.19,2.20) των δυο μη-γραμμικών στοιχείων που κατασκευαστήκαν, στα οποία μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι συμπίπτουν με την ιδανική χαρακτηριστική (σχήμα 2.5)



Σχήμα 2.18. Το κύκλωμα της κυβικής χαρακτηριστικής $i_N = -k_1 v_{C1} + k_3 v_{C1}^3$ του γραμμικού αντιστάτη.



Σχήμα 2.19. Χαρακτηριστική I-V του μη-γραμμικού στοιχείου που προέκυψε από τις πειραματικές μετρήσεις



Σχήμα 2.20. Χαρακτηριστική I-V του μη-γραμμικού στοιχείου που προέκυψε από τις πειραματικές μετρήσεις.

Στους πίνακες 1.1 και 1.2 που ακολουθούν παρουσιάζονται οι μετρήσεις των διαγραμμάτων 2.19 και 2.20 αντίστοιχα

Πίνακας 1.1

V(V)	I(mA)	V(V)	I(mA)	V(V)	I(mA)	V(V)	I(mA)
-4	0,996	-2	1,019	0	0	2	-1,05
-3,95	1,019	-1,95	1,002	0,05	-0,051	2,05	-1,067
-3,9	1,04	-1,9	0,984	0,01	-0,03	2,1	-1,08
-3,85	1,06	-1,85	0,964	0,15	-0,11	2,15	-1,095
-3,8	1,077	-1,8	0,946	0,2	-0,14	2,2	-1,111
-3,75	1,093	-1,75	0,928	0,25	-0,17	2,25	-1,125
-3,7	1,108	-1,7	0,907	0,3	-0,198	2,3	-1,137
-3,65	1,123	-1,65	0,885	0,35	-0,229	2,35	-1,151
-3,6	1,133	-1,6	0,864	0,4	-0,258	2,4	-1,162
-3,55	1,147	-1,55	0,844	0,45	-0,288	2,45	-1,172
-3,5	1,158	-1,5	0,82	0,5	-0,318	2,5	-1,185
-3,45	1,168	-1,45	0,797	0,55	-0,346	2,55	-1,194
-3,4	1,176	-1,4	0,772	0,6	-0,375	2,6	-1,202
-3,35	1,184	-1,35	0,75	0,65	-0,405	2,65	-1,21
-3,3	1,19	-1,3	0,726	0,7	-0,434	2,7	-1,215
-3,25	1,195	-1,25	0,7	0,75	-0,462	2,75	-1,221
-3,2	1,199	-1,2	0,675	0,8	-0,49	2,8	-1,226
-3,15	1,202	-1,15	0,65	0,85	-0,517	2,85	-1,229
-3,1	1,204	-1,1	0,623	0,9	-0,545	2,9	-1,232
-3,05	1,206	-1,05	0,599	0,95	-0,573	2,95	-1,234
-3	1,205	-1	0,571	1	-0,6	3	-1,237
-2,95	1,204	-0,95	0,543	1,05	-0,626	3,05	-1,235
-2,9	1,202	-0,9	0,52	1,1	-0,653	3,1	-1,234
-2,85	1,2	-0,85	0,49	1,15	-0,679	3,15	-1,232
-2,8	1,196	-0,8	0,463	1,2	-0,704	3,2	-1,229
-2,75	1,19	-0,75	0,434	1,25	-0,729	3,25	-1,225
-2,7	1,186	-0,7	0,402	1,3	-0,753	3,3	-1,219
-2,65	1,179	-0,65	0,376	1,35	-0,78	3,35	-1,213
-2,6	1,172	-0,6	0,352	1,4	-0,799	3,4	-1,205
-2,55	1,163	-0,55	0,319	1,45	-0,828	3,45	-1,198
-2,5	1,155	-0,5	0,293	1,5	-0,851	3,5	-1,187
-2,45	1,144	-0,45	0,262	1,55	-0,872	3,55	-1,176
-2,4	1,133	-0,4	0,233	1,6	-0,893	3,6	-1,165
-2,35	1,122	-0,35	0,202	1,65	-0,915	3,65	-1,151
-2,3	1,11	-0,3	0,173	1,7	-0,936	3,7	-1,138
-2,25	1,097	-0,25	0,145	1,75	-0,955	3,75	-1,122
-2,2	1,083	-0,2	0,119	1,8	-0,972	3,8	-1,106
-2,15	1,068	-0,15	0,084	1,85	-0,993	3,85	-1,086
-2,1	1,051	-0,1	0,053	1,9	-1,013	3,9	-1,07
-2,05	1,035	-0,05	0,023	1,95	-1,033	3,95	-1,046

Πίνακας 1.2

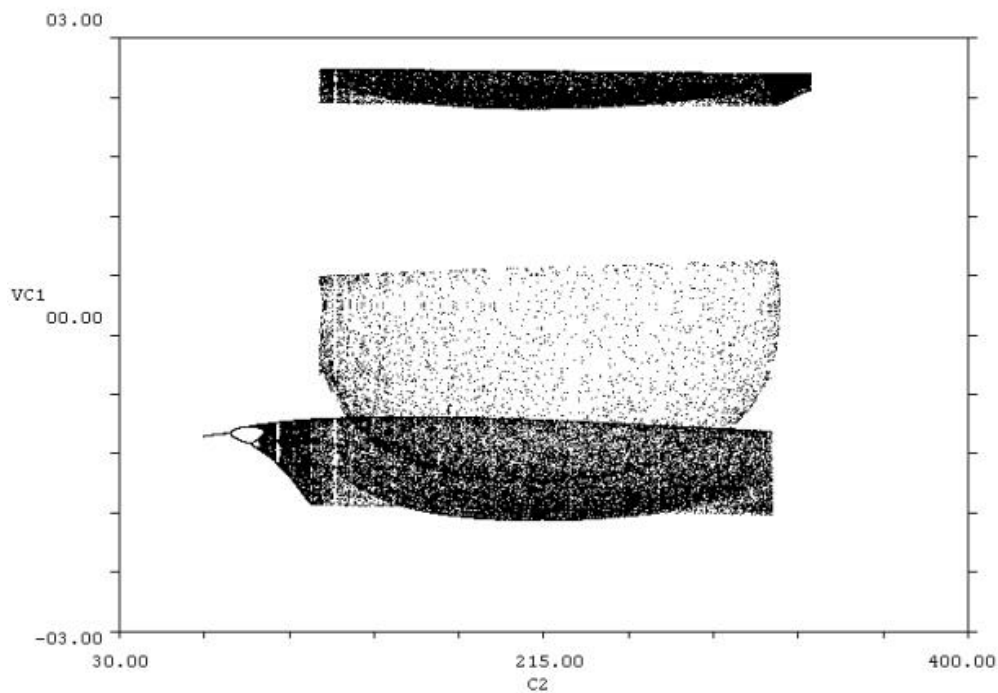
V(V)	I(mA)	V(V)	I(mA)	V(V)	I(mA)	V(V)	I(mA)
-4	0,993	-2	1,021	0	0	2	-1,045
-3,95	1,01	-1,95	0,992	0,05	-0,047	2,05	-1,062
-3,9	1,033	-1,9	0,98	0,1	-0,077	2,1	-1,077
-3,85	1,051	-1,85	0,962	0,15	-0,106	2,15	-1,093
-3,8	1,07	-1,8	0,941	0,2	-0,136	2,2	-1,106
-3,75	1,087	-1,75	0,922	0,25	-0,167	2,25	-1,12
-3,7	1,101	-1,7	0,901	0,3	-0,196	2,3	-1,134
-3,65	1,116	-1,65	0,88	0,35	-0,227	2,35	-1,146
-3,6	1,13	-1,6	0,859	0,4	-0,255	2,4	-1,158
-3,55	1,142	-1,55	0,838	0,45	-0,285	2,45	-1,169
-3,5	1,153	-1,5	0,815	0,5	-0,314	2,5	-1,178
-3,45	1,162	-1,45	0,79	0,55	-0,343	2,55	-1,187
-3,4	1,166	-1,4	0,769	0,6	-0,372	2,6	-1,195
-3,35	1,178	-1,35	0,744	0,65	-0,402	2,65	-1,202
-3,3	1,185	-1,3	0,72	0,7	-0,43	2,7	-1,209
-3,25	1,189	-1,25	0,696	0,75	-0,46	2,75	-1,215
-3,2	1,193	-1,2	0,672	0,8	-0,485	2,8	-1,22
-3,15	1,196	-1,15	0,644	0,85	-0,515	2,85	-1,223
-3,1	1,198	-1,1	0,619	0,9	-0,542	2,9	-1,226
-3,05	1,2	-1,05	0,591	0,95	-0,57	2,95	-1,228
-3	1,199	-1	0,566	1	-0,597	3	-1,229
-2,95	1,198	-0,95	0,538	1,05	-0,622	3,05	-1,228
-2,9	1,196	-0,9	0,512	1,1	-0,648	3,1	-1,227
-2,85	1,194	-0,85	0,483	1,15	-0,675	3,15	-1,225
-2,8	1,189	-0,8	0,457	1,2	-0,702	3,2	-1,223
-2,75	1,185	-0,75	0,428	1,25	-0,726	3,25	-1,218
-2,7	1,181	-0,7	0,4	1,3	-0,751	3,3	-1,212
-2,65	1,173	-0,65	0,37	1,35	-0,776	3,35	-1,207
-2,6	1,165	-0,6	0,342	1,4	-0,798	3,4	-1,199
-2,55	1,157	-0,55	0,314	1,45	-0,82	3,45	-1,192
-2,5	1,148	-0,5	0,284	1,5	-0,846	3,5	-1,18
-2,45	1,139	-0,45	0,254	1,55	-0,866	3,55	-1,169
-2,4	1,127	-0,4	0,224	1,6	-0,889	3,6	-1,157
-2,35	1,116	-0,35	0,207	1,65	-0,91	3,65	-1,143
-2,3	1,104	-0,3	0,189	2	-0,934	3,7	-1,132
-2,25	1,091	-0,25	0,137	1,75	-0,952	3,75	-1,114
-2,2	1,077	-0,2	0,106	1,8	-0,97	3,8	-1,099
-2,15	1,064	-0,15	0,077	1,85	-0,99	3,85	-1,08
-2,1	1,047	-0,1	0,046	1,9	-1,009	3,9	-1,06
-2,05	1,033	-0,05	0,017	1,95	-1,029	3,95	-1,04

Αν και πλησιάζουμε αρκετά κοντά στην ιδανική χαρακτηριστική έχουμε μια μικρή απόκλιση στις παραμέτρους k_1 και k_3 όπου θεωρητικά είχαμε $k_1=0.598\text{mS}$, $k_3=0.0252\text{mS/V}^2$ και πειραματικά πήραμε $k_1=0.606\text{mS}$, $k_3=0.0221\text{mS/V}^2$ (σχήμα2.19) και $k_1=0.6029\text{mS}$, $k_3=0.022\text{mS/V}^2$ (σχήμα 2.20).Κάτι το οποίο είναι πολύ λογικό μιας και είναι σχεδόν αδύνατον να πετύχουμε πειραματικά εκατό τις εκατό τα ιδανικά αποτελέσματα και αυτό οφείλεται είτε

σε κατασκευαστικούς λόγους, είτε σε απώλειες λόγο θορύβου, είτε σε έλλειψη ακρίβειας των οργάνων και των υλικών που χρησιμοποιήθηκαν.

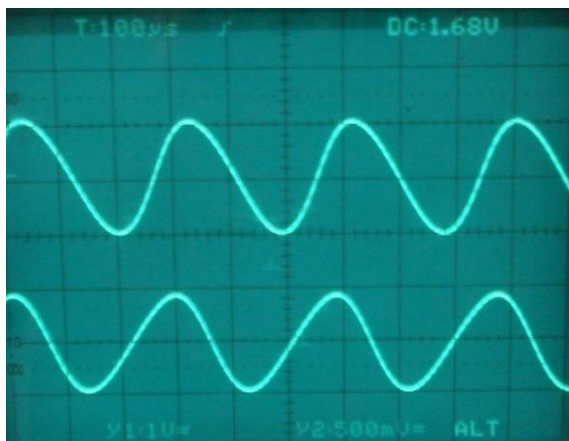
2.8 Φασικές Απεικονίσεις και Χρονοσειρές των Σημάτων

Στο σχήμα 2.21 παρουσιάζεται το διάγραμμα διακλάδωσης όπως προέκυψε από το πρόγραμμα προσημείωσης χρησιμοποιώντας για τις παραμέτρους k_1, k_3 τις πειραματικές τιμές που πήραμε από το διάγραμμα I-V (σχήμα 2.18) του μη - γραμμικού αντιστάτη.

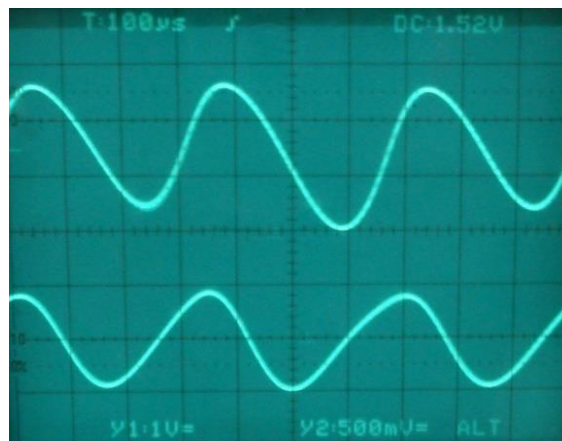


Σχήμα 2.21. Το διάγραμμα διακλάδωσης για $k_1=0.606\text{mS}$, $k_3=0.022\text{mS/V}^2$

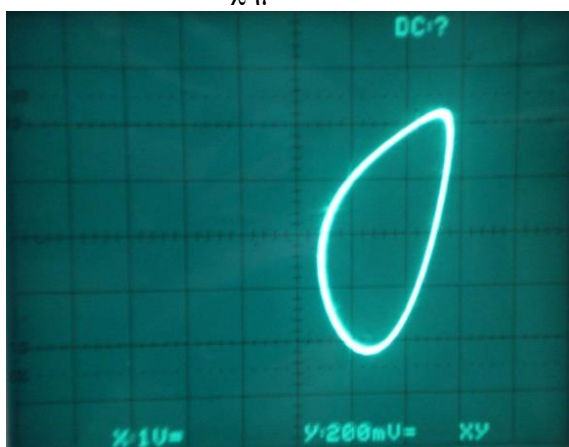
Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται οι χρονοσειρές των σημάτων και οι φασικές απεικονίσεις τους που προέκυψαν στην πειραματική διαδικασία, όπου βασίζονται στις αρχικές συνθήκες του παραπάνω διαγράμματος διακλάδωσης (σχήμα 2.21) το οποίο έχει $R_1 = R_2 = 2\text{K}\Omega$, $R_3 = 1.671\text{K}\Omega$, $R_4 = 3.01\text{K}\Omega$, $R_5 = 7.887\text{K}\Omega$ και $C_1 = 7.4\text{nF}$, οι οποίες σύμφωνα με τις σχέσεις (2.8),(2.9) μας δίνουν τιμές παραμέτρων $k_1=0.598\text{mS}$, $k_3=0.0252\text{mS/V}^2$.



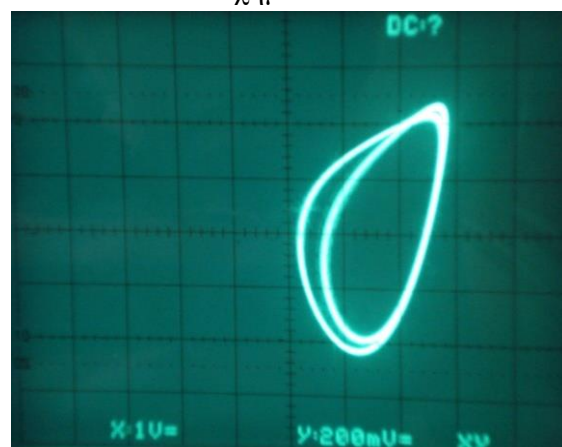
Σχήμα 2.22



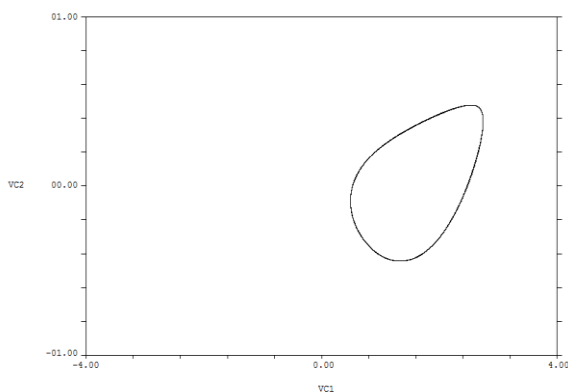
Σχήμα 2.25



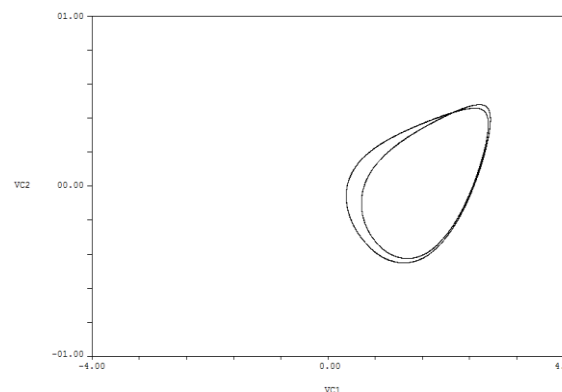
Σχήμα 2.23



Σχήμα 2.26



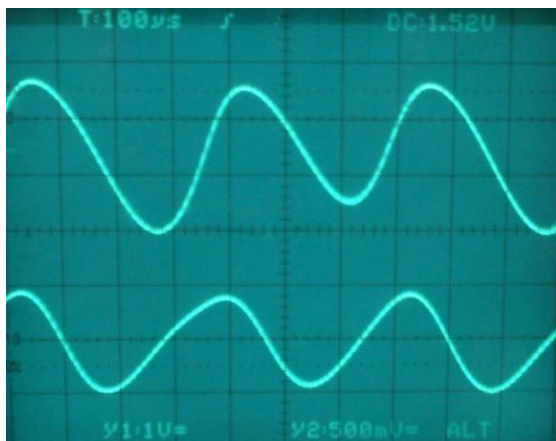
Σχήμα 2.24



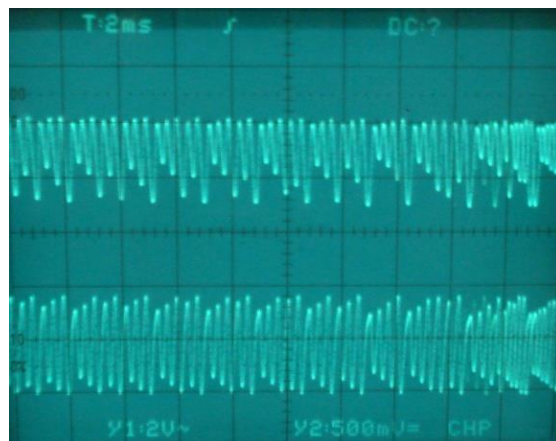
Σχήμα 2.27

Σχήμα 2.22. Χρονοσειρά για $C_2=55.5\text{nF}$.
 Σχήμα 2.23. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=55.5\text{nF}$. Οριακός κύκλος περιόδου 1.
 Σχήμα 2.24. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=55\text{nF}$. Οριακός κύκλος περιόδου 1.

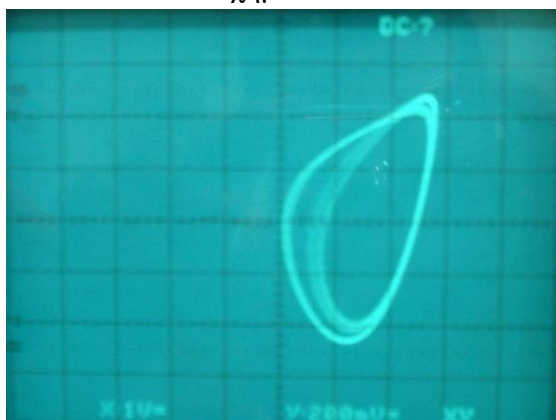
Σχήμα 2.25. Χρονοσειρά για $C_2=59.7\text{nF}$.
 Σχήμα 2.26. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=59.7\text{nF}$. Η αναδίπλωση του οριακού κύκλου μας οδηγεί σε διπλασιασμό της περιόδου.
 Σχήμα 2.27. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=59.7\text{nF}$. Οριακός κύκλος περιόδου 2.



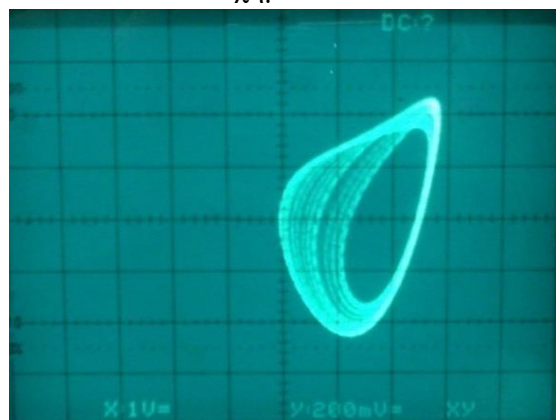
Σχήμα 2.28



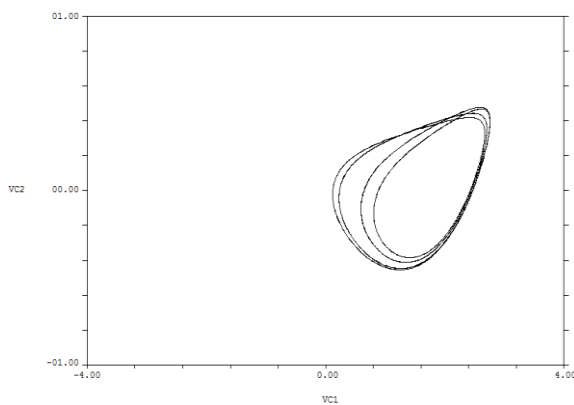
Σχήμα 2.31



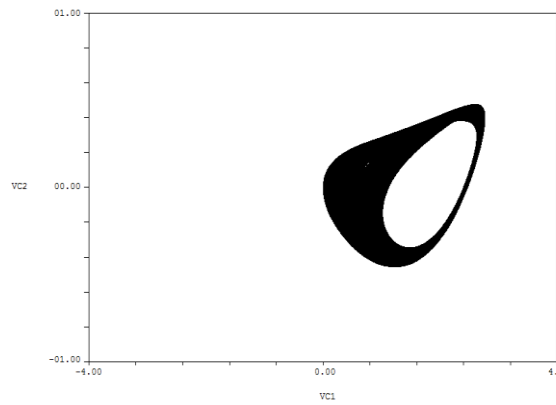
Σχήμα 2.29



Σχήμα 2.32



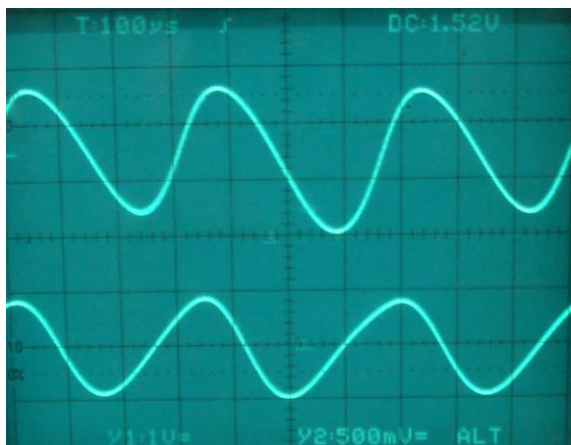
Σχήμα 2.30



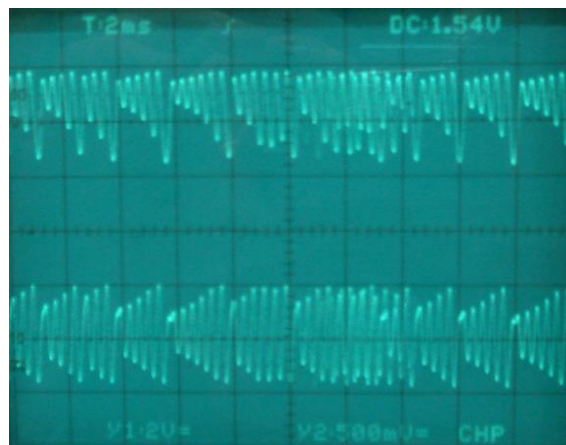
Σχήμα 2.33

Σχήμα 2.28. Χρονοσειρά για $C_2=64.6\text{nF}$.
 Σχήμα 2.29. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=64.6\text{nF}$. Έχουμε τετραπλασιασμό της αρχικής περιόδου.
 Σχήμα 2.30. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=64\text{nF}$. Οριακός κύκλος περιόδου 4.

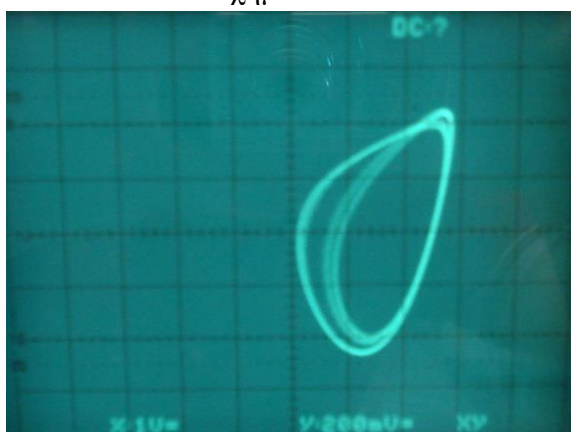
Σχήμα 2.31. Χρονοσειρά για $C_2=67.3\text{nF}$.
 Σχήμα 2.32. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=67.3\text{nF}$. Η κυματομορφή δεν είναι πλέον περιοδική. Έχουμε οδηγηθεί σε χαοτικό μονό σπειροειδή ελκυστή.
 Σχήμα 2.33. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=68\text{nF}$. Απλώς χαοτικός σπειροειδής ελκυστής.



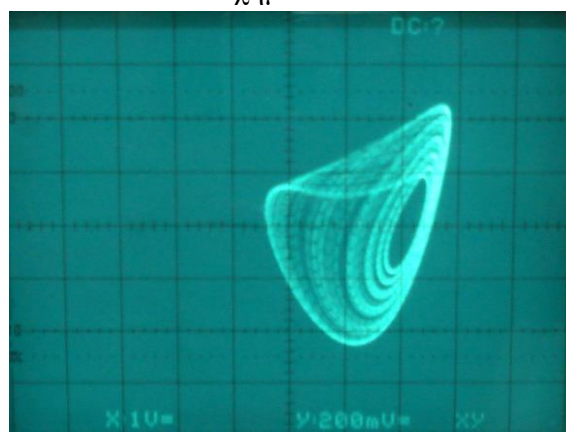
Σχήμα 2.34



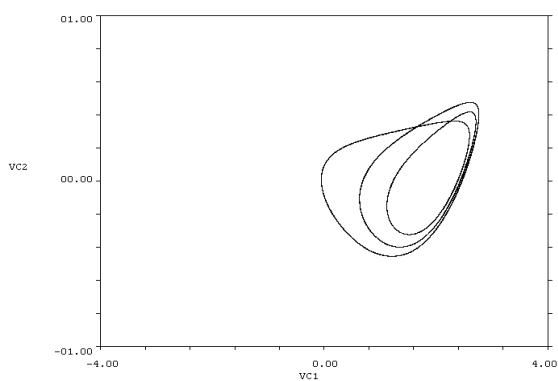
Σχήμα 2.37



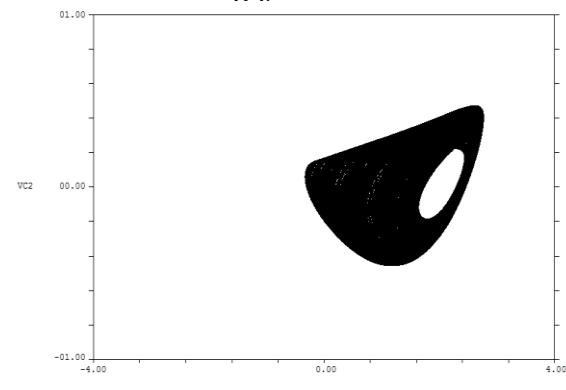
Σχήμα 2.35



Σχήμα 2.38



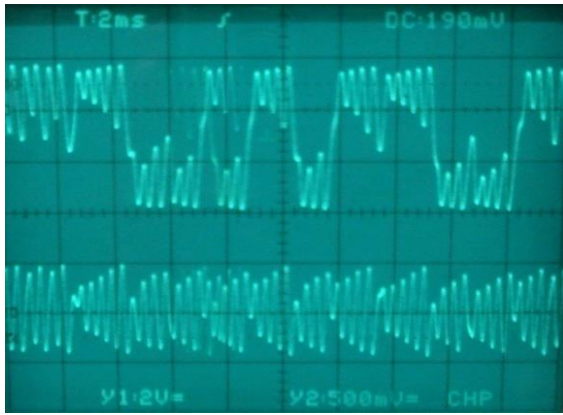
Σχήμα 2.36



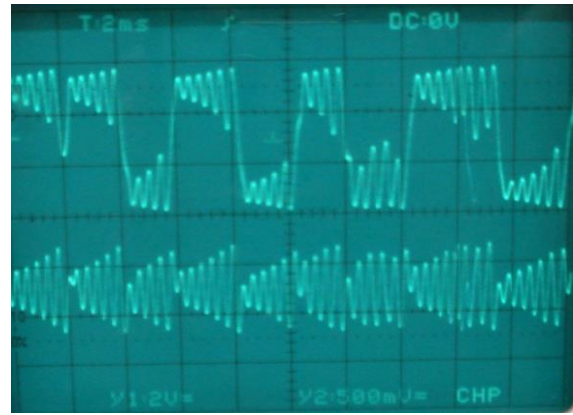
Σχήμα 2.39

Σχήμα 2.34. Χρονοσειρά για $C_2=68.1\text{nF}$.
 Σχήμα 2.35. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=68.1\text{nF}$, όπου εμφανίζεται ξανά περιοδική συμπεριφορά με περίοδο τρία.
 Σχήμα 2.36. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=68.5\text{nF}$. Οριακός κύκλος περιόδου τρία.

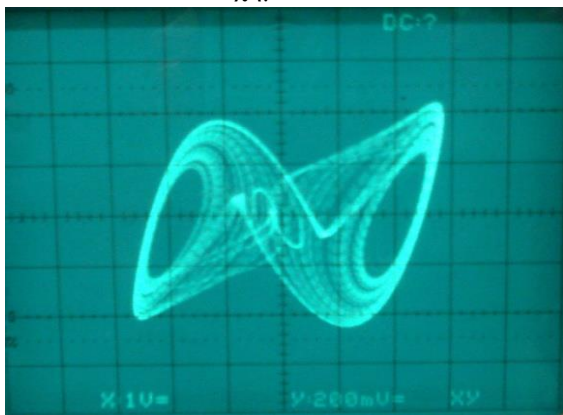
Σχήμα 2.37. Χρονοσειρά για $C_2=73.8\text{nF}$.
 Σχήμα 2.38. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με για $C_2=73.8\text{nF}$ όπου εμφανίζεται και πάλι μια μη περιοδική συμπεριφορά. Ο ελκυστής παραμένει απλός σπειροειδής.
 Σχήμα 2.39. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=73.1\text{nF}$. Απλός χαοτικός σπειροειδής ελκυστής.



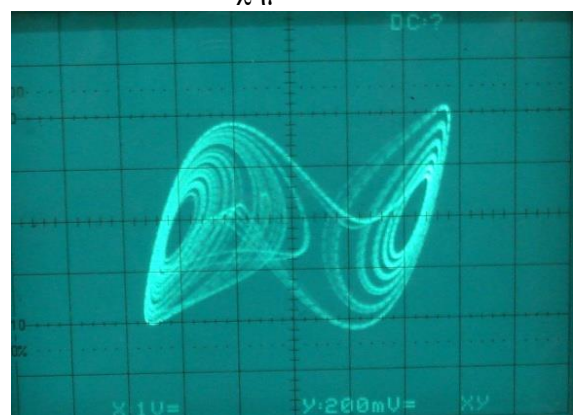
Σχήμα 2.40



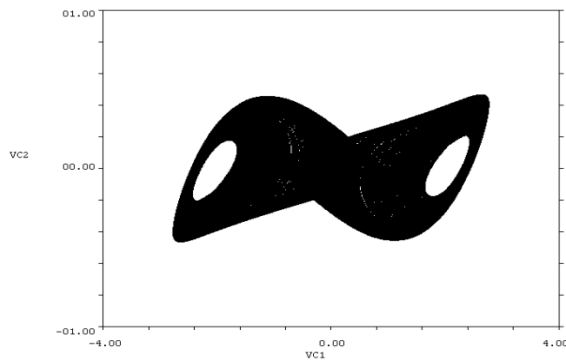
Σχήμα 2.43



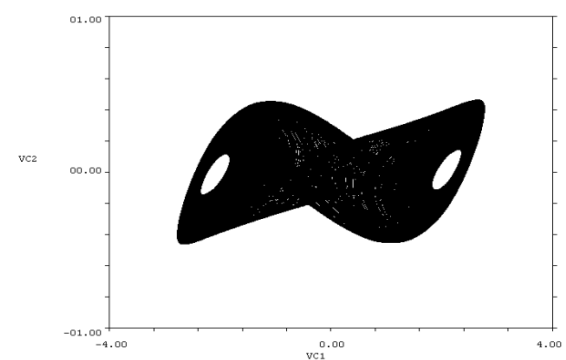
Σχήμα 2.41



Σχήμα 2.44



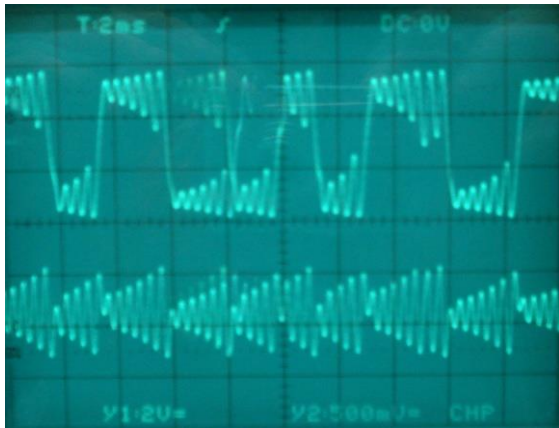
Σχήμα 2.42



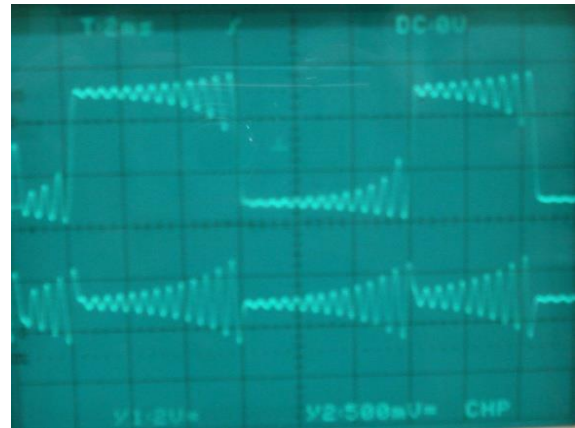
Σχήμα 2.45

Σχήμα 2.40. Χρονοσειρά για $C_2=85.6\text{nF}$.
 Σχήμα 2.41. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με για $C_2=85.6\text{nF}$, όπου ο ελκυστής από απλός σπειροειδής έχει γίνει διπλός σπειροειδής. Ο ταλαντωτής έχει πλέον την απαραίτητη ενέργεια ώστε να διαγράφει τροχιές γύρο από δυο σημεία ισορροπίας.
 Σχήμα 2.42. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=85\text{nF}$. Διπλός σπειροειδής ελκυστής.

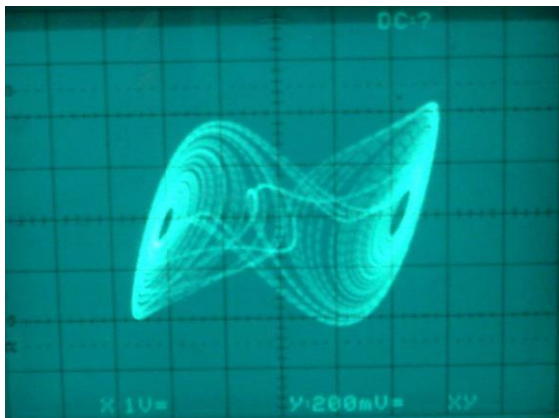
Σχήμα 2.43. Χρονοσειρά για $C_2=90.8\text{nF}$.
 Σχήμα 2.44. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με για $C_2=90.8\text{nF}$, όπου παρατηρούμε ότι το μέγεθος του διπλού ελκυστή μειώνεται. Η συρρίκνωση αυτή κάνει τα δυο σημεία ισορροπίας να πλησιάζουν το μηδέν.
 Σχήμα 2.45. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=90\text{nF}$. Διπλός σπειροειδής ελκυστής.



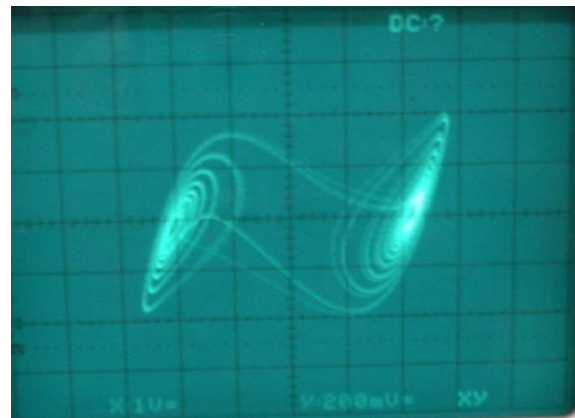
Σχήμα 2.46



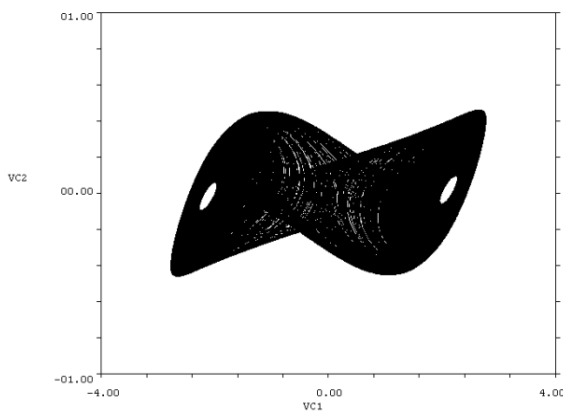
Σχήμα 2.49



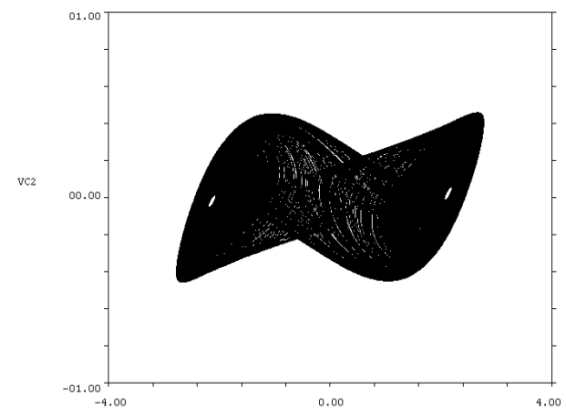
Σχήμα 2.47



Σχήμα 2.50



Σχήμα 2.48



Σχήμα 2.51

Σχήμα 2.46. Χρονοσειρά για $C_2=95.4\text{nF}$.
 Σχήμα 2.47. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=95.4\text{nF}$, όπου παρατηρούμε ότι η συνεχής αύξηση του C_2 οδηγεί τον διπλό σπειροειδή ελκυστή σε μεγαλύτερη συρρίκνωση.
 Σχήμα 2.48. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=95\text{nF}$. Διπλός σπειροειδής ελκυστής.

Σχήμα 2.49. Χρονοσειρά για $C_2=100.9\text{nF}$.
 Σχήμα 2.50. Πειραματικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=100.9\text{nF}$, όπου παρατηρούμε ότι η συρρίκνωση του διπλού ελκυστή έχει φτάσει σε οριακό σημείο.
 Σχήμα 2.51. Θεωρητικό φασικό πορτρέτο του V_{C1} με V_{C2} για $C_2=100\text{nF}$. Διπλός σπειροειδής ελκυστής.

2.9 Συμπεράσματα

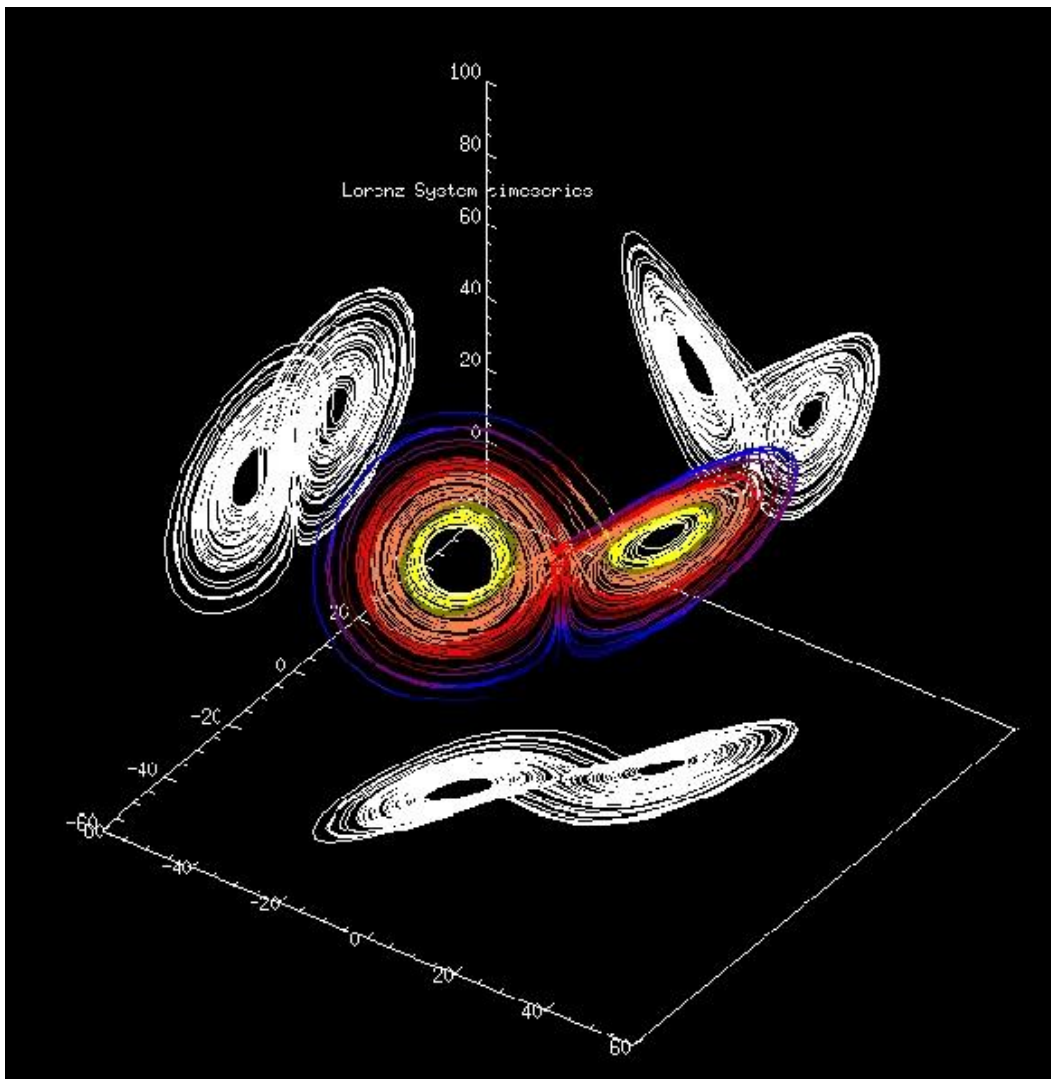
Στο κεφάλαιο αυτό παρουσιάστηκε το γενικό κύκλωμα Chua και ο ταλαντωτής Chua με κυβική χαρακτηριστική ο οποίος μελετήθηκε θεωρητικά και πειραματικά. Η θεωρητική μελέτη έγινε μέσω των διαγραμμάτων διακλάδωσης και φασικών απεικονίσεων και η πειραματική μέσω των χρονοσειρών των σημάτων και φασικών απεικονίσεων που πάρθηκαν μέσω παλμογράφου. Διαπιστώθηκε ότι το κύκλωμα παρουσιάζει μεγάλη εξάρτηση και ευαισθησία στις αρχικές συνθήκες κάτι που ήταν αναμενόμενο εάν λάβουμε υπόψη μας την θεωρία του χάους για τα ηλεκτρικά κυκλώματα που παρουσιάστηκε στο κεφάλαιο 1.

2.10 Βιβλιογραφία

- [2. 1] Chua s Circuit: A Paradigm for Chaos, ed. R. N. Madan, World Scientific, 1993.
- [2.2] L. O. Chua, "The genesis of Chua's Circuit", Archiv fur Elektronik und Ubertragungstechnik, vol. 46, pp. 250-257, 1992.
- [2.3] T. Matsumoto, "A Chaotic Attractor from Chua's Circuit", IEEE Trans. Circuits Syst, CAS-31,pp. 1055-1058,1984.
- [2.4] G.-Q. Zhong and F. Ayrom, "Experimental Confirmation of Chaos from Chua's Circuit", Int. J. Circuit Theory Appl., vol. 15, pp. 93-98, 1985.
- [2.5] L. O. Chua, M. Komuro, and T. Matsumoto, "The Double Scroll Family", Parts I and II, IEEE Trans. Circuits Syst., CAS-33, pp. 1073-1118,1986.
- [2.6] R. N. Madan and C. W. Wu, "Introduction to Experimental Chaos Using Chua's Circuit", in Chua s Circuit: A Paradigm for Chaos, pp. 59-89, ed. R. N. Madan, World Scientific, 1993.
- [2.7] L. O. Chua, C. W. Wu, A Huang, and G.-Q. Zhong, "A Universal Circuit for Studying and Generating Chaos-Part I: Routes to Chaos", IEEE Trans. Circuits Syst., C AS-40, pp. 732-744,1993.
- [2.8] C. W. Wu and L. Pivka, "From Chua's Circuit to Chua's Oscillator: A Picture Book of Attractors", in Nonlinear Dynamics of Electronic Systems, pp. 15-79, ed. A. C. Davies and W.Schwartz, World Scientific, 1994.
- [2.9] Guo-Qun Zhong, "Implementation of Chua's Circuit with a Cubic Nonlinearity", IEEE Trans. Circuits Syst.-I, Vol. 41, no 12,1994, pp.934-941.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο

ΣΥΓΧΡΟΝΙΣΜΟΣ ΔΥΟ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ ΤΥΠΟΥ CHUA



3.1 Εισαγωγή

Αν κάποιος παρατηρήσει τη μεγάλη ποικιλία συστημάτων που παρουσιάζουν χαοτική συμπεριφορά θα αναρωτηθεί τι μπορεί να συμβεί στην περίπτωση, που τέτοια συστήματα αλληλεπιδράσουν και εάν είναι πιθανόν να βρεθούν οι μηχανισμοί αυτών των αλληλεπιδράσεων. Επίσης, θα προκύψει το ερώτημα εάν υπάρχουν χρήσιμες εφαρμογές της αλληλεπίδρασης των χαοτικών συστημάτων, όπως είναι η επεξεργασία σήματος ή εάν μπορεί να εμφανιστεί οργανωμένη ομοιόμορφη συμπεριφορά των επιμέρους χαοτικών συστημάτων ενός γενικότερου συστήματος, όπως στην περίπτωση του εγκεφάλου [3.1, 3.2].

Εξαιρετικά σύνθετα συστήματα, που εμφανίζουν χαοτική συμπεριφορά, 'αυτοοργανώνονται' με τη χρήση των μηχανισμών του συγχρονισμού. Οι μηχανισμοί αυτοί, οι οποίοι επιτρέπουν την αλληλεπίδραση μεταξύ των χαοτικών συστημάτων, παράγουν αποτελέσματα χρήσιμα σε πολλές εφαρμογές. Στο κεφάλαιο αυτό θα γίνει η παρουσίαση των προτεινόμενων από τη βιβλιογραφία μεθόδων συγχρονισμού καθώς και των πιθανών τους εφαρμογών.

3.2 Συγχρονισμός Χαοτικών Συστημάτων

Η πιθανότητα δύο ή περισσότερα συστήματα σε χαοτική κατάσταση να ταλαντώνονται με συγχρονισμένο τρόπο δεν είναι κάτι το προφανές. Αν ληφθεί υπόψη η σημαντικότερη ιδιότητα των χαοτικών συστημάτων, δηλαδή η ευαισθησία από τις αρχικές συνθήκες, τότε μπορεί κάποιος να ισχυριστεί, ότι ο συγχρονισμός πραγματικών συστημάτων είναι ανέφικτος. Το συμπέρασμα αυτό προκύπτει από το γεγονός, ότι τα πραγματικά συστήματα είναι αδύνατον να έχουν ακριβώς τις ίδιες αρχικές συνθήκες καθώς και τις ίδιες ακριβώς τιμές για τις παραμέτρους τους. Αυτό συμβαίνει, γιατί είναι αδύνατον τεχνολογικά να κατασκευαστούν όμοια συστήματα, δηλαδή συστήματα με τις ίδιες ακριβώς τιμές παραμέτρων, λόγω των αποκλίσεων και του 'θορύβου'. Για αυτό τον λόγο μια έστω και ανεπαίσθητη αλλαγή μιας παραμέτρου θα οδηγήσει τελικά στην απόκλιση γειτονικών τροχιών του συστήματος. Ωστόσο σε αυτές τις περιπτώσεις το σκεπτικό μπορεί να θεωρηθεί λανθασμένο. Εκείνο που απασχολεί τον ερευνητή είναι οι συνθήκες, οι οποίες οδηγούν στη σύγκλιση των τροχιών των δύο συστημάτων και όχι η σταθερότητα καθενός συστήματος ξεχωριστά. Δηλαδή, αν θεωρηθούν δύο ή περισσότερα γραμμικά συστήματα ($N \geq 2$),

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \dot{x}_i = f_i(x_i), \quad x_i \in \mathfrak{R}^n, \quad 1 \leq i \leq N \quad (3.1)$$

πρέπει να βρεθούν κατάλληλες συνθήκες έτσι ώστε να συγκλίνουν μεταξύ τους. Για τον σκοπό αυτό πρέπει να ισχύει

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (x_i - x_j) = 0, \quad i \neq j \quad (3.2)$$

3.3 Γραμμική Σύζευξη

Στη μέθοδο αυτή η οποία είναι εξαιρετικά απλή στην υλοποίησή της, υπάρχει μια γραμμική σύζευξη μεταξύ των χαοτικών συστημάτων, για τα οποία επιδιώκεται να επιτευχθεί ο συγχρονισμός τους. Για παράδειγμα, στην περίπτωση δύο ηλεκτρικών κυκλωμάτων, η σύζευξη πραγματοποιείται μέσω ενός γραμμικού αντιστάτη. Η γραμμική σύζευξη μπορεί να υλοποιηθεί με τρεις τρόπους, μονόδρομα (unidirectional coupling), αμφίδρομα (bidirectional ή mutual coupling) ή με την μέθοδο των Pecora – Caroll.

3.3.1 Μονόδρομη Σύζευξη

Η μονόδρομη σύζευξη είναι η πιο απλή περίπτωση, στην οποία το ένα μόνο σύστημα επιδρά στο άλλο και η οποία συναντάται σε αρκετές εργασίες [3.3 - 3.4]. Ας θεωρηθεί το σύστημα, το οποίο θέλουμε να συγχρονιστεί

$$\begin{cases} \dot{x} = f_1(x) \\ \dot{y} = f_2(y) + \Delta(x - y) \end{cases} \quad (3.3)$$

όπου, $x, y \in \mathfrak{R}^n$ και $\Delta = \text{diag} [\delta_1, \dots, \delta_n]^T$.

Το πρόβλημα του συγχρονισμού μπορεί να διατυπωθεί ως εξής: Να βρεθεί Δ τέτοιος ώστε να ισχύει, $y(t) \rightarrow x(t)$ για $t \rightarrow \infty$ δηλαδή, το $y(t)$ να συγχρονίζεται με το $x(t)$. Το είδος αυτής της σύζευξης έχει χρησιμοποιηθεί σε αρκετούς τύπους χαοτικών συστημάτων, όπως και στο κύκλωμα Chua.

3.3.2 Αμφίδρομη Σύζευξη

Η περίπτωση της μονόδρομης σύζευξης μπορεί να γενικευθεί στην περίπτωση που τα δύο συστήματα επηρεάζουν το ένα το άλλο, δηλαδή προκύπτει ο αμφίδρομος τρόπος σύζευξης. Ας θεωρηθεί το σύστημα

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \lambda(y - x) \\ \dot{y} = g(y) + \mu(x - y) \end{cases} \quad (3.4)$$

όπου, $x, y \in \mathcal{R}^n$ και λ, μ είναι $n \times m$ διαγώνιοι πίνακες με μη αρνητικά στοιχεία. Θα υποθεθεί χωρίς απώλεια της γενικότητας ότι, $f(0) = g(0) = 0$.

Το σύστημα (3.4) περιγράφει τη δυναμική συμπεριφορά δύο αμφίδρομα συζευγμένων συστημάτων. Αυτού του είδους η σύζευξη είναι πολύ συχνά προτεινόμενη για την μοντελοποίηση διαφόρων φυσικών φαινομένων, ενώ επίσης προτείνεται και σε πολλές μηχανολογικές εφαρμογές. Παραδείγματα εφαρμογών αυτής της μεθόδου βρίσκει κάποιος από τη φυσική, τη χημεία και τη βιολογία μέχρι τη μηχανική, τις επικοινωνίες και τα ηλεκτρικά κυκλώματα [3.5 - 3.11].

Το ερώτημα που προκύπτει είναι εάν η προτεινόμενη μέθοδος μπορεί να εφαρμοστεί για τον συγχρονισμό συστημάτων, που παρουσιάζουν χαοτική συμπεριφορά. Δηλαδή, εάν είναι δυνατόν να επιλεγθούν τιμές των λ και μ για τις οποίες να ισχύει, $\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - y(t)) = 0$. Ας θεωρηθεί καταρχήν, η ειδική περίπτωση του συστήματος (3.4) για την οποία, $f = g$ και $\lambda = \mu$. Άρα

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \mu(y - x) \\ \dot{y} = f(y) + \mu(y - x) \end{cases} \quad (3.5)$$

Για το σύστημα (3.5) προκύπτει το παρακάτω θεώρημα 1

Θεώρημα 1:

Υπάρχει τιμή του μ , η μ^* , τέτοια ώστε για $\mu > \mu^*$ το $x(t)$ να συγκλίνει στο $y(t)$ για $t \rightarrow \infty$ και τα συστήματα τελικά να συγχρονίζονται

3.4 Εφαρμογές στις Επικοινωνίες

Η πρώτη απόπειρα για τη χρησιμοποίηση τυχαίων σημάτων στις ασφαλείς επικοινωνίες χρονολογείται από το 1926, όταν ο Vernam δημοσίευσε το σχετικό άρθρο του [3.17]. Οι ιδέες αυτές επανήλθαν ξανά αργότερα σε σχέση με τα χαοτικά σήματα και χρησιμοποιήθηκαν από ανεξάρτητες ερευνητικές ομάδες [3.14, 3.18], στο Πανεπιστήμιο της Καλιφόρνια, στο Berkeley [3.19 - 3.21], στο M.I.T. [3.22], καθώς και στο Ελβετικό Ινστιτούτο Τεχνολογίας και στο Πανεπιστήμιο του Δουβλίνου [3.23, 3.24].

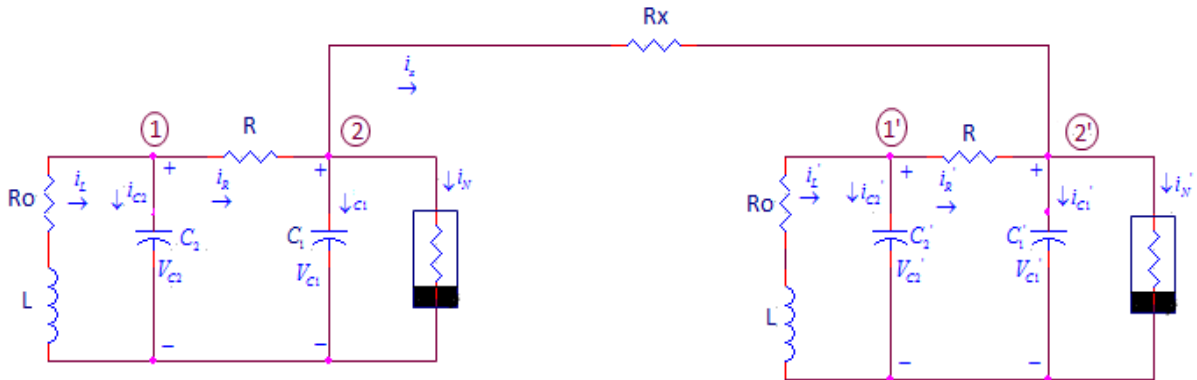
Ο καθηγητής Leon O. Chua και η ομάδα του ήταν οι πρώτοι που μελέτησαν ένα πραγματικό κύκλωμα και δημοσίευσαν τα πειραματικά αποτελέσματα, αποδεικνύοντας ότι η ιδέα της χρησιμοποίησης χαοτικών σημάτων και συγχρονισμένων χαοτικών κυκλωμάτων στις επικοινωνίες ήταν όχι μόνο χρήσιμη αλλά και τεχνικά εφαρμόσιμη, προσφέροντας πολλά πλεονεκτήματα στις ασφαλείς επικοινωνίες. Υπήρξε επιπλέον μια ενδιαφέρουσα εναλλακτική προσέγγιση βασισμένη στον θεωρητικό φορμαλισμό του χάους [3.25].

3.5 Σύζευξη των δυο μη-γραμμικών κυκλωμάτων Chua μέσω γραμμικού αντιστάτη

Στην ενότητα αυτή ερευνάτε πειραματικά το φαινόμενο του χαοτικού συγχρονισμού μεταξύ δυο όμοιων ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Το κύκλωμα που χρησιμοποιήθηκε, είναι το κύκλωμα τύπου Chua (Σχήμα 2.4). Η σύζευξη μεταξύ των δυο κυκλωμάτων έγινε μέσω ενός γραμμικού αντιστάτη R με δυο διαφορετικούς τρόπους. Στην πρώτη περίπτωση η σύζευξη γίνεται κατευθείαν μέσω του γραμμικού αντιστάτη (Σχήμα 3.1,3.2) και ονομάζεται αμφίδρομη σύζευξη, ενώ στην δεύτερη περίπτωση παρεμβάλλεται και ένας ακόλουθος τάσης (Σχήμα 3.3,3.4) και ονομάζεται μονόδρομη σύζευξη.

Οι τιμές των στοιχείων των δυο κυκλωμάτων και στις δυο περιπτώσεις σύζευξης είναι ίδιες προκειμένου τα δυο συζευγμένα κυκλώματα να είναι όμοια, δηλαδή,

3.5.1 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2)



Σχήμα 3.1 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2)

➤ Η συμπεριφορά του κυκλώματος

- Οι εξισώσεις κατάστασης που περιγράφουν την δυναμική συμπεριφορά του σχήματος 3.1 είναι:

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$V_{C2} = V_L + V_{R0} \Rightarrow$$

$$V_{C2} = -L \frac{di_L}{dt} - i_L R_0 \Rightarrow$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} (-V_{C2} - i_L R_0) \quad (3.12)$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$i_L = i_{C2} + i_R \Rightarrow$$

$$i_L = C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{(V_{C2} - V_{C1})}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{1}{C_2} i_L - \frac{1}{RC_2} (V_{C2} - V_{C1}) \quad (3.13)$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$i_R = i_N + i_{C1} + i_x \Rightarrow$$

$$\frac{V_{C2} - V_{C1}}{R} = i_N + C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} + \frac{V_{C1} - V_{C1}'}{R} \Rightarrow$$

$$C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{2}(V_{C2} - V_{C1}) - i_N - \frac{1}{R_x}(V_{C1} - V_{C1}') \Rightarrow$$

$$\frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{RC_1}(V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{C_1}i_N - \frac{1}{R_x C_1}(V_{C1} - V_{C1}') \quad (3.14)$$

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1') προκύπτει:

$$\frac{di_L'}{dt} = \frac{1}{L}(-V_{C2}' - i_L' R_0) \quad (3.15)$$

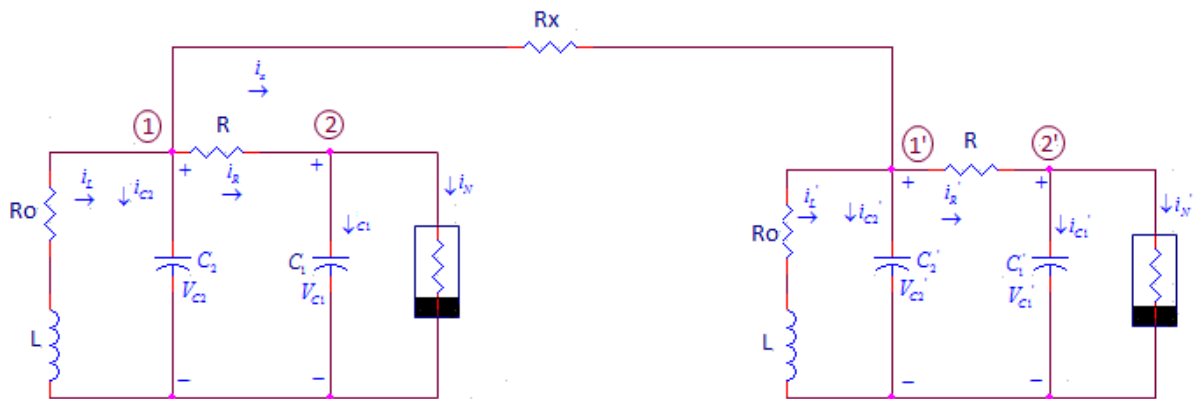
Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\frac{dV_{C2}'}{dt} = \frac{1}{C_2}i_L' - \frac{1}{RC_2}(V_{C2}' - V_{C1}') \quad (3.16)$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2') προκύπτει:

$$\frac{dV_{C1}'}{dt} = \frac{1}{RC_1}(V_{C2}' - V_{C1}') - \frac{1}{C_1}i_N' - \frac{1}{R_x C_1}(V_{C1}' - V_{C1}) \quad (3.17)$$

3.5.2 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1)



Σχήμα 3.2 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1)

➤ Η συμπεριφορά του κυκλώματος

- Οι εξισώσεις κατάστασης που περιγράφουν την δυναμική συμπεριφορά του σχήματος 3.2 είναι:

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 V_{C2} &= V_L + V_{R0} \Rightarrow \\
 V_{C2} &= -L \frac{di_L}{dt} - i_L R_0 \Rightarrow \\
 \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L} (-V_{C2} - i_L R_0)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 i_L &= i_{C2} + i_R + i_x \Rightarrow \\
 i_L &= C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{(V_{C2} - V_{C1})}{R} + \frac{V_{C2} - V_{C2}'}{R_x} \Rightarrow \\
 \frac{dV_{C2}}{dt} &= \frac{1}{C_2} i_L - \frac{1}{RC_2} (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{R_x C_2} (V_{C2} - V_{C2}')
 \end{aligned} \tag{3.19}$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$\begin{aligned}
 i_R &= i_N + i_{C1} \Rightarrow \\
 \frac{V_{C2} - V_{C1}}{R} &= i_N + C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} \Rightarrow \\
 \frac{dV_{C1}}{dt} &= \frac{1}{RC_1} (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{C_1} i_N
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\frac{di_L'}{dt} = \frac{1}{L} (-V_{C2}' - i_L' R_0) \tag{3.21}$$

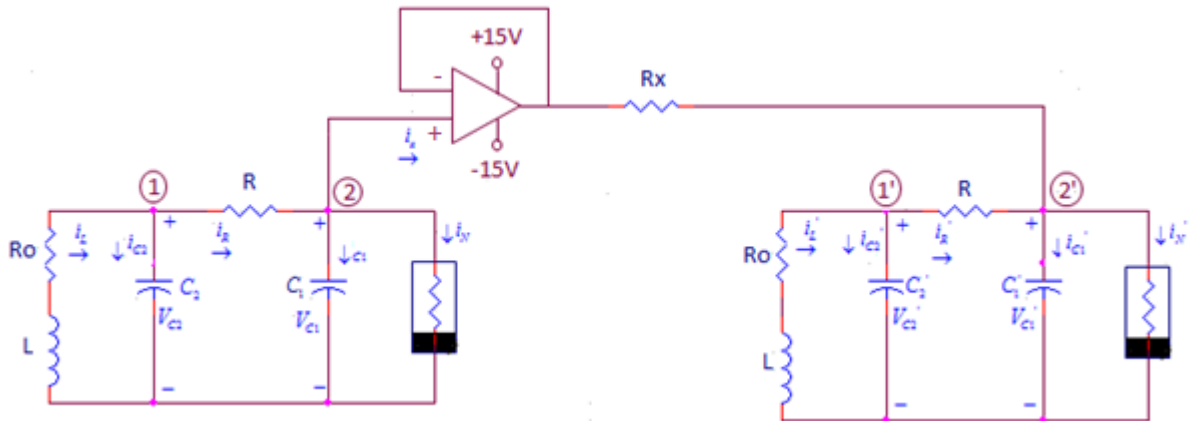
Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\frac{dV_{C2}'}{dt} = \frac{1}{C_2} i_L' - \frac{1}{RC_2} (V_{C2}' - V_{C1}') - \frac{1}{R_x C_2} (V_{C2}' - V_{C2}') \tag{3.22}$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$\frac{dV_{C1}'}{dt} = \frac{1}{RC_1} (V_{C2}' - V_{C1}') - \frac{1}{C_1} i_N' \tag{3.23}$$

3.5.3 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2)



Σχήμα 3.3 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2)

➤ Η συμπεριφορά του κυκλώματος

- Οι εξισώσεις κατάστασης που περιγράφουν την δυναμική συμπεριφορά του σχήματος 3.3 είναι:

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1) προκύπτει

$$V_{C2} = V_L + V_{R0} \Rightarrow$$

$$V_{C2} = -L \frac{di_L}{dt} - i_L R_0 \Rightarrow$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} (-V_{C2} - i_L R_0) \quad (3.24)$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$i_L = i_{C2} + i_R \Rightarrow$$

$$i_L = C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{(V_{C2} - V_{C1})}{R} \Rightarrow$$

$$\frac{dV_{C2}}{dt} = \frac{1}{C_2} i_L - \frac{1}{RC_2} (V_{C2} - V_{C1}) \quad (3.25)$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$i_R = i_N + i_{C1} \Rightarrow$$

$$\frac{V_{C2} - V_{C1}}{R} = i_N + C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} \Rightarrow$$

$$C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{2}(V_{C2} - V_{C1}) - i_N \Rightarrow$$

$$\frac{dV_{C1}}{dt} = \frac{1}{RC_1}(V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{C_1} i_N \quad (3.26)$$

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\frac{di_L'}{dt} = \frac{1}{L}(-V_{C2}' - i_L' R_0) \quad (3.27)$$

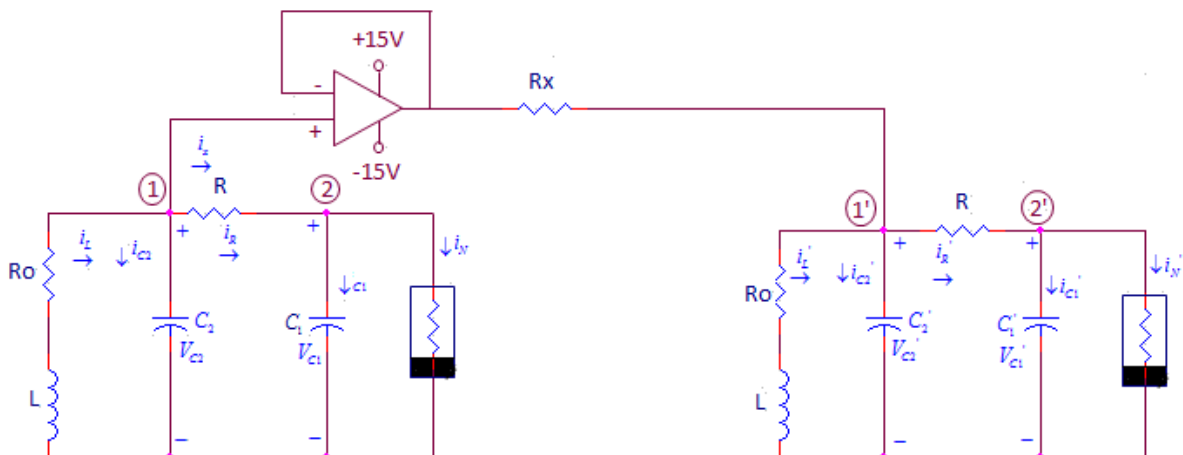
Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\frac{dV_{C2}'}{dt} = \frac{1}{C_2} i_L' - \frac{1}{RC_2}(V_{C2}' - V_{C1}') \quad (3.28)$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$\frac{dV_{C1}'}{dt} = \frac{1}{RC_1}(V_{C2}' - V_{C1}') - \frac{1}{C_1} i_N' - \frac{1}{R_x C_1}(V_{C1}' - V_{C1}) \quad (3.29)$$

3.5.4 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1)



Σχήμα 3.4 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1)

➤ **Η συμπεριφορά του κυκλώματος**

- Οι εξισώσεις κατάστασης που περιγράφουν την δυναμική συμπεριφορά του σχήματος 3.4 είναι:

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned}V_{C2} &= V_L + V_{R0} \Rightarrow \\V_{C2} &= -L \frac{di_L}{dt} - i_L R_0 \Rightarrow \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{L} (-V_{C2} - i_L R_0)\end{aligned}\tag{3.30}$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\begin{aligned}i_L &= i_{C2} + i_R \Rightarrow \\i_L &= C_2 \frac{dV_{C2}}{dt} + \frac{(V_{C2} - V_{C1})}{R} \Rightarrow \\ \frac{dV_{C2}}{dt} &= \frac{1}{C_2} i_L - \frac{1}{RC_2} (V_{C2} - V_{C1})\end{aligned}\tag{3.31}$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$\begin{aligned}i_R &= i_N + i_{C1} \Rightarrow \\ \frac{V_{C2} - V_{C1}}{R} &= i_N + C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} \Rightarrow \\ C_1 \frac{dV_{C1}}{dt} &= \frac{1}{2} (V_{C2} - V_{C1}) - i_N \Rightarrow \\ \frac{dV_{C1}}{dt} &= \frac{1}{RC_1} (V_{C2} - V_{C1}) - \frac{1}{C_1} i_N\end{aligned}\tag{3.32}$$

Από τον νόμο τάσεων του Kirchhoff στον κόμβο (1') προκύπτει:

$$\frac{di_L'}{dt} = \frac{1}{L} (-V_{C2}' - i_L' R_0)\tag{3.33}$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (1) προκύπτει:

$$\frac{dV_{C_2}'}{dt} = \frac{1}{C_2} i_L' - \frac{1}{RC_2} (V_{C_2}' - V_{C_1}') - \frac{1}{R_x C_2} (V_{C_2}' - V_{C_2}') \quad (3.34)$$

Από τον νόμο ρευμάτων στον κόμβο (2) προκύπτει:

$$\frac{dV_{C_1}'}{dt} = \frac{1}{RC_1} (V_{C_2}' - V_{C_1}') - \frac{1}{C_1} i_N' \quad (3.35)$$

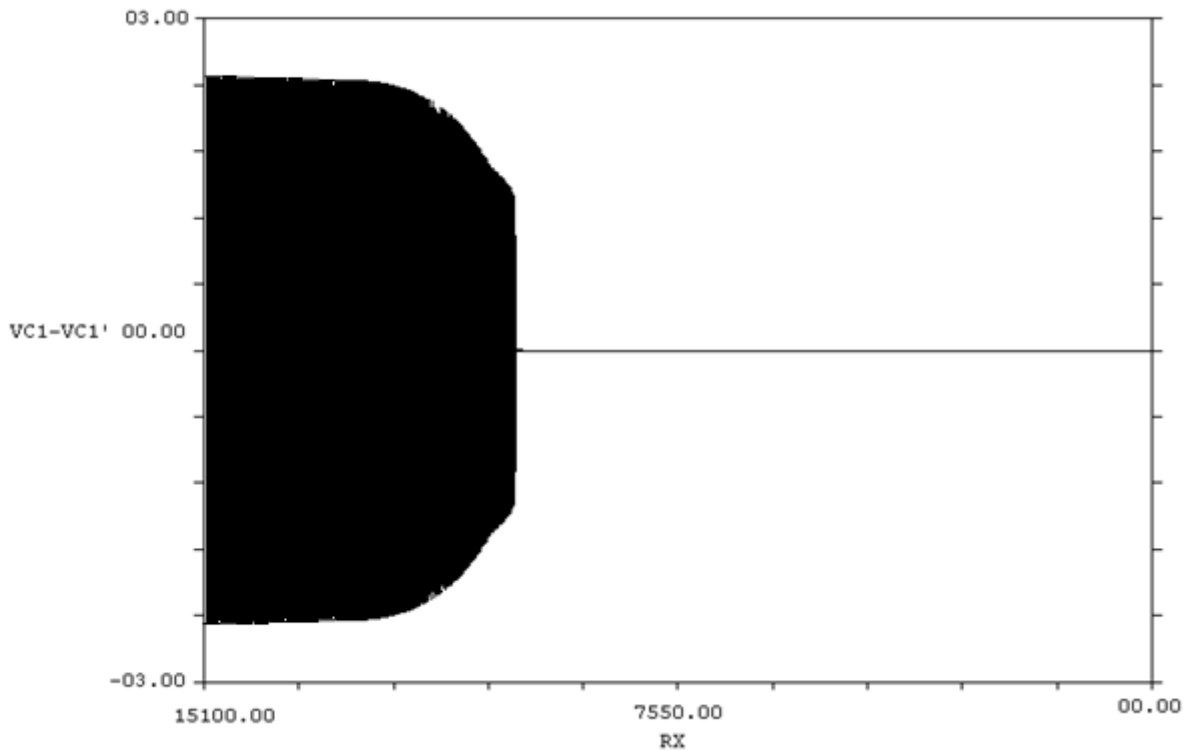
3.6 Θεωρητικά και πειραματικά αποτελέσματα αμφίδρομης και μονόδρομης σύζευξης.

Θεωρούμε ότι τα δυο συζευγμένα κυκλώματα είναι όμοια και ότι τα σήματα των πηγών του έχουν το ίδιο πλάτος. Οι τιμές των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν είναι οι ίδιες με εκείνες στο κεφάλαιο 2, δηλαδή, $R_1 = R_2 = 2K\Omega$, $R_3 = 1.671K\Omega$, $R_4 = 3.01K\Omega$, $R_5 = 7.887K\Omega$ και $C_1 = 7.4nF$. Τα διαγράμματα διακλάδωσης του $V_{C_1} - V_{C_1}'$ σε συνάρτηση με την αντίσταση σύζευξης R_x αποτελεί σημαντικό εργαλείο στη μελέτη της σύζευξης. Όταν η διαφορά $V_{C_1} - V_{C_1}'$ γίνει ίση με το 0, τότε προκύπτει το φαινόμενο του χαοτικού συγχρονισμού.

Σύμφωνα με τους γενικούς τύπους 3.3 και 3.5 υπάρχει κάποιος συντελεστής σύζευξης η τιμή του οποίου καθορίζει το αν το σύστημα μας πλησιάζει σε συγχρονισμό ή σε χαοτική κατάσταση. Για το κύκλωμα μας ο συντελεστής σύζευξης δίνεται από την σχέση $\alpha = \frac{1}{R_x C}$ (3.36). Όσο μεγαλύτερος είναι ο συντελεστής α τόσο πιο πολύ πλησιάζει το σύστημα μας σε συγχρονισμό. Πάνω σ' αυτόν θα βασιστούν και οι παρατηρήσουν που θα ακολουθήσουν, που σαν σκοπό θα έχουν να γίνει μερική εξήγηση των πειραματικών αποτελεσμάτων.

3.6.1 Θεωρητικά και Πειραματικά Αποτελέσματα Αμφίδρομης Σύζευξης

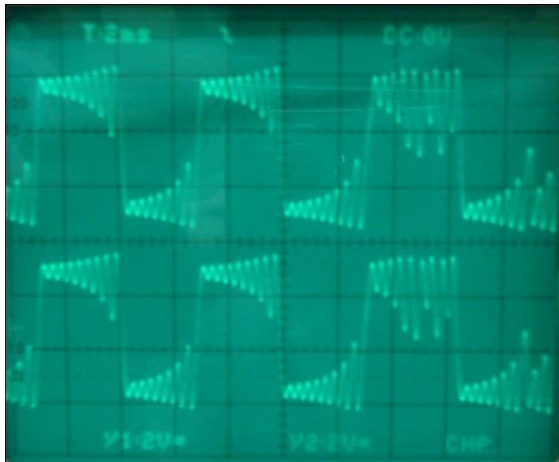
3.6.1.1 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2) για $C_2 = 100.7nF$



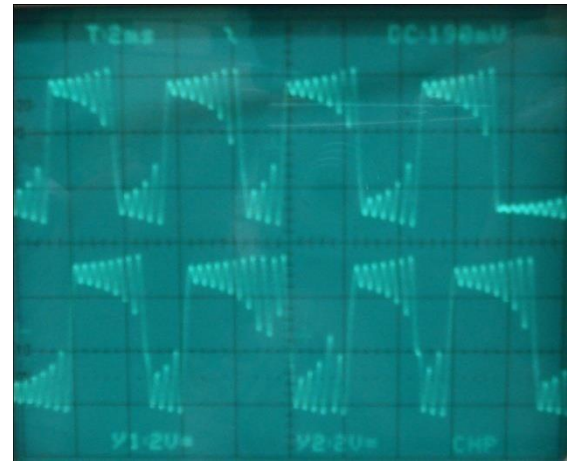
Σχήμα 3.5 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C1} - V_{C1}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη με $C_2 = 100.7nF$.

Στο σχήμα 3.5 φαίνεται το διάγραμμα διακλάδωσης της αμφίδρομης σύζευξης από τον κόμβο (2) από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται μόνιμα σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x < 10.1\text{K}\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $10.1\text{K}\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε χαοτική κατάσταση.

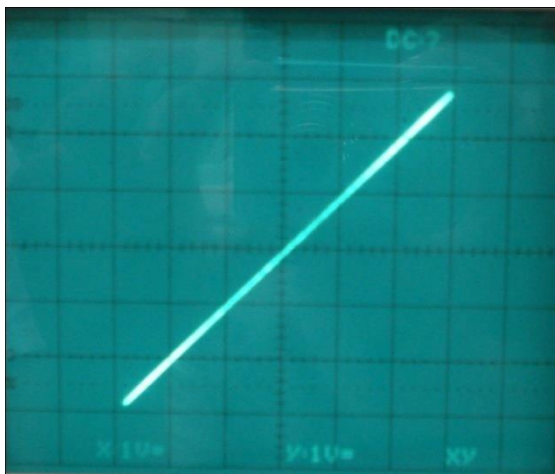
Για το κύκλωμα που υλοποιήθηκε πήραμε τις παρακάτω φασικές απεικονίσεις και χρονοσειρές των σημάτων $V_{C1} - V_{C1}'$ (Οριζ. V_{C1} , Καθ. V_{C1}').



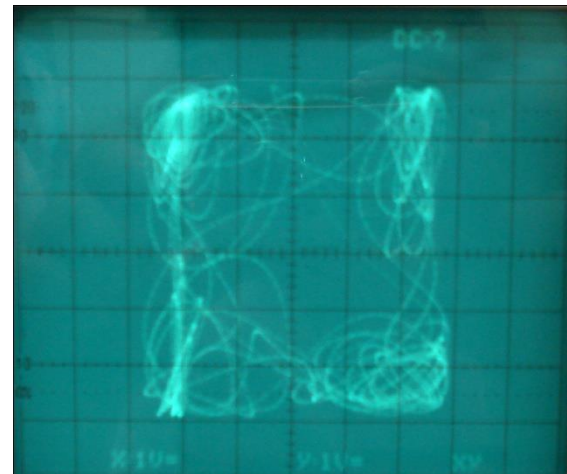
(α)



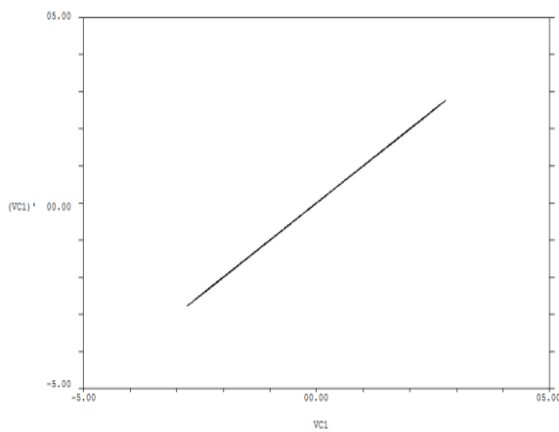
(δ)



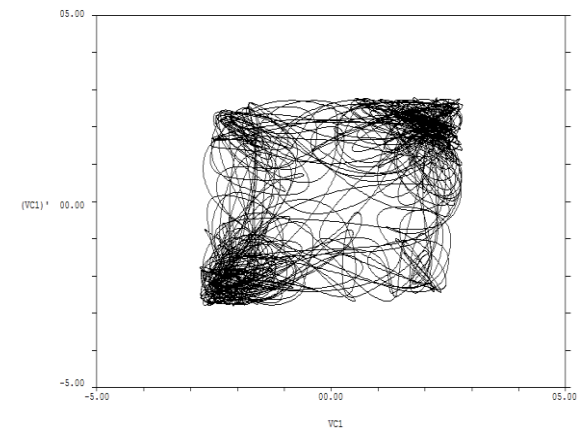
(β)



(ε)



(γ)



(ζ)

(α) Χρονοσειρά σήματος για $R=9.9K\Omega$. (β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=9.9K\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=9.9K\Omega$.

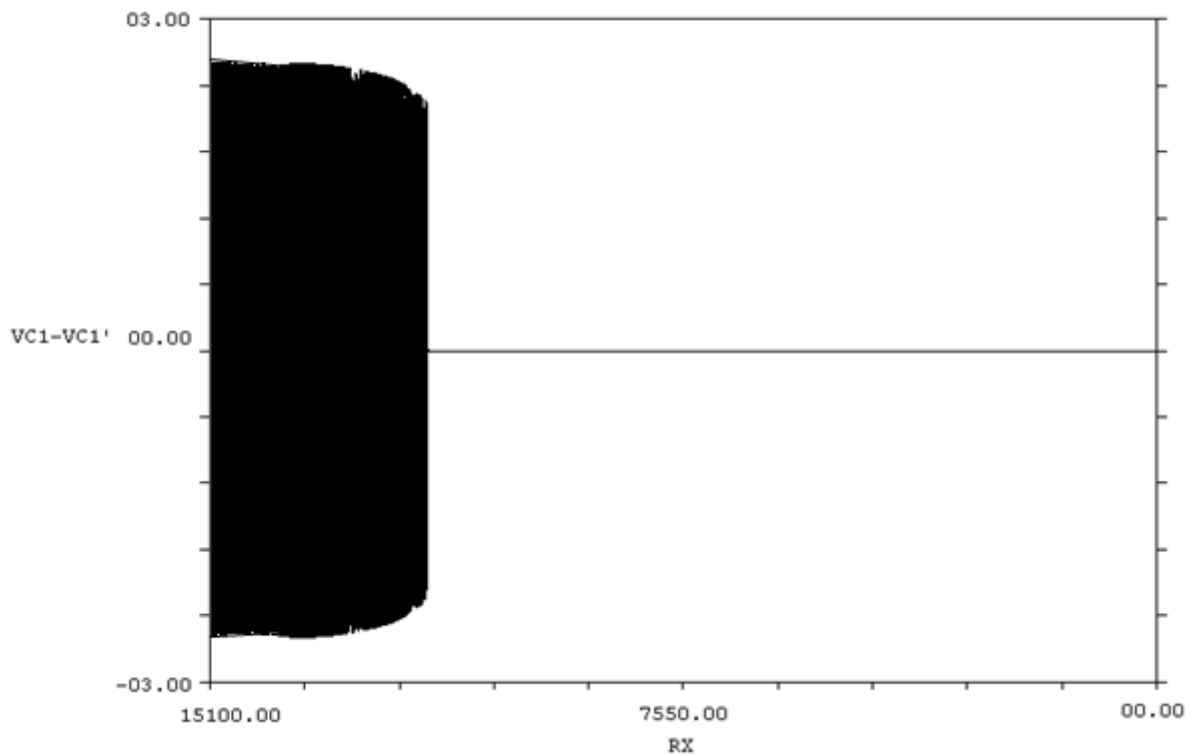
Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

(δ) Χρονοσειρά σήματος για $R=14.5K\Omega$. (ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=14.5K\Omega$.

(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=14.5K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

3.6.1.2 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2) για $C_2 = 153.7nF$



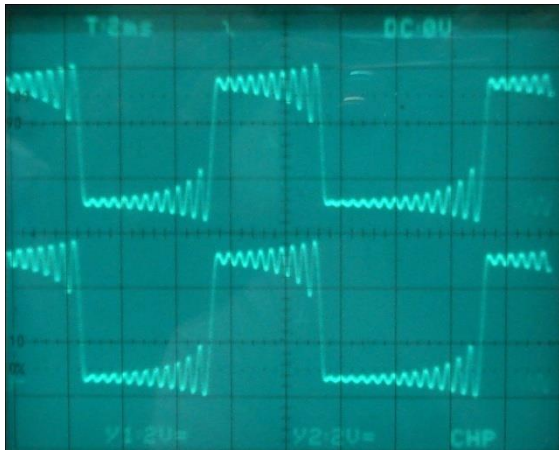
Σχήμα 3.6 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C1} - V_{C1}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη με $C_2 = 153.7nF$.

Στο σχήμα 3.6 προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται μόνιμα σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x < 11.93\text{K}\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $11.93\text{K}\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε χαοτική κατάσταση.

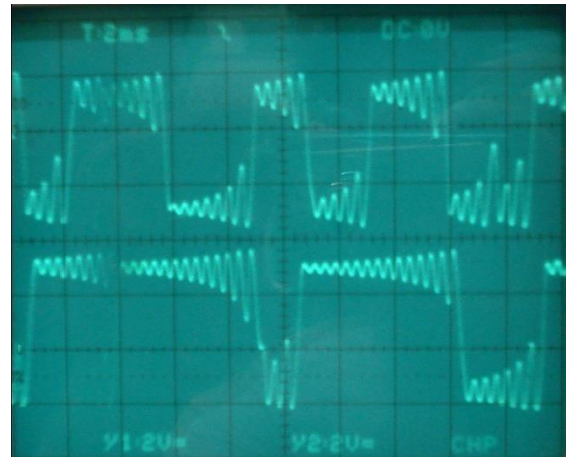
Παρατήρηση:

Στην αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2) που προηγήθηκε παρατηρήσαμε ότι χρησιμοποιώντας μεγαλύτερη τιμή πυκνωτή C_2 το σύστημα μας συγχρονίζεται για μεγαλύτερη τιμή αντίστασης σύζευξης R_x .

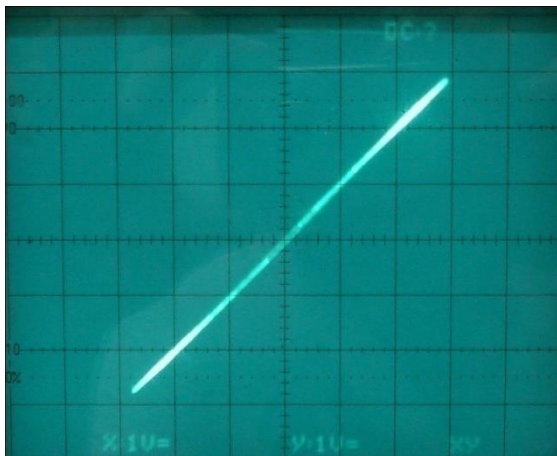
Για το κύκλωμα που υλοποιήθηκε πήραμε τις παρακάτω φασικές απεικονίσεις και χρονοσειρές των σημάτων $V_{C1} - V_{C1}'$ (Οριζ. V_{C1} , Καθ. V_{C1}').



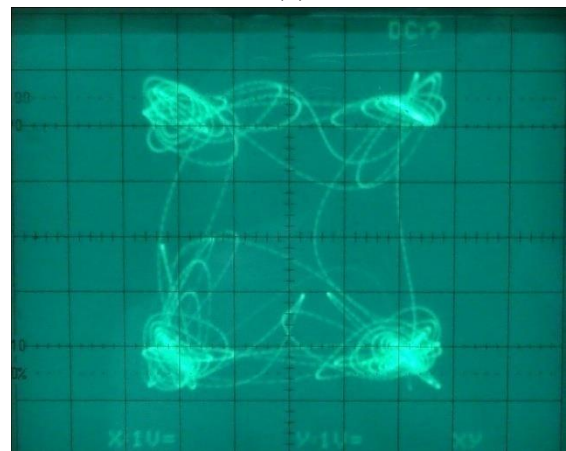
(α)



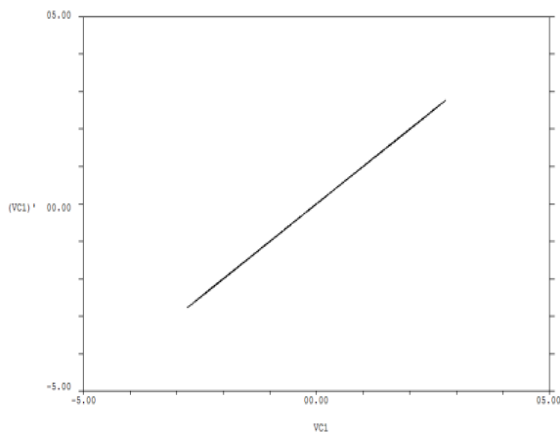
(δ)



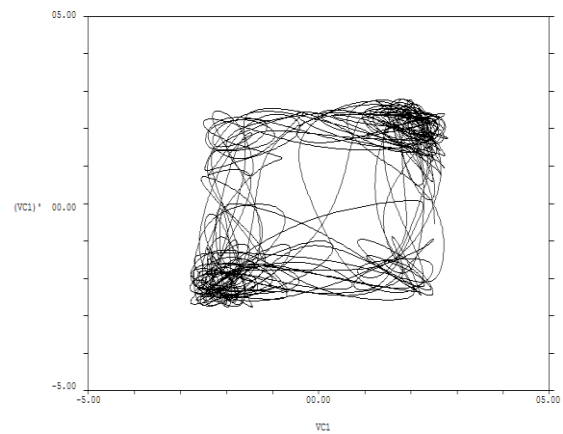
(β)



(ε)



(γ)



(ζ)

(α) Χρονοσειρά σήματος για $R=11.1\text{K}\Omega$.

(β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=11.1\text{K}\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=11.1\text{K}\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

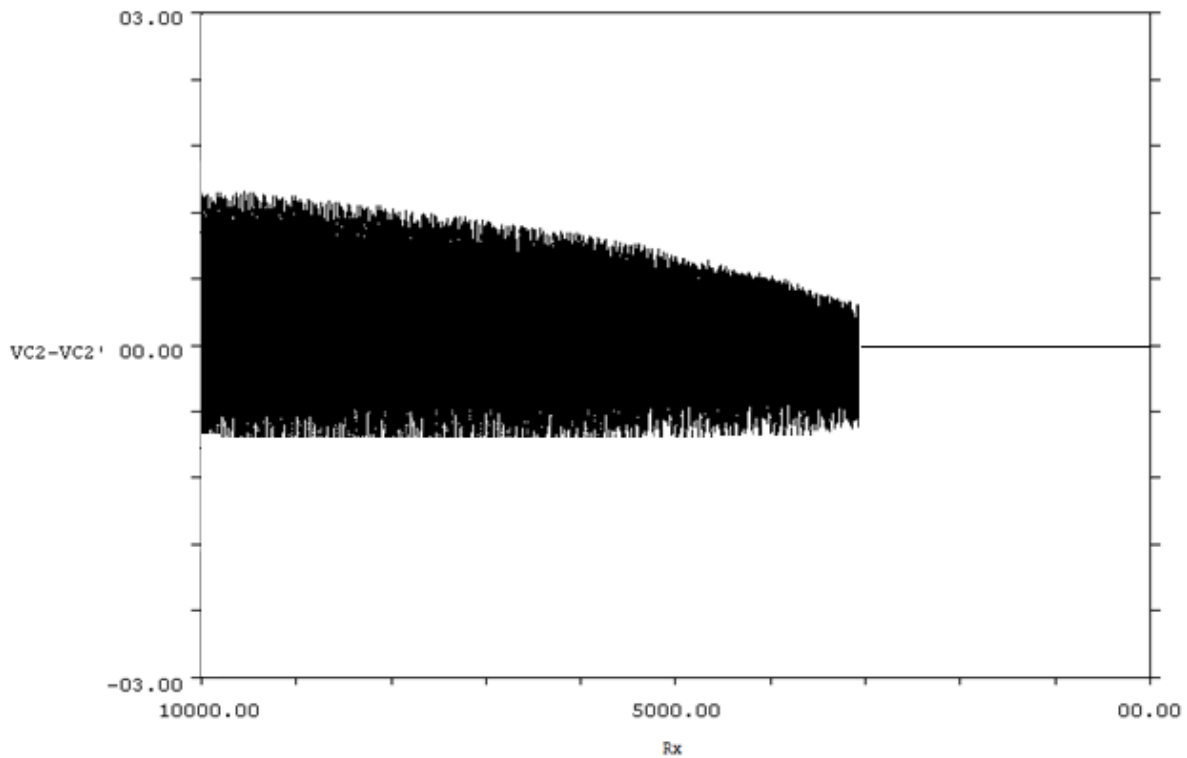
(δ) Χρονοσειρά σήματος για $R=14.5\text{K}\Omega$.

(ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=14.5\text{K}\Omega$.

(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=14.5\text{K}\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

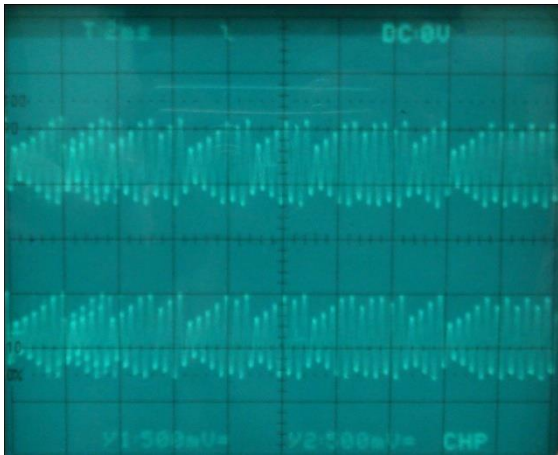
3.6.1.3 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1) για $C_2 = 100.7nF$



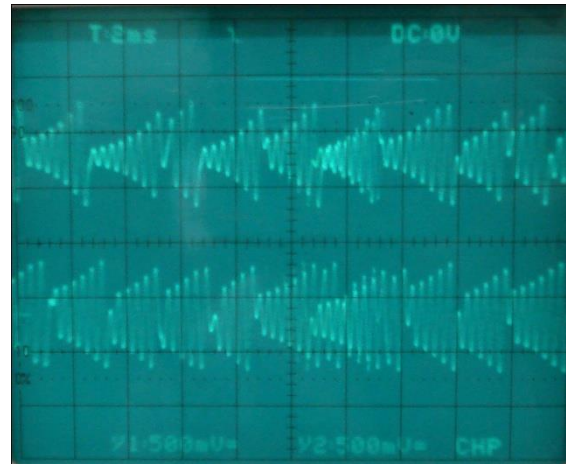
Σχήμα 3.7 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C_2} - V_{C_2}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη.

Στο σχήμα 3.7 φαίνεται το διάγραμμα διακλάδωσης της αμφίδρομης σύζευξης από τον κόμβο (1) από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x < 3.1K\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $3.1K\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε χαοτική κατάσταση.

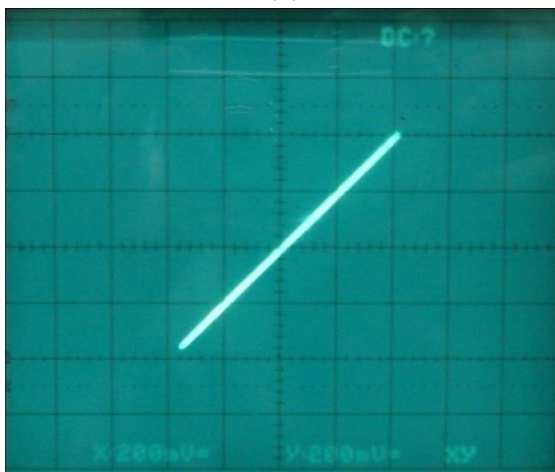
Για το κύκλωμα που υλοποιήθηκε πήραμε τις παρακάτω φασικές απεικονίσεις και χρονοσειρές των σημάτων $V_{C_2} - V_{C_2}'$ (Οριζ. V_{C_2} , Καθ. V_{C_2}')



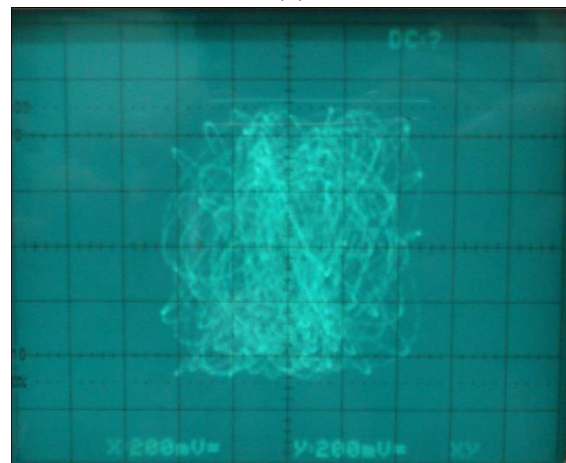
(α)



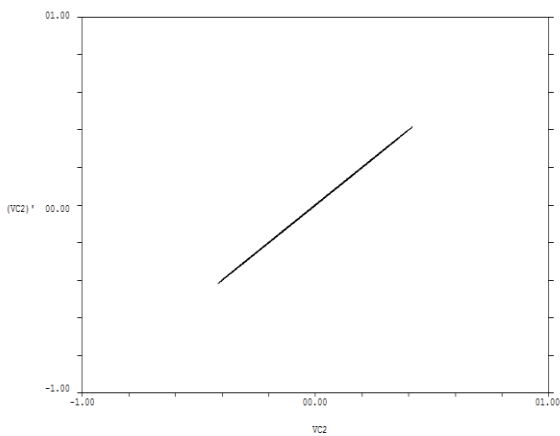
(δ)



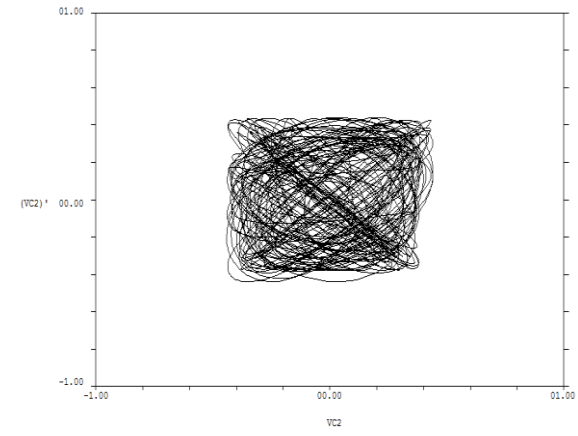
(β)



(ε)



(γ)



(ζ)

(α) Χρονοσειρά σήματος για $R=2.76K\Omega$.

(β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=2.76K\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=2.76K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

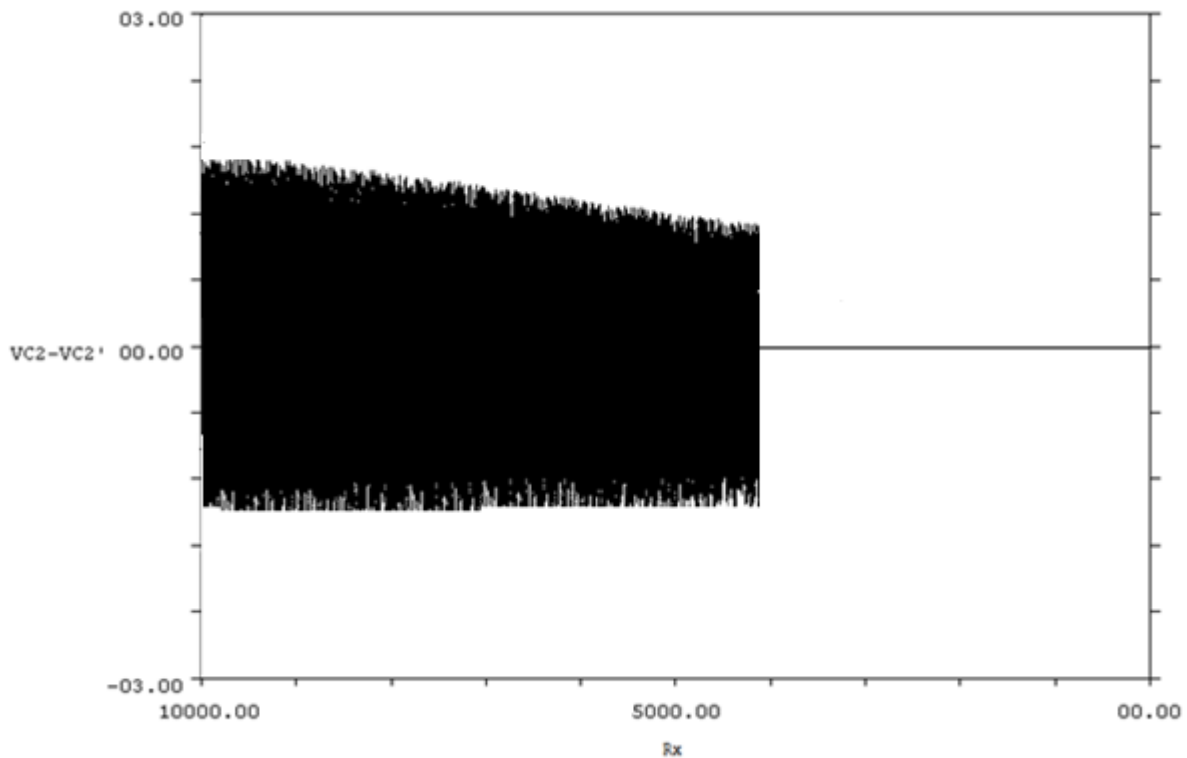
(δ) Χρονοσειρά σήματος για $R=9.8K\Omega$.

(ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

3.6.1.4 Αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1) για $C_2 = 153.7nF$



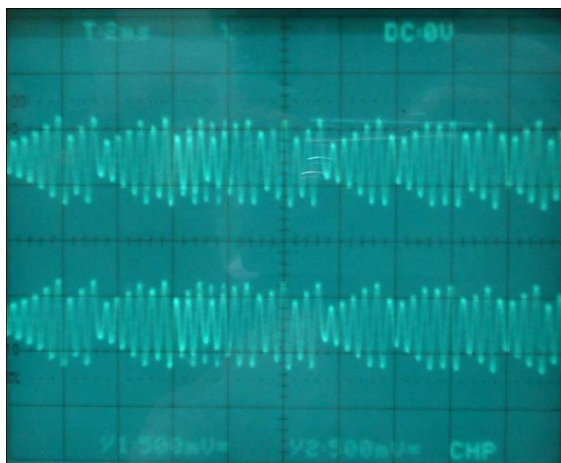
Σχήμα 3.8 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C_2} - V_{C_2}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη.

Στο σχήμα 3.8 φαίνεται το διάγραμμα διακλάδωσης της αμφίδρομης σύζευξης από τον κόμβο (1) από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x < 4.21K\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $4.21K\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε χαοτική κατάσταση.

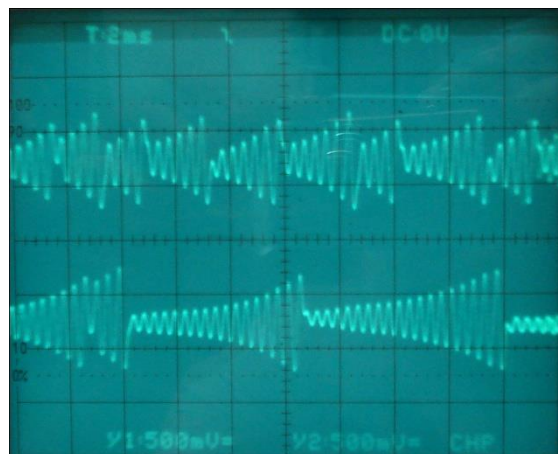
Παρατήρηση:

Στην αμφίδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1) που προηγήθηκε παρατηρήσαμε ότι χρησιμοποιώντας ίδιες τιμές με τον κόμβο (2) για τον πυκνωτή C_2 , δηλαδή $100.7nF$ και $153.7nF$ αντίστοιχα το σύστημα μας συγχρονίζεται για μικρότερη τιμή αντίστασης σύζευξης R_x .

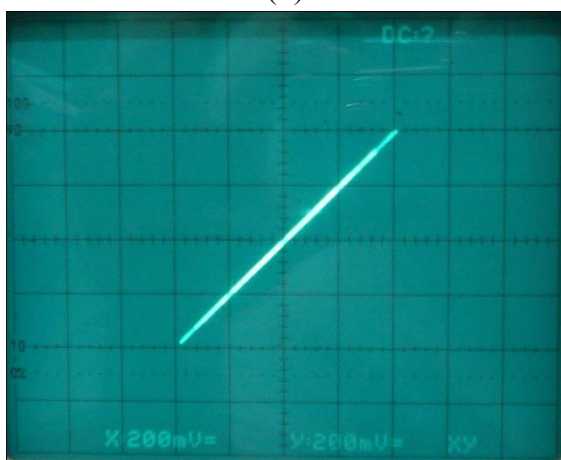
Για το κύκλωμα που υλοποιήθηκε πήραμε τις παρακάτω φασικές απεικονίσεις και χρονοσειρές των σημάτων $V_{C_2} - V_{C_2}'$ (Οριζ. V_{C_2} , Καθ. V_{C_2}').



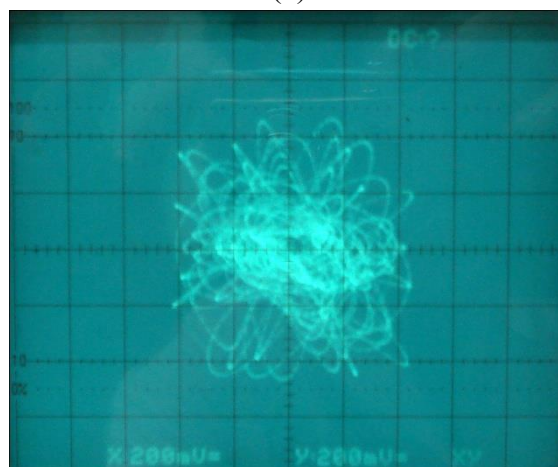
(α)



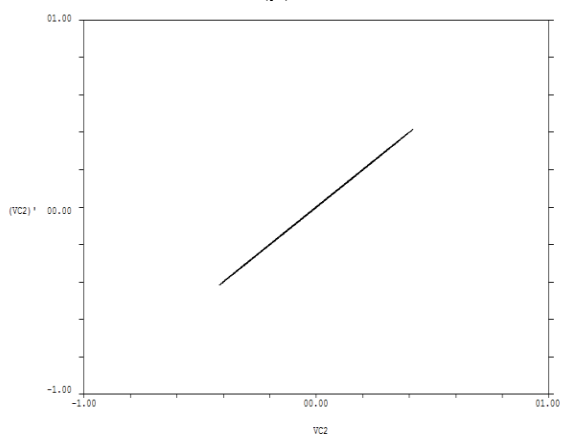
(δ)



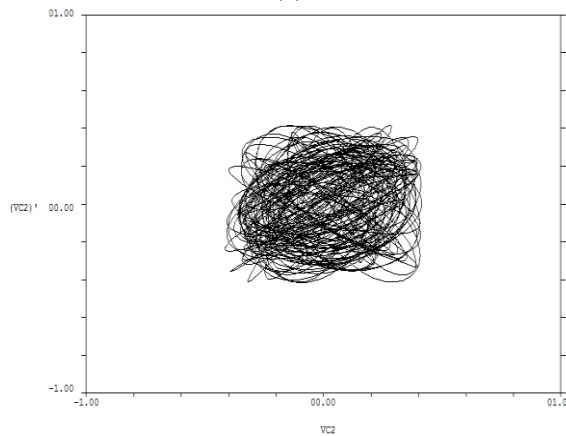
(β)



(ε)



(γ)



(ζ)

(α) Χρονοσειρά σήματος για $R=3,84K\Omega$.

(β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=3.84K\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=3.84K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

(δ) Χρονοσειρά σήματος για $R=9.8K\Omega$.

(ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

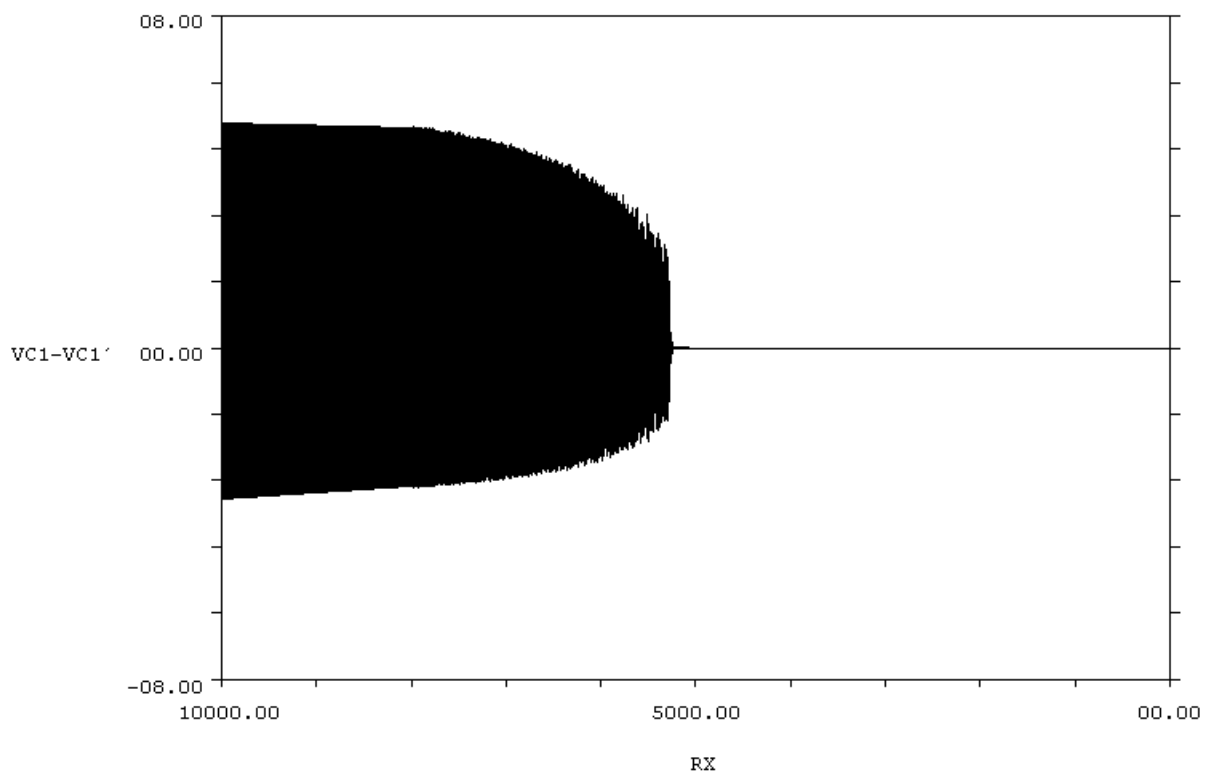
(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

3.6.2 Θεωρητικά και Πειραματικά Αποτελέσματα Μονόδρομης Σύζευξης

Για να πετύχουμε την μονόδρομη σύζευξη διατηρήσαμε τις παραμέτρους των δύο κυκλωμάτων όμοιες με την ενότητα 3.5.5 και τοποθετήσαμε σε σειρά με την αντίσταση R_x τον ακόλουθο τάσης LF411.

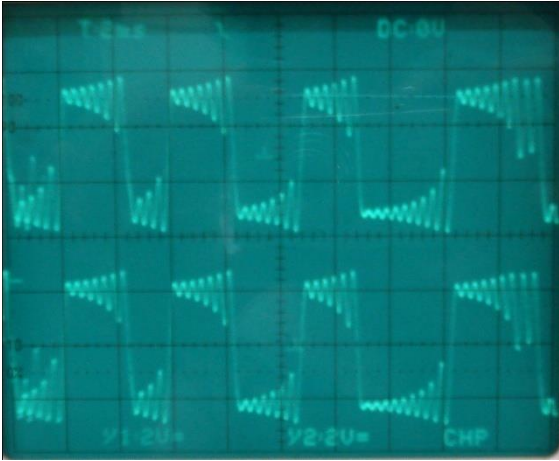
3.6.2.1 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2) για $C_2 = 100.7nF$



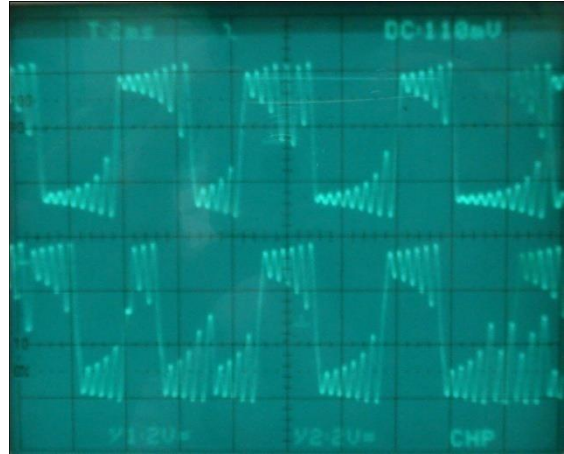
Σχήμα 3.9 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C1} - V_{C1}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη με $C_2 = 100.7nF$.

Στο σχήμα 3.9 φαίνεται το διάγραμμα διακλάδωσης της αμφίδρομης σύζευξης από τον κόμβο (2) για $C_2 = 100.7nF$ από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται μόνιμα σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x < 5.23K\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $5.23K\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε μόνιμη χαοτική κατάσταση.

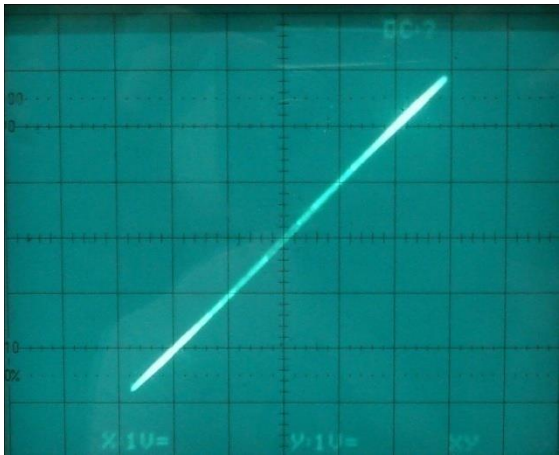
Για το κύκλωμα που υλοποιήθηκε πήραμε τις παρακάτω φασικές απεικονίσεις και χρονοσειρές των σημάτων $V_{C1} - V_{C1}'$ (Οριζ. V_{C1} , Καθ. V_{C1}').



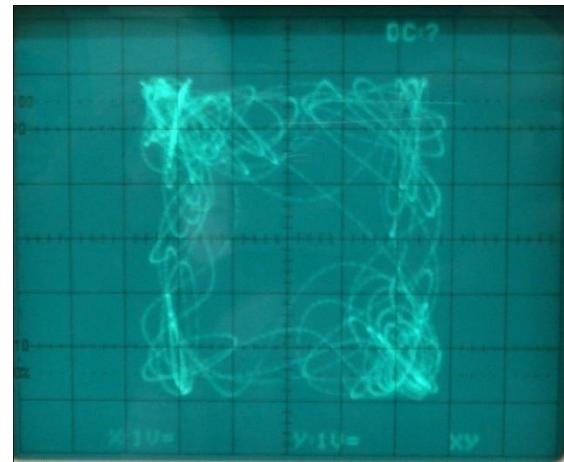
(α)



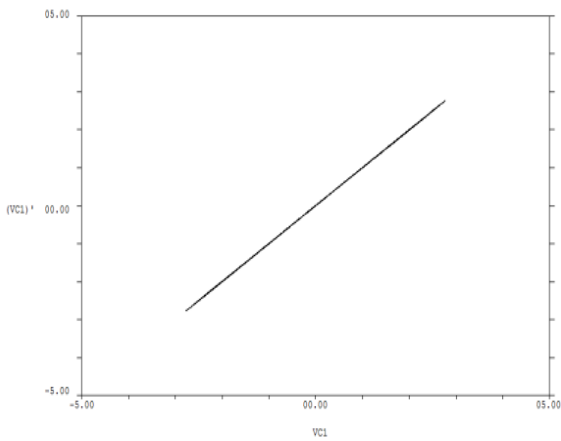
(δ)



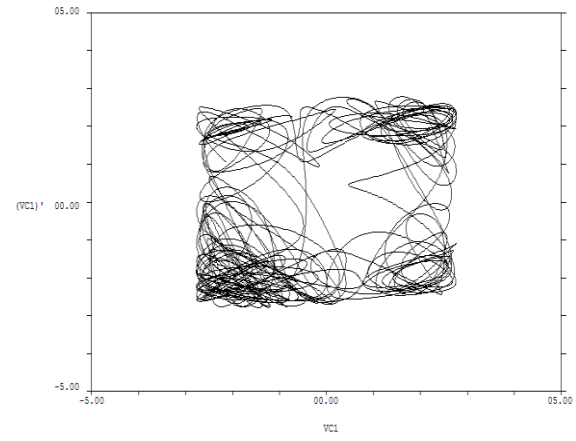
(β)



(ε)



(γ)



(ζ)

(α) Χρονοσειρά σήματος για $R=4.8K\Omega$.

(β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=4.8K\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=4.8K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

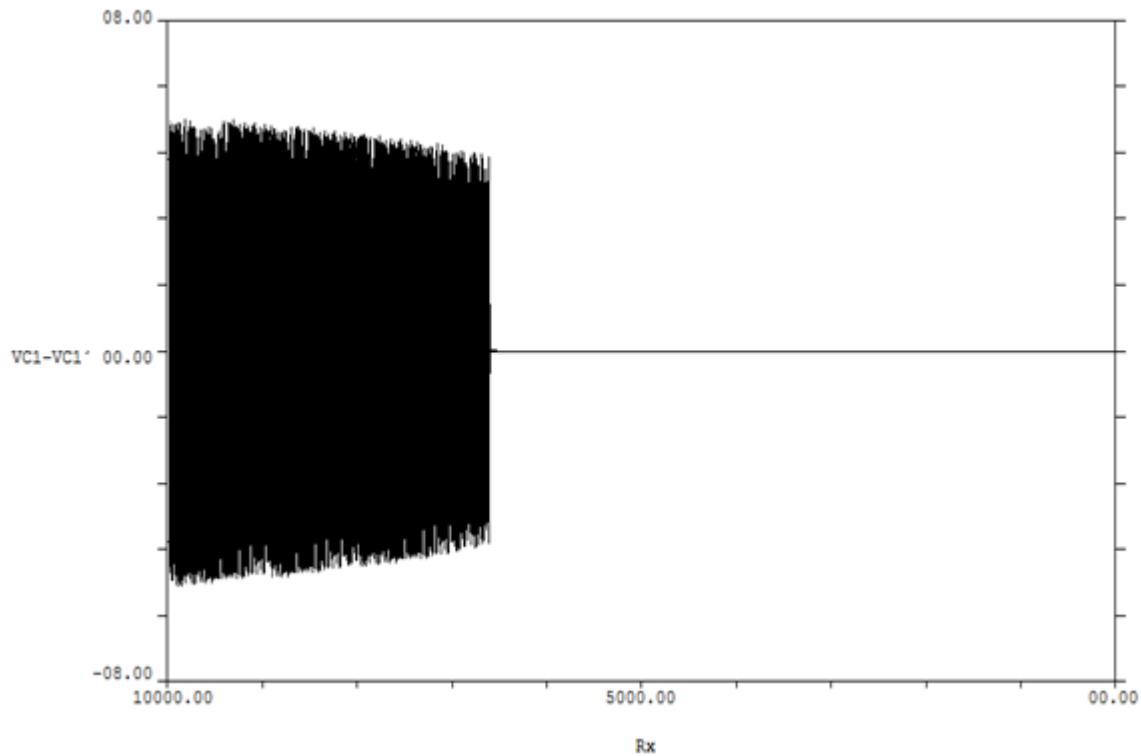
(δ) Χρονοσειρά σήματος για $R=9.8K\Omega$.

(ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

3.6.2.2 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2) για $C_2 = 153.7nF$



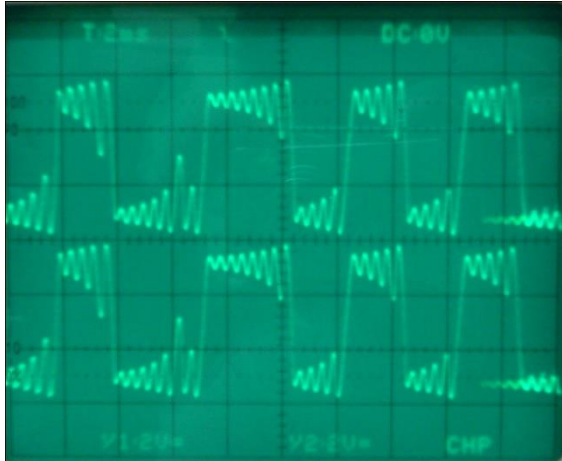
Σχήμα 3.10 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C1} - V_{C1}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη με $C_2 = 153.7nF$.

Στο σχήμα 3.10 φαίνεται το διάγραμμα διακλάδωσης της αμφίδρομης σύζευξης από τον κόμβο (2) για $C_2 = 153.7nF$ από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται μόνιμα σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x < 6.65K\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $6.65K\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε χαοτική κατάσταση.

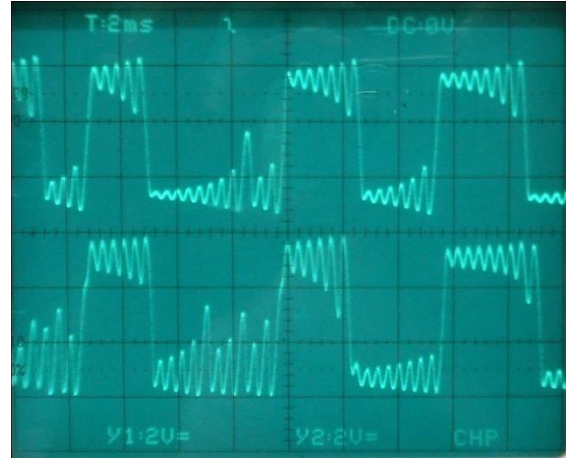
Για το κύκλωμα που υλοποιήθηκε πήραμε τις παρακάτω φασικές απεικονίσεις και χρονοσειρές των σημάτων $V_{C1} - V_{C1}'$ (Οριζ. V_{C1} , Καθ. V_{C1}').

Παρατήρηση:

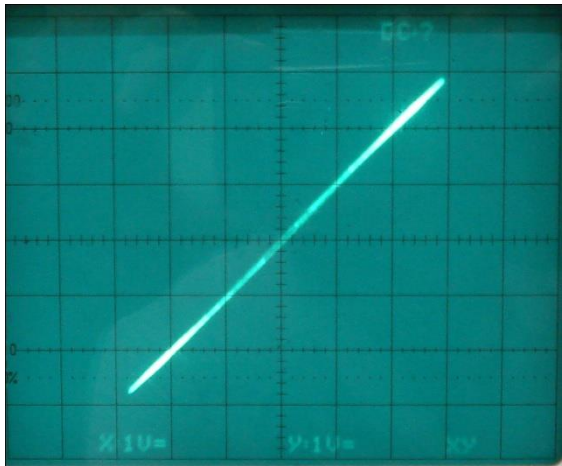
Στην μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (2) που προηγήθηκε παρατηρήσαμε ότι χρησιμοποιώντας τις ίδιες τιμές για τον C_2 και διατηρώντας τις ίδιες αρχικές συνθήκες τα δύο κυκλώματα συγχρονίστηκαν για μικρότερη τιμή της αντίστασης σύζευξης R_x .



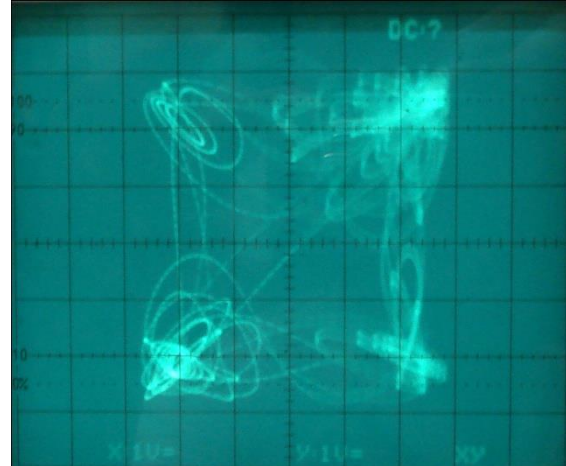
(α)



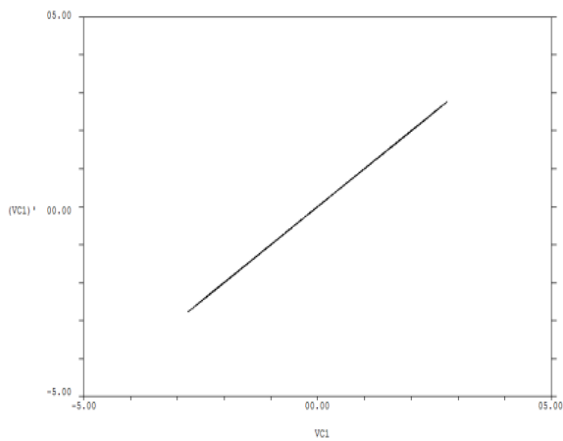
(δ)



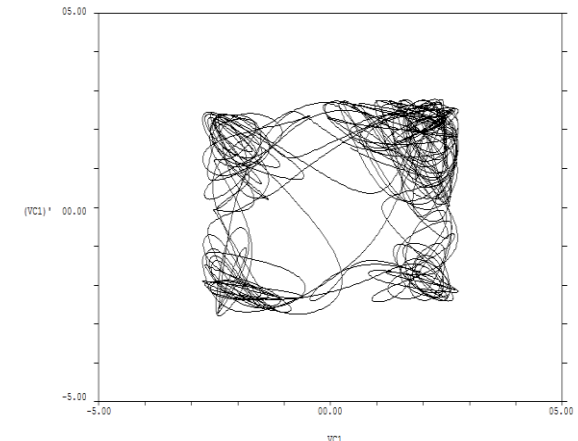
(β)



(ε)



(γ)



(ζ)

(α) Χρονοσειρά σήματος για $R=6K\Omega$.

(β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=6K\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=6K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

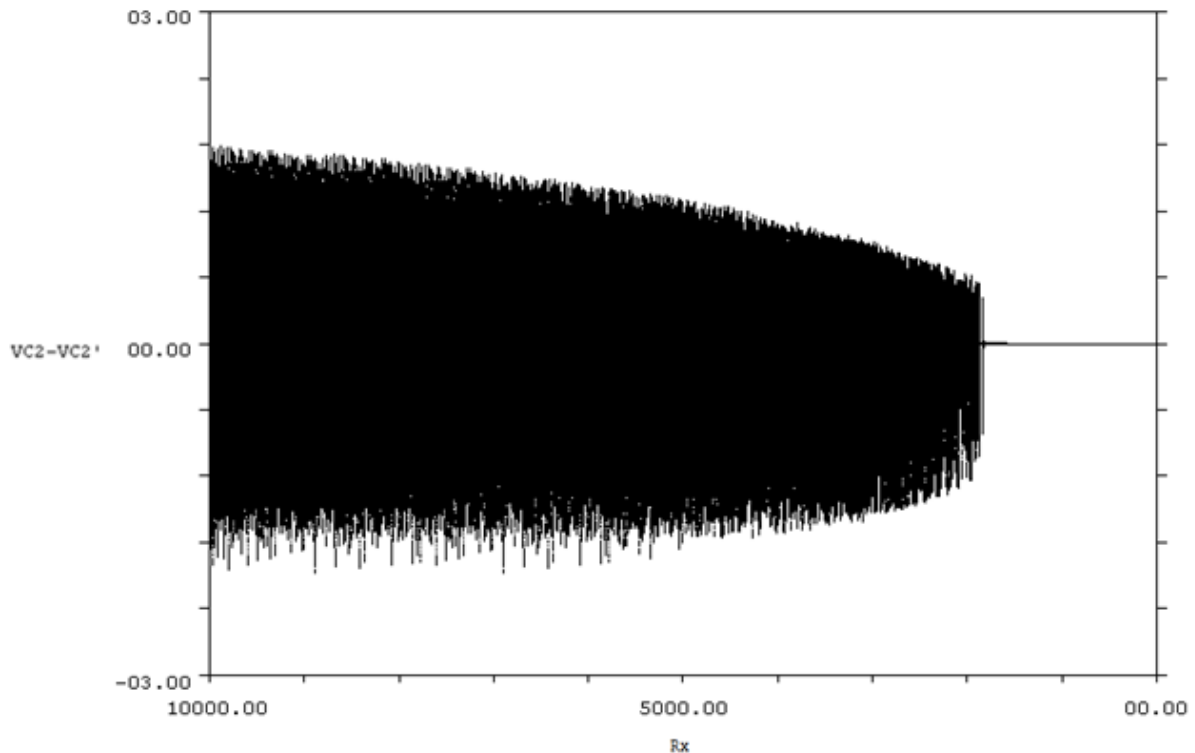
(δ) Χρονοσειρά σήματος για $R=9.8K\Omega$.

(ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

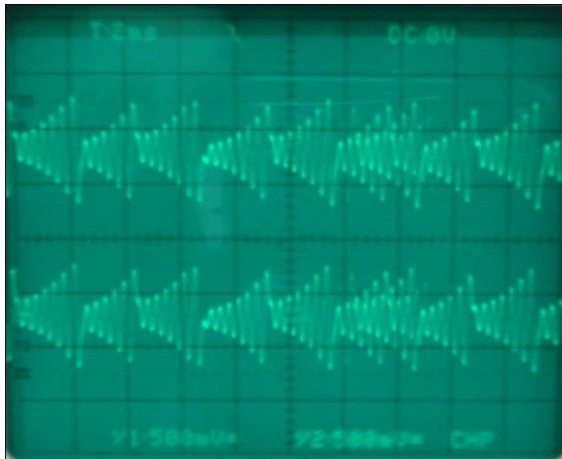
3.6.2.3 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1) για $C_2 = 100.7nF$



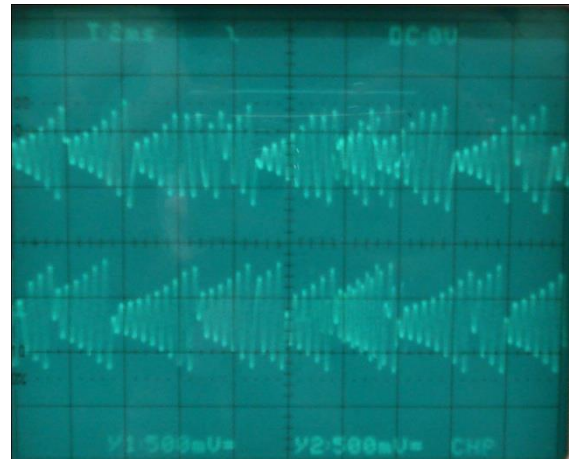
Σχήμα 3.11 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C_2} - V_{C_2}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη με $C_2 = 100.7nF$.

Στο σχήμα 3.11 φαίνεται το διάγραμμα διακλάδωσης της αμφίδρομης σύζευξης από τον κόμβο (1) από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x < 1.9K\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $1.9K\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε χαοτική κατάσταση.

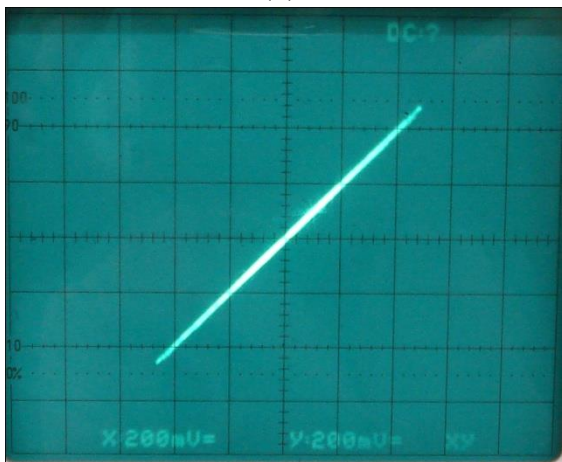
Παρακάτω παρουσιάζονται οι φασικές απεικονίσεις και οι χρονοσειρές του σήματος $V_{C_2} - V_{C_2}'$ (Οριζ. V_{C_2} , Καθ. V_{C_2}' V_{C_1}').



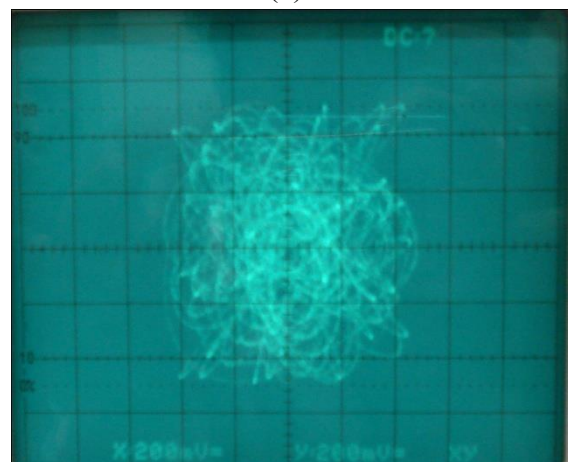
(α)



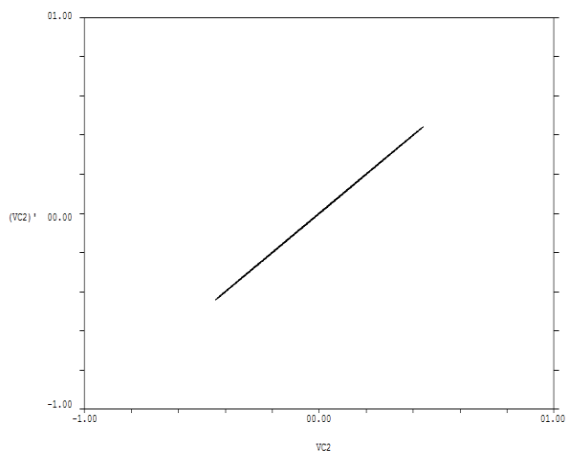
(δ)



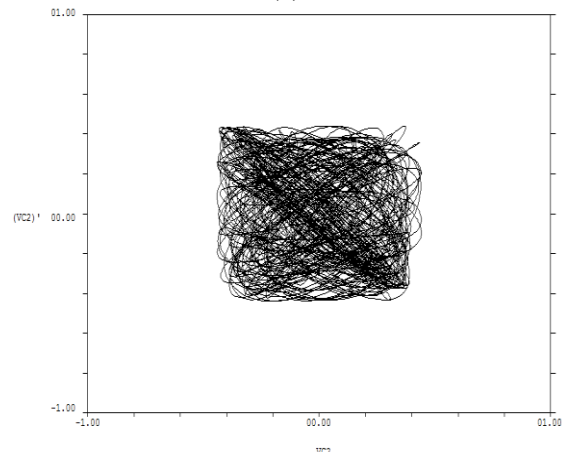
(β)



(ε)



(γ)



(ζ)

(α) χρονοσειρά σήματος για $R=1.45K\Omega$.

(β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=1.45K\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=1.45K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

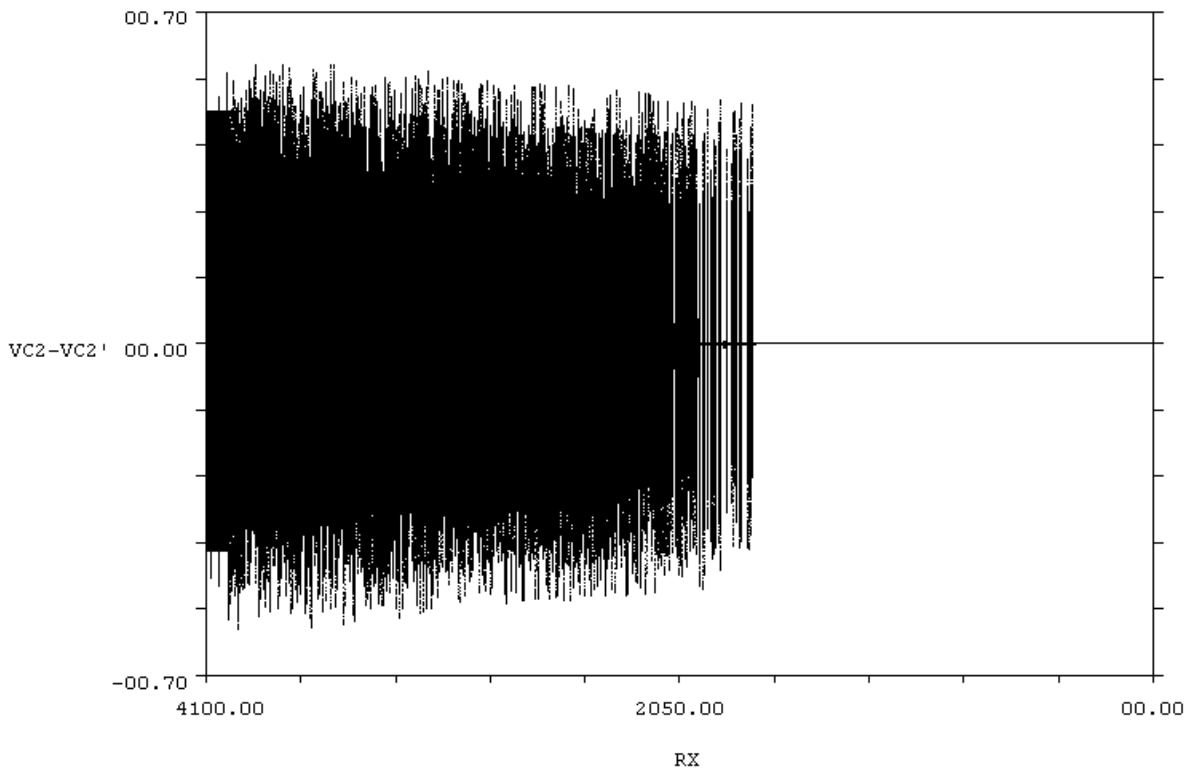
(δ) χρονοσειρά σήματος για $R=9.8K\Omega$.

(ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=9.8K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

3.6.2.4 Μονόδρομη σύζευξη από τον κόμβο (1) για $C_2 = 153.7nF$



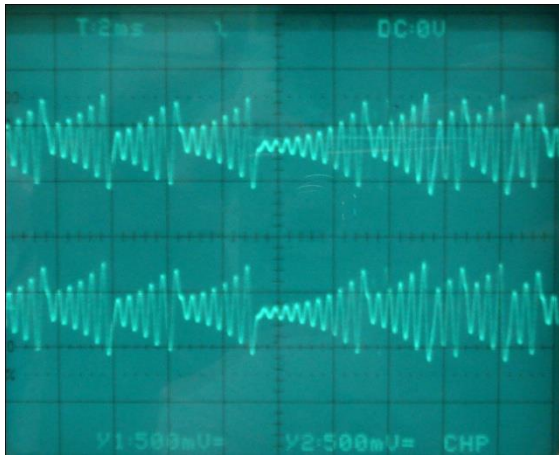
Σχήμα 3.12 Διάγραμμα διακλάδωσης $V_{C_2} - V_{C_2}'$ σε συνάρτηση με την R_x για την αμφίδρομη σύζευξη.

Στο σχήμα 3.12 φαίνεται το διάγραμμα διακλάδωσης της αμφίδρομης σύζευξης από τον κόμβο (1) από το οποίο προκύπτει ότι το σύστημα βρίσκεται σε χαοτικό συγχρονισμό για $R_x = 1.67K\Omega$. Για τιμές μεγαλύτερες από $1.67K\Omega$ το σύστημα βρίσκεται σε χαοτική κατάσταση.

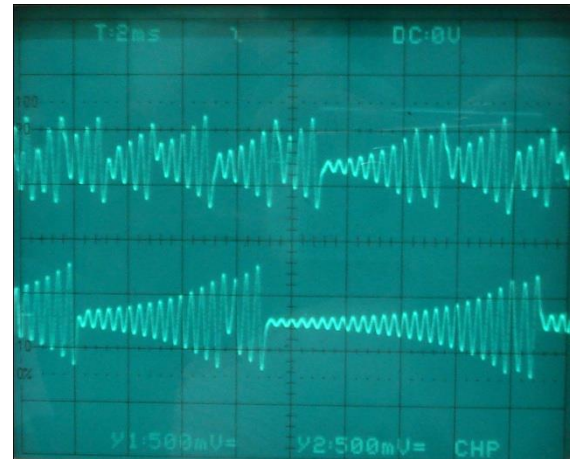
Παρατήρηση:

Στην μονόδρομη σύζευξη από κόμβο (1) που προηγήθηκε παρατηρήσαμε ότι χρησιμοποιώντας ίδιες τιμές με τον κόμβο (2) για τον πυκνωτή C_2 , δηλαδή $100.7nF$ και $153.7nF$ αντίστοιχα το σύστημα μας συγχρονίζεται για μικρότερη τιμή αντίστασης σύζευξης R_x . Στο ίδιο συμπέρασμα καταλήγουμε εάν συγκρίνουμε τα αποτελέσματα της προηγούμενης περίπτωσης με τα αποτελέσματα της αμφίδρομης στον κόμβο (1)

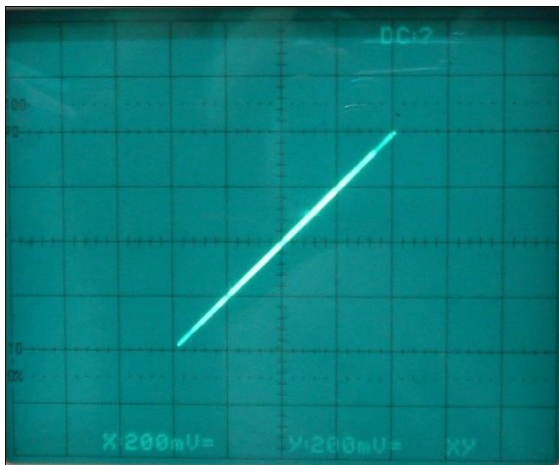
Για το κύκλωμα που υλοποιήθηκε πήραμε τις παρακάτω φασικές απεικονίσεις και χρονοσειρές των σημάτων $V_{C_2} - V_{C_2}'$ (Οριζ. V_{C_2} , Καθ. V_{C_2}').



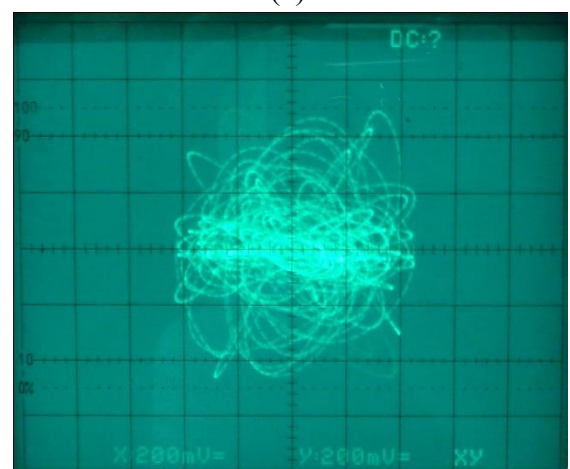
(α)



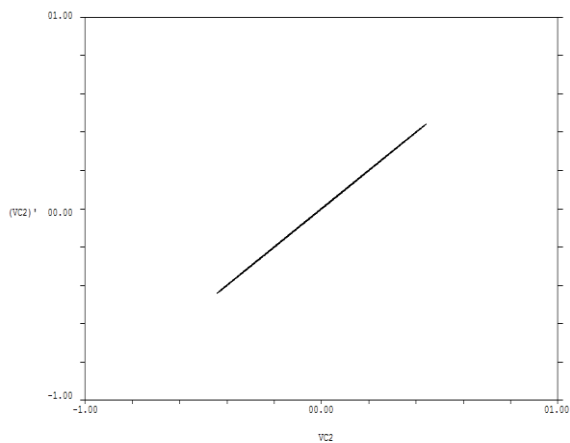
(δ)



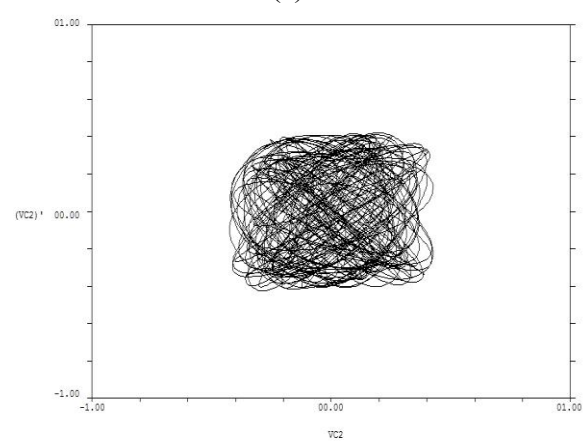
(γ)



(ε)



(ζ)



(ξ)

(α) Χρονοσειρά σήματος για $R=1.35K\Omega$.

(β) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=1.35K\Omega$.

(γ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=1.35K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτικό συγχρονισμό.

(δ) Χρονοσειρά σήματος για $R=4K\Omega$.

(ε) Πειραματική φασική απεικόνιση για $R=4K\Omega$.

(ζ) Θεωρητική φασική απεικόνιση για $R=4K\Omega$.

Το σύστημα είναι σε χαοτική κατάσταση.

3.7 Βιβλιογραφία

- [3.1] G. J. Mpitsos and R. M. Burton, "Convergence and Divergence in Neural Networks: Processing of Chaos and Biological Analogy", *Neural Networks*, vol. 5, pp. 605-625, 1992.
- [3.2] J. S. Nicolis, "Chaotic Dynamics in Biological Information Processing: A Heuristic Outline", In *Chaos in Biological Systems*, pp. 221-232, New York, plenum press, 1987.
- [3.3] L. O. Chua, L. Kocarev, K. Eckert, and M. Itoh, "Experimental CI Synchronization in Chua's Circuit", *Int. J. Bifurcation Chaos*, vol. 2, pp.705-1992.
- [3.4] L. Kocarev, A. Shang, and L. O. Chua, "Transitions in Dynamical Regime Driving: A Unified Method of Control and Synchronization of Chaos", In *Bifurcation Chaos*, vol. 3, pp. 479-483, 1993.
- [3.5] Yongguang Yu and Suochun Zhang, "The Synchronization of Line Bidirectional Coupled Chaotic Systems", *Chaos, Solitons and Frac* vol. 22, Issue 1, pp. 189-197, 2004.
- [3.6] J. C. Rekling and J. L. Feldman, "Bidirectional Electrical Coupling Betw Inspiratory Motoneurons in the Newborn Mouse Nucleus Ambiguus", *Neurophysiol*, vol. 78, pp. 3508-3510, 1997.
- [3.7] C. B. Field and R. Avissar, "Bidirectional Interactions between the Biosp and the Atmosphere - Introduction", *Global Change Biology*, vol. 4, pp. 459-1998.
- [3.8] R. T. Dirksen, "Bi-directional Coupling Between Dihydropyridine Recep and Ryanodine Receptors.", *Front Biosci*, vol. 7, pp. 659-670, 2002.
- [3.9] C. W. Wu, "Synchronization in Coupled Chaotic Circuits and Systems", *W Scientific*, 2002.
- [3.10] I. M. Kyprianidis and I. N. Stouboulos, "Chaotic Synchronization of Resistively Coupled Nonautonomous and Hyperchaotic Oscillators," *Chaos Soli and Fractals*, vol. 17, pp. 317-325, 2003.
- [3.11] I. M. Kyprianidis and I. N. Stouboulos, "Chaotic Synchronization of T Coupled Oscillators with Ring Connection," *Chaos Soliton and. Fractals*, vol.47, 1349-1351, 2003.

- [3.18] T. L. Carroll and L. M. Pecora, "Synchronized Chaotic Signals and Systems", Proc. IEEE ICASSP, San Francisco, CA, vol.4, pp. 137-140, 1992.
- [3.19] K. S. Halle, C. W. Wu, M. Itoh, and L. O. Chua, "Spread Spectrum Communication through Modulation of Chaos", Int. J. of Bifurcation Chaos, vol. 3, no. 2, 1993.
- [3.20] L. Kocarev, K. S. Halle, K. Eckert, L. O. Chua, and U. Parlitz, "Experimental Demonstration of Secure Communications via Chaotic Synchronization", Int. J. Bifurcation Chaos, vol. 2, no.3, pp. 709-713, 1992.
- [3.21] U. Parlitz, L. O. Chua, L. Kocarev, K. S. Halle, and A. Shang, "Transmission of Digital Signals by Chaotic Synchronization", Int. J. Bifurcation Chaos, vol. 2, no. 4n pp. 973-977, 1992.
- [3.22] A. V. Oppenheim, G. W. Wornell, S. H. Isabelle, and K. M. Cuomo, "Signal Processing in the Context of Chaotic Signals", Proc. IEEE ICASSP, San Francisco, CA, vol. 4, pp. 117-120, 1992.
- [3.23] H. Dedieu, M. P. Kennedy, T. Schimming, and M. Hasler, "Chaos Shift Keying: Modulation and Demodulation of a Chaotic Carrier Using Self-Synchronizing Chua's Circuits", IEEE Trans. Circ. Syst., Part II, pp. 634-642, 1993.
- [3.24] M. P. Kennedy and H. Dedieu, "Experimental Demonstration of Binary Chaos-Shift-Keying using Self-Synchronizing Chua's Circuits", Proc. of the Workshop on Nonlinear Dynamics of Electronics Systems, Dresden, 1994.
- [3.25] S. Hayes, C. Grebogi, and E. Ott, "Communicating with Chaos", Phys. Rev, Lett. vol. 70, no. 20, pp. 3031-3034, 1993.

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Α

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΓΙΑ ΤΗΝ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΩΝ ΕΞΙΣΩΣΕΩΝ ΤΩΝ ΔΙΑΦΟΡΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

A.1 Αλγόριθμος για το διάγραμμα διακλάδωσης του κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.

```
PROGRAM BIFURCATION! Chua's Canonical 3th order CIRCUIT/ (Vc2)p vs. Vc1 IN
NORMALIZED FORM
!CUBIC I-V: i = k1V + k3(V)3
!Poincare plane:(1 + R*Gn)*(Vc2)-(Vc1)=0
SET MODE "GRAPHICS"
SET COLOR "BLACK"
SET BACKGROUND COLOR "WHITE"
DECLARE DEF YPRIM
DIM YNEW(3),Y(3)
CALL FileOpen("text","newold","outin",#9)
CALL
initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XC2min,dXC2,XL1,XGn,XR,NN,Y(1),Y(2),Y(3),xmax,xm
in,ymax,ymin,xstep,ystep)
CALL AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

DO
LET NTOT =300000
LET XC2R = XC2*(109)
IF XC2R > 77.5 THEN LET NTOT=100000
SET CURSOR 3,36
PRINT using "C2 = ###.## nF":XC2R
LET NTR= 40000
SET CURSOR 3,57
FOR K1=1 to NTOT
!SET CURSOR 3,43
!PRINT using "K1 = #####":K1
CALL RKK4(Y,NN,TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,YNEW)
FOR K =1 to 3
LET Y(K)=YNEW(K)
NEXT K
```

```

LET dy2 = 0.001
LET dPPL = (XGn+XR)*Y(3) + Y(1)  !POINCARE PLANE
IF K1>NTR THEN
IF dPPL > -dy2 AND dPPL < dy2 THEN
IF ((1/XR)*(Y(1) - Y(2)) + Y(3)) < 0 THEN
PLOT XC2R,Y(1)
PRINT #9:XC2R,Y(1)
END IF
END IF
END IF

NEXT K1
IF XC2 >= XC2min THEN LET XC2 = XC2 + dXC2
LOOP UNTIL XC2 > 300*(10)^(-9)

END

SUB
initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XC2min,dXC2,XL1,XGn,XR,NN,YO1,YO2,YO3,xmax,x
min,ymax,ymin,xstep,ystep)
LET TSTEP =0.01
LET XR = 2000          !OHMS
LET XC1= 7*(10)^(-9)   !Farad
LET XC1R = XC1*(10^6)  !nF
LET XC1RR = XC1*(10^9)
LET XC2= 105*(10)^(-9) !Farad
LET XC2R = XC2*(10^6)  !nF
LET XC2RR = XC2*(10^9)
LET XL1= 0.02         !Henry
LET XL1R = XL1*1000   !mH
LET Xk1=-0.5263*(10)^(-3) !Siemens
LET Xk1R = Xk1*1000   !mS
LET Xk3 = 0.0277*(10)^(-3)
LET Xk3R = Xk3*1000

```

```

LET XGn= 20          !Siemens
LET XGnR = XGn*1000    !mS
LET Bpn = 1.0         !volts/1Volt
LET NN = 3
LET YO1 = -0.20       !initial condition
LET YO2 = -0.15       !initial condition
LET YO3 = -0.0002     !initial condition
LET XC2min = 30*(10)^(-9) !Farad
LET XC2Rmin = XC2min*(10^9)
LET dXC2 = 0.04*10^(-9)
LET xmax = 130
LET xmin = XC2Rmin
LET xav = (xmax+xmin)/2
LET ymax = 3
LET ymin = -3.0
LET yav = (ymax+ymin)/2
LET xstep = (xmax-xmin)/10
LET ystep = (ymax-ymin)/10
SET WINDOW xmin-4.5*xstep,xmax+1.4*xstep,ymin-2.8*ystep,ymax+2.8*ystep
PRINT using "R = ##### Ohms":XR
PRINT using "L1 = ###.## mH":XL1R
PRINT using "C1 = ##.# nF":XC1RR
PRINT using "C2 = ###.# nF":XC2RR
PRINT using "K1 = -.#####":Xk1R
PRINT using "K3 = -.#####":Xk3R
PRINT using "Ro = -##.## Ohms":XGn
PRINT using "(Vc1)o=-#.##V":YO1
PRINT using "(Vc2)o=-#.##V":YO2
PRINT using "(iL1)o=-.###A":YO3
PRINT using "tstep =#.####":tstep

SET CURSOR 1,36
PRINT "CHUA'S CANONICAL, CUBIC i-v , BIFURCATION VC1 vs. VC2"
SET CURSOR 2,36

```



```
PRINT "POINCARÉ PLANE  $V_{c2} = 0$  AND  $dV_{c2}/dt < 0$ "
```

```
SET CURSOR 8,35
```

```
PRINT using "-%.%.%%":ymax
```

```
SET CURSOR 21.5,35
```

```
PRINT using "-%.%.%%":yav
```

```
SET CURSOR 35,35
```

```
PRINT using "-%.%.%%":ymin
```

```
SET CURSOR 22,30
```

```
PRINT "VC1"
```

```
SET CURSOR 36,41
```

```
PRINT using "##.##":xmin
```

```
SET CURSOR 36,87
```

```
PRINT using "###.##":xav
```

```
SET CURSOR 36,134
```

```
PRINT using "###.##":xmax
```

```
SET CURSOR 38,90
```

```
PRINT "C2"
```

```
END SUB
```

```
SUB RKK4(Y(),NN,TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,YNEW())
```

```
DECLARE DEF YPRIM
```

```
DIM y1(3),y2(3),Y3(3),Y4(3),YY1(3),YY2(3),YY3(3)
```

```
FOR K = 1 to NN
```

```
LET y1(K) = TSTEP*YPRIM(Y,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
```

```
NEXT K
```

```
FOR K = 1 to NN
```

```
LET YY1(K) = Y(K) + y1(K)/2
```

```
NEXT K
```

```

FOR K =1 to NN
LET y2(K)=TSTEP*YPRIM(Y1,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YY2(K) =Y(K) +y2(K)/2
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET Y3(K)=TSTEP*YPRIM(YY2,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YY3(K) =Y(K)+Y3(K)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET Y4(K)=TSTEP*YPRIM(YY3,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YNEW(K)=Y(K)+(y1(K) +2*y2(K) +2*Y3(K)+Y4(K))/6
NEXT K
END SUB

```

```

DEF YPRIM(Y(),K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)

```

```

LET XAL = XR*XC2/XC1

```

```

LET XBL = XR*XC2/XL1

```

```

IF K = 1 then LET YPRIM =XAL*((1/XR)*(Y(2) - Y(1)) - Xk1*Y(1) - Xk3*(Y(1)^3))

```

```

IF K = 2 then LET YPRIM =XR*((1/XR)*(Y(1) - Y(2)) + Y(3))

```

```

IF K = 3 then LET YPRIM =XBL*( - Y(2) - XGn*Y(3))

```

```

END DEF

```

```

SUB AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin;xmin,ymax

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin;xmax,ymin
PLOT LINES:xmin,ymax;xmax,ymax
PLOT LINES:xmax,ymax;xmax,ymin
FOR NL = 1 to 11
PLOT LINES:xmin,ymin+ystep*(NL-1);xmin-xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)
PLOT LINES:xmin+xstep*(NL-1),ymin;xmin+xstep*(NL-1),ymin-ystep/10
PLOT LINES:xmax,ymin+ystep*(NL-1);xmax+xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)
NEXT NL
END SUB

```

```

SUB FileOpen(org$,cr$,acc$,#9)                                !Open specified file
print " Output File";
input f$
open #9:name f$,org org$,create cr$,access acc$
erase #9
END SUB

```

A.2 Αλγόριθμος για τις φασικές απεικονίσεις του κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.

```
PROGRAM PHASEPORTRAIT! Chua's Canonical 3th order CIRCUIT/ (Vc2)p vs. Vc1 IN
NORMALIZED FORM
!CUBIC I-V: i = k1V + k3(V)^3
!Poincare plane:(1 + R*Gn)*(Vc2)-(Vc1)=0
SET MODE "GRAPHICS"
SET COLOR "BLACK"
SET BACKGROUND COLOR "WHITE"
DECLARE DEF YPRIM
DIM YNEW(3),Y(3)
CALL FileOpen("text","newold","outin",#9)
CALL
initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,NN,Y(1),Y(2),Y(3),xmax,xmin,ymax,ymin,x
step,ystep)
CALL AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

LET NTR= 20000
SET CURSOR 3,55
PRINT using "NTR =#####":NTR
FOR K1=1 to 350000
SET CURSOR 3,75
PRINT using "K1 = #####":K1
CALL RKK4(Y,NN,TSTEP,Xk1,Xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,YNEW)
FOR K =1 to 3
LET Y(K)=YNEW(K)
NEXT K

!SET CURSOR 1,40
!PRINT using "(X) = -##.####":Y(1)
!SET CURSOR 1,55
!PRINT using "(Y) = -##.####":Y(2)
```

```

IF K1 > NTR THEN PLOT Y(1),Y(2)
IF K1 > NTR THEN PLOT LINES:Y(1),Y(2);y1,y2
LET y2 = Y(2)
LET y1 = Y(1)
IF K1>NTR THEN PRINT #9:K1,Y(1)
NEXT K1
END

```

```

SUB

```

```

initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,NN,YO1,YO2,YO3,xmax,xmin,ymax,ymin,
xstep,ystep)

```

```

LET TSTEP =0.01

```

```

LET XR = 1950          !OHMS

```

```

LET XC1= 8*(10)^(-9)   !Farad

```

```

LET XC1R = XC1*(10^9)  !nF

```

```

LET XC2= 120*(10)^(-9) !Farad

```

```

LET XC2R = XC2*(10^9)  !nF

```

```

LET XL1= 0.01916      !Henry

```

```

LET XL1R = XL1*1000    !mH

```

```

LET Xk1=-0.6384*(10)^(-3)

```

```

LET Xk1R = Xk1*1000

```

```

LET Xk3 = 0.0252*(10)^(-3)

```

```

LET Xk3R = Xk3*1000

```

```

LET XGn= 20           !OHMS

```

```

!LET XGnR = XGn*1000

```

```

!LET Bpn = 1.0        !volts/1Volt

```

```

LET NN = 3

```

```

LET YO1 = -0.20       !initial condition

```

```

LET YO2 = -0.15       !initial condition

```

```

LET YO3 = -0.0002     !initial condition

```

```

LET xmax = 4.

```

```

LET xmin = -4.

```

```

LET xav = (xmax+xmin)/2

```

```

LET ymax = 1.
LET ymin = -1.
LET yav = (ymax+ymin)/2
LET xstep = (xmax-xmin)/10
LET ystep = (ymax-ymin)/10
SET WINDOW xmin-5.5*xstep,xmax+1.5*xstep,ymin-2.75*ystep,ymax+2.3*ystep
PRINT using "R = ##### Ohms":XR
PRINT using "L1 = #####.## mH":XL1R
PRINT using "C1 = ##.### nF":XC1R
PRINT using "C2 = ###.### nF":XC2R
PRINT using "K1 = -.#####":Xk1R
PRINT using "K3 = -.#####":Xk3R
PRINT using "R0 = -##.## Ohms":XGn
PRINT using "(Vc1)o=-#.## V":YO1
PRINT using "(Vc2)o=-#.## V":YO2
PRINT using "(iL1)o=-.##### A":YO3
PRINT using "tstep =#.#####":tstep

SET CURSOR 1,50
PRINT "CHUA'S CIRCUIT, CUBIC i-v , Vc2 vs. Vc1"
SET CURSOR 2,50

SET CURSOR 7,32
PRINT using "-%.%.%%":ymax
SET CURSOR 20,32
PRINT using "-%.%.%%":yav
SET CURSOR 34,32
PRINT using "-%.%.%%":ymin

SET CURSOR 19,25
PRINT "VC2"

SET CURSOR 35,37
PRINT using "##.##":xmin

```

```
SET CURSOR 35,72
PRINT using "%.%% ":xav
SET CURSOR 35,105
PRINT using "##.##":xmax
```

```
SET CURSOR 36,70
PRINT "VC1"
```

```
END SUB
```

```
SUB RKK4(Y(),NN,TSTEP,Xk1,Xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,YNEW())
DECLARE DEF YPRIM
DIM y1(3),y2(3),Y3(3),Y4(3),YY1(3),YY2(3),YY3(3)
FOR K = 1 to NN
LET y1(K) =TSTEP*YPRIM(Y,K,Xk1,Xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YY1(K)=Y(K)+y1(K)/2
NEXT K
FOR K =1 to NN
LET y2(K)=TSTEP*YPRIM(YY1,K,Xk1,Xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YY2(K) =Y(K) +y2(K)/2
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET Y3(K)=TSTEP*YPRIM(YY2,K,Xk1,Xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YY3(K) =Y(K)+Y3(K)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET Y4(K)=TSTEP*YPRIM(YY3,K,Xk1,Xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)
NEXT K
```

```

FOR K = 1 to NN
LET YNEW(K)=Y(K)+(y1(K) +2*y2(K) +2*Y3(K)+Y4(K))/6
NEXT K
END SUB

```

```

DEF YPRIM(Y(),K,Xk1,Xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR)

```

```

LET XAL = XR*XC2/XC1

```

```

LET XBL = XR*XC2/XL1

```

```

IF Y(2) > 7.5 THEN LET XGn = 0.00065

```

```

IF Y(2) < -7.5 THEN LET XGn = 0.00065

```

```

!IF K = 1 then LET YPRIM = XAL*(Y(3) - xk1*Y(1) - xk3*(Y(1)^3))

```

```

!IF K = 2 then LET YPRIM = XR*(-XGn*Y(2) - Y(3))

```

```

!IF K = 3 then LET YPRIM = XBL*(-Y(1) + Y(2) -XR*Y(3))

```

```

IF K = 1 then LET YPRIM =XAL*((1/XR)*(Y(2) - Y(1)) - Xk1*Y(1) - Xk3*(Y(1)^3))

```

```

IF K = 2 then LET YPRIM =XR*((1/XR)*(Y(1) - Y(2)) + Y(3))

```

```

IF K = 3 then LET YPRIM =XBL*(- Y(2) - XGn*Y(3))

```

```

END DEF

```

```

SUB AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin;xmin,ymax

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin;xmax,ymin

```

```

PLOT LINES:xmin,ymax;xmax,ymax

```

```

PLOT LINES:xmax,ymax;xmax,ymin

```

```

FOR NL = 1 to 11

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin+ystep*(NL-1);xmin-xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)

```

```

PLOT LINES:xmin+xstep*(NL-1),ymin;xmin+xstep*(NL-1),ymin-ystep/10

```

```

PLOT LINES:xmax,ymin+ystep*(NL-1);xmax+xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)

```



```
NEXT NL  
END SUB
```

```
SUB FileOpen(org$,cr$,acc$,#9)           !Open specified file  
print " Output File";  
input f$  
open #9:name f$,org org$,create cr$,access acc$  
erase #9  
END SUB
```

A.3 Αλγόριθμος για το διάγραμμα διακλάδωσης των δύο συζευγμένων κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.

Ο παρακάτω αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε και για τα δυο είδη συζεύξεων χρησιμοποιώντας κάθε φορά τις αντίστοιχες εξισώσεις.

```
PROGRAM PHASEPORTRAIT! Chua's Canonical 3th order CIRCUIT/ (Vc2)p vs. Vc1 IN
NORMALIZED FORM
!CUBIC I-V:  $i = k1V + k3(V)^3$ 
SET MODE "GRAPHICS"
SET COLOR "BLACK"
SET BACKGROUND COLOR "WHITE"
DECLARE DEF YPRIM
DIM YNEW(6),Y(6)
CALL FileOpen("text","newold","outin",#9)
CALL
initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XC2min,dXC2,XL1,XGn,XR,XF,NN,Y(1),Y(2),Y(3),Y(4),
Y(5),Y(6),xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)
CALL AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

DO
LET NTOT =40000
SET CURSOR 3,35
PRINT using "Rx = #####.## ":XF
LET NTR= 20000
SET CURSOR 3,57
FOR K1=1 to NTOT
SET CURSOR 3,55
PRINT using "K1 = #####":K1

CALL RKK4(Y,NN,TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF,YNEW)
FOR K =1 to 6
LET Y(K)=YNEW(K)
```

NEXT K

IF K1>NTR THEN

PLOT XF,Y(4)-Y(1)

PRINT #9:XF,Y(4)-Y(1)

END IF

NEXT K1

IF XF > 0 THEN LET XF = XF - 1000

LOOP UNTIL XF < 0

CLOSE #9

END

SUB

initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XC2min,dXC2,XL1,XGn,XR,XF,NN,YO1,YO2,YO3,YO4
,YO5,YO6,xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

LET TSTEP =0.01

LET XR = 1960 !OHMS

LET XC1= 7.4*(10)^(-9) !Farad

LET XC1R = XC1*(10^6) !nF

LET XC1RR = XC1*(10^9)

LET XC2= 100.7*(10)^(-9) !Farad

LET XC2R = XC2*(10^6) !nF

LET XC2RR = XC2*(10^9)

LET XL1= 0.01916 !Henry

LET XL1R = XL1*1000 !mH

LET Xk1=-0.606*(10)^(-3) !Siemens

LET Xk3=0.0221*(10)^(-3) !Siemens

LET XGn= 20 !Siemens

LET XGnR = XGn*1000 !mS

LET Bpn = 1.0 !volts/1Volt

LET XF=8000

LET NN = 6

LET YO1 = -0.20 !initial condition

```

LET YO2 = -0.15          !initial condition
LET YO3 = -0.0002       !initial condition
LET YO4 = -0.40         !initial condition
LET YO5 = -0.25         !initial condition
LET YO6 = -0.0004       !initial condition
LET XFmin =8100         !Farad
LET dXF = 0.1
LET xmax = 0
LET xmin = XFmin
LET xav = (xmax+xmin)/2
LET ymax = 3
LET ymin = -3.0
LET yav = (ymax+ymin)/2
LET xstep = (xmax-xmin)/10
LET ystep = (ymax-ymin)/10
SET WINDOW xmin-4.5*xstep,xmax+1.4*xstep,ymin-2.8*ystep,ymax+2.8*ystep
PRINT using "R = #### Ohms":XR
PRINT using "L1 = ###.## mH":XL1R
PRINT using "C1 = ##.# nF":XC1RR
PRINT using "C2 = ###.# nF":XC2RR
PRINT using "K1 = -#.#####":Xk1R
PRINT using "K3 = -#.#####":Xk3R
PRINT using "Ro = -##.## Ohms":XGn
PRINT using "(Vc1)o=-#.##V":YO1
PRINT using "(Vc2)o=-#.##V":YO2
PRINT using "(iL1)o=-.###A":YO3
PRINT using "tstep =#.#####":tstep

SET CURSOR 1,36
PRINT "CHUA'S CANONICAL, CUBIC i-v , SYNCHRONIZATION - BIFURCATION "
SET CURSOR 2,36
PRINT "BIFURCATION DIAGRAM"

SET CURSOR 8,36

```

PRINT using "-%.%.%":ymax

SET CURSOR 21.5,36

PRINT using "-%.%.%":yav

SET CURSOR 35,36

PRINT using "-%.%.%":ymin

SET CURSOR 21.5,30

PRINT "VC1-VC1"

SET CURSOR 36,39

PRINT using "%%.%%.%%.%%.%%":xmin

SET CURSOR 36,86

PRINT using "%%.%%.%%.%%.%%":xav

SET CURSOR 36,135

PRINT using "%%.%%.%%":xmax

SET CURSOR 38,90

PRINT "Rx"

END SUB

SUB RKK4(Y(),NN,TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF,YNEW())

DECLARE DEF YPRIM

DIM y1(6),y2(6),Y3(6),Y4(6),YY1(6),YY2(6),YY3(6)

FOR K = 1 to NN

LET y1(K) =TSTEP*YPRIM(Y,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF)

NEXT K

FOR K = 1 to NN

LET YY1(K)=Y(K)+y1(K)/2

NEXT K

FOR K =1 to NN

LET y2(K)=TSTEP*YPRIM(YY1,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF)

NEXT K

```

FOR K = 1 to NN
LET YY2(K) = Y(K) + y2(K)/2
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET Y3(K) = TSTEP * YPRIM(YY2, K, xk1, xk3, XC1, XC2, XL1, XGn, XR, XF)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YY3(K) = Y(K) + Y3(K)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET Y4(K) = TSTEP * YPRIM(YY3, K, xk1, xk3, XC1, XC2, XL1, XGn, XR, XF)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YNEW(K) = Y(K) + (y1(K) + 2*y2(K) + 2*Y3(K) + Y4(K))/6
NEXT K
END SUB

```

```

DEF YPRIM(Y(), K, xk1, xk3, XC1, XC2, XL1, XGn, XR, XF)

```

```

LET XAL = XR * XC2 / XC1

```

```

LET XBL = XR * XC2 / XL1

```

```

IF K = 1 then LET YPRIM = XAL * ((1/XR) * (Y(2) - Y(1)) - Xk1 * Y(1) - Xk3 * (Y(1)^3) +
(1/XF) * (Y(4) - Y(1)))

```

```

IF K = 2 then LET YPRIM = XR * ((1/XR) * (Y(1) - Y(2)) + Y(3))

```

```

IF K = 3 then LET YPRIM = XBL * (- Y(2) - XGn * Y(3))

```

```

IF K = 4 then LET YPRIM = XAL * ((1/XR) * (Y(5) - Y(4)) - Xk1 * Y(4) - Xk3 * (Y(4)^3) +
(1/XF) * (Y(1) - Y(4)))

```

```

IF K = 5 then LET YPRIM = XR * ((1/XR) * (Y(4) - Y(5)) + Y(6))

```

```

IF K = 6 then LET YPRIM = XBL * (- Y(5) - XGn * Y(6))

```

```

END DEF

```

```

SUB AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)
PLOT LINES:xmin,ymin;xmin,ymax
PLOT LINES:xmin,ymin;xmax,ymin
PLOT LINES:xmin,ymax;xmax,ymax
PLOT LINES:xmax,ymax;xmax,ymin
FOR NL = 1 to 11
PLOT LINES:xmin,ymin+ystep*(NL-1);xmin-xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)
PLOT LINES:xmin+xstep*(NL-1),ymin;xmin+xstep*(NL-1),ymin-ystep/10
PLOT LINES:xmax,ymin+ystep*(NL-1);xmax+xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)
NEXT NL
END SUB

```

```

SUB FileOpen(org$,cr$,acc$,#9)                                !Open specified file
print " Output File";
input f$
open #9:name f$,org org$,create cr$,access acc$
erase #9
END SUB

```

A.4 Αλγόριθμος για φασικές απεικονίσεις των δύο συζευγμένων κυκλώματος Chua σε γλώσσα προγραμματισμού TRUE BASIC.

Ο παρακάτω αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε και για τα δυο είδη συζεύξεων χρησιμοποιώντας κάθε φορά τις αντίστοιχες εξισώσεις.

```
PROGRAM PHASEPORTRAIT! Chua's Canonical 3th order CIRCUIT/ (Vc2)p vs. Vc1 IN
NORMALIZED FORM
!CUBIC I-V: i = k1V + k3(V)^3
SET MODE "GRAPHICS"
SET COLOR "BLACK"
SET BACKGROUND COLOR "WHITE"
DECLARE DEF YPRIM
DIM YNEW(6),Y(6)
CALL FileOpen("text","newold","outin",#9)
CALL
initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XC2min,dXC2,XL1,XGn,XR,XF,NN,Y(1),Y(2),Y(3),Y(4),
Y(5),Y(6),xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)
CALL AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

LET NTR= 20000
SET CURSOR 3,55
PRINT using "NTR = #####.## ":NTR
FOR K1=1 to 350000
SET CURSOR 3,75
PRINT using "K1 = #####":K1

CALL RKK4(Y,NN,TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF,YNEW)
FOR K =1 to 6
LET Y(K)=YNEW(K)
NEXT K

IF K1>NTR THEN PLOT Y(1),Y(4)
IF K1 > NTR THEN PLOT LINES:Y(1),Y(4);y1,y4
```



```

LET y4 = Y(4)
LET y1 = Y(1)
IF K1>NTR THEN PRINT #9:Y(1), Y(4)
NEXT K1
END

```

```

SUB

```

```

initial(TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XC2min,dXC2,XL1,XGn,XR,XF,NN,YO1,YO2,YO3,YO4
,YO5,YO6,xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

```

```

LET TSTEP =0.01

```

```

LET XR = 1960          !OHMS

```

```

LET XC1= 7.4*(10)^(-9)    !Farad

```

```

LET XC1R = XC1*(10^6)    !nF

```

```

LET XC1RR = XC1*(10^9)

```

```

LET XC2= 100.7*(10)^(-9)  !Farad

```

```

LET XC2R = XC2*(10^6)    !nF

```

```

LET XC2RR = XC2*(10^9)

```

```

LET XL1= 0.01916         !Henry

```

```

LET XL1R = XL1*1000      !mH

```

```

LET Xk1=-0.606*(10)^(-3) !Siemens

```

```

LET Xk3=0.0221*(10)^(-3) !Siemens

```

```

LET XGn= 20              !Siemens

```

```

LET XGnR = XGn*1000      !mS

```

```

LET Bpn = 1.0           !volts/1Volt

```

```

LET XF=4600

```

```

LET NN = 6

```

```

LET YO1 = -0.20          !initial condition

```

```

LET YO2 = -0.15          !initial condition

```

```

LET YO3 = -0.0002        !initial condition

```

```

LET YO4 = 0.40           !initial condition

```

```

LET YO5 = 0.5            !initial condition

```

```

LET YO6 = 0.0004         !initial condition

```

```

LET XFmin =200000        !Farad

```

```

LET dXF = 0.1

```

```

LET xmax = 5
LET xmin = -5
LET xav = (xmax+xmin)/2
LET ymax = 5
LET ymin = -5
LET yav = (ymax+ymin)/2
LET xstep = (xmax-xmin)/10
LET ystep = (ymax-ymin)/10
SET WINDOW xmin-4.5*xstep,xmax+1.4*xstep,ymin-2.8*ystep,ymax+2.8*ystep
PRINT using "R = #### Ohms":XR
PRINT using "L1 = ###.## mH":XL1R
PRINT using "C1 = ##.# nF":XC1RR
PRINT using "C2 = ###.# nF":XC2RR
PRINT using "K1 = -.#####":Xk1R
PRINT using "K3 = -.#####":Xk3R
PRINT using "Ro = -##.## Ohms":XGn
PRINT using "(Vc1)o=-#.##V":YO1
PRINT using "(Vc2)o=-#.##V":YO2
PRINT using "(iL1)o=-.###A":YO3
PRINT using "tstep =#.####":tstep

SET CURSOR 1,36
PRINT "CHUA'S CANONICAL, CUBIC i-v , SYNCHRONIZATION - BIFURCATION "
SET CURSOR 2,36
PRINT "BIFURCATION DIAGRAM"

SET CURSOR 8,36
PRINT using "%%.%%":ymax
SET CURSOR 21.5,36
PRINT using "%%.%%":yav
SET CURSOR 35,36
PRINT using "%%.%%":ymin

SET CURSOR 21.5,28

```

PRINT "(VC1)"

SET CURSOR 36,41

PRINT using "%.%.%%":xmin

SET CURSOR 36,88

PRINT using "%.%.%%":xav

SET CURSOR 36,135

PRINT using "%.%.%%":xmax

SET CURSOR 38,90

PRINT "VC1"

END SUB

SUB RKK4(Y(),NN,TSTEP,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF,YNEW())

DECLARE DEF YPRIM

DIM y1(6),y2(6),Y3(6),Y4(6),YY1(6),YY2(6),YY3(6)

FOR K = 1 to NN

LET y1(K) = TSTEP * YPRIM(Y,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF)

NEXT K

FOR K = 1 to NN

LET YY1(K) = Y(K) + y1(K) / 2

NEXT K

FOR K = 1 to NN

LET y2(K) = TSTEP * YPRIM(YY1,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF)

NEXT K

FOR K = 1 to NN

LET YY2(K) = Y(K) + y2(K) / 2

NEXT K

FOR K = 1 to NN

LET Y3(K) = TSTEP * YPRIM(YY2,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF)

NEXT K

FOR K = 1 to NN

```

LET YY3(K) =Y(K)+Y3(K)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET Y4(K)=TSTEP*YPRIM(YY3,K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF)
NEXT K
FOR K = 1 to NN
LET YNEW(K)=Y(K)+(y1(K) +2*y2(K) +2*Y3(K)+Y4(K))/6
NEXT K
END SUB

```

```

DEF YPRIM(Y(),K,xk1,xk3,XC1,XC2,XL1,XGn,XR,XF)

```

```

LET XAL = XR*XC2/XC1

```

```

LET XBL = XR*XC2/XL1

```

```

IF K = 1 then LET YPRIM =XAL*((1/XR)*(Y(2) - Y(1)) - Xk1*Y(1) - Xk3*(Y(1)^3))

```

```

IF K = 2 then LET YPRIM =XR*((1/XR)*(Y(1) - Y(2)) + Y(3) +(1/XF)*(Y(5)-Y(2)))

```

```

IF K = 3 then LET YPRIM =XBL*( - Y(2) - XGn*Y(3))

```

```

IF K = 4 then LET YPRIM =XAL*((1/XR)*(Y(5) - Y(4)) - Xk1*Y(4) - Xk3*(Y(4)^3))

```

```

IF K = 5 then LET YPRIM =XR*((1/XR)*(Y(4) - Y(5)) + Y(6) + (1/XF)*(Y(2)-Y(5)))

```

```

IF K = 6 then LET YPRIM =XBL*( - Y(5) - XGn*Y(6))

```

```

END DEF

```

```

SUB AXES_PLOT(xmax,xmin,ymax,ymin,xstep,ystep)

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin;xmin,ymax

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin;xmax,ymin

```

```

PLOT LINES:xmin,ymax;xmax,ymax

```

```

PLOT LINES:xmax,ymax;xmax,ymin

```

```

FOR NL = 1 to 11

```

```

PLOT LINES:xmin,ymin+ystep*(NL-1);xmin-xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)

```

```

PLOT LINES:xmin+xstep*(NL-1),ymin;xmin+xstep*(NL-1),ymin-ystep/10

```

```
PLOT LINES:xmax,ymin+ystep*(NL-1);xmax+xstep/10,ymin+ystep*(NL-1)
```

```
NEXT NL
```

```
END SUB
```

```
SUB FileOpen(org$,cr$,acc$,#9)
```

```
!Open specified file
```

```
print " Output File";
```

```
input f$
```

```
open #9:name f$,org org$,create cr$,access acc$
```

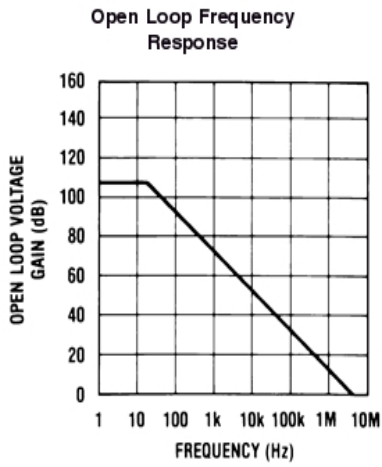
```
erase #9
```

```
END SUB
```

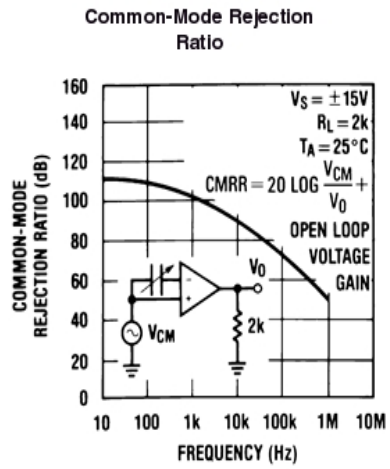
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ Β

DATASHEETS

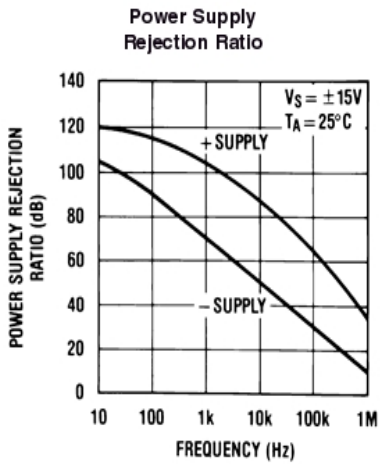
Typical Performance Characteristics (Continued)



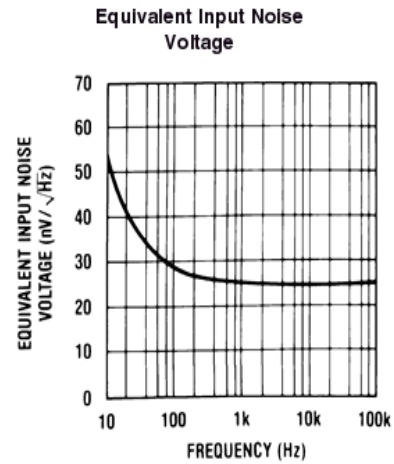
00965025



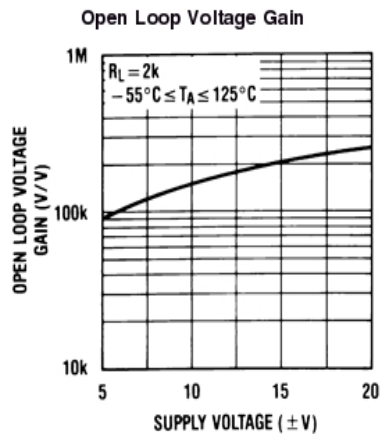
00565526



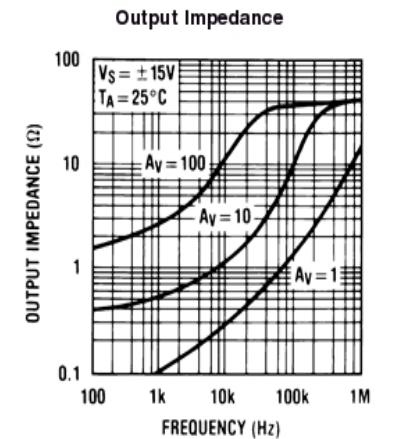
00565527



00565528



00965029



00965030

AD633—SPECIFICATIONS (T_A = 25°C, V_S = ±15 V, R_L ≥ 2 kΩ)

Model	AD633J, AD633A				
TRANSFER FUNCTION	$W = \frac{(X_1 - X_2)(Y_1 - Y_2)}{10 V} + Z$				
Parameter	Conditions	Min	Typ	Max	Unit
MULTIPLIER PERFORMANCE					
Total Error	-10 V ≤ X, Y ≤ +10 V		±1	±2	% Full Scale
T _{MIN} to T _{MAX}			±3		% Full Scale
Scale Voltage Error	SF = 10.00 V Nominal		±0.25%		% Full Scale
Supply Rejection	V _S = ±14 V to ±16 V		±0.01		% Full Scale
Nonlinearity, X	X = ±10 V, Y = +10 V		±0.4	±1	% Full Scale
Nonlinearity, Y	Y = ±10 V, X = +10 V		±0.1	±0.4	% Full Scale
X Feedthrough	Y Nulled, X = ±10 V		±0.3	±1	% Full Scale
Y Feedthrough	X Nulled, Y = ±10 V		±0.1	±0.4	% Full Scale
Output Offset Voltage			±5	±50	mV
DYNAMICS					
Small Signal BW	V _O = 0.1 V rms		1		MHz
Slew Rate	V _O = 20 V p-p		20		V/μs
Settling Time to 1%	ΔV _O = 20 V		2		μs
OUTPUT NOISE					
Spectral Density			0.8		μV/√Hz
Wideband Noise	f = 10 Hz to 5 MHz		1		mV rms
	f = 10 Hz to 10 kHz		90		μV rms
OUTPUT					
Output Voltage Swing		±11			V
Short Circuit Current	R _L = 0 Ω		30	40	mA
INPUT AMPLIFIERS					
Signal Voltage Range	Differential	±10			V
	Common Mode	±10			V
Offset Voltage X, Y			±5	±30	mV
CMRR X, Y	V _{CM} = ±10 V, f = 50 Hz	60	80		dB
Bias Current X, Y, Z			0.8	2.0	μA
Differential Resistance			10		MΩ
POWER SUPPLY					
Supply Voltage			±15		V
Rated Performance					V
Operating Range		±8		±18	V
Supply Current:	Quiescent		4	6	mA

Specifications shown in **boldface** are tested on all production units at electrical test. Results from those tests are used to calculate outgoing quality levels. All min and max specifications are guaranteed, although only those shown in **boldface** are tested on all production units.

Specifications subject to change without notice.

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS¹

Supply Voltage	±18 V
Internal Power Dissipation ²	500 mW
Input Voltages ³	±18 V
Output Short Circuit Duration	Indefinite
Storage Temperature Range	-65°C to +150°C
Operating Temperature Range	
AD633J	0°C to 70°C
AD633A	-40°C to +85°C
Lead Temperature Range (Soldering 60 sec)	300°C
ESD Rating	1000 V

NOTES

¹Stresses above those listed under Absolute Maximum Ratings may cause permanent damage to the device. This is a stress rating only; functional operation of the device at these or any other conditions above those indicated in the operational section of this specification is not implied.

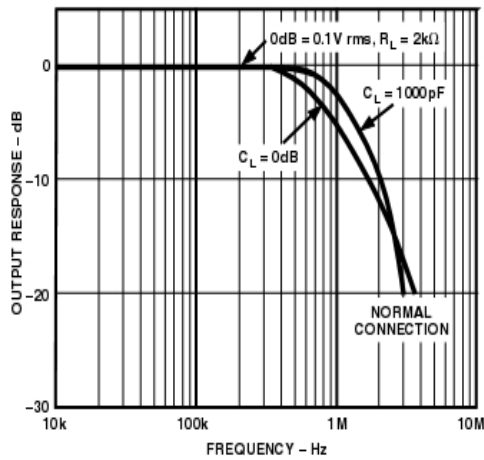
²8-Lead Plastic DIP Package: θ_{JA} = 90°C/W, 8-Lead Small Outline Package: θ_{JA} = 155°C/W.

³For supply voltages less than ±18 V, the absolute maximum input voltage is equal to the supply voltage.

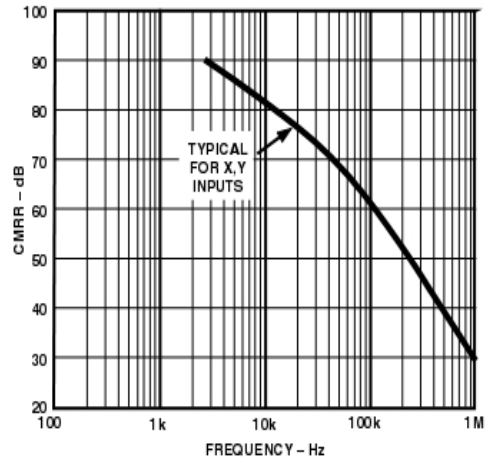
ORDERING GUIDE

Model	Temperature Range	Package Description	Package Option
AD633AN	-40°C to +85°C	Plastic DIP	N-8
AD633AR	-40°C to +85°C	Plastic SOIC	RN-8
AD633AR-REEL	-40°C to +85°C	13" Tape and Reel	RN-8
AD633AR-REEL7	-40°C to +85°C	7" Tape and Reel	RN-8
AD633JN	0°C to 70°C	Plastic DIP	N-8
AD633JR	0°C to 70°C	Plastic SOIC	RN-8
AD633JR-REEL	0°C to 70°C	13" Tape and Reel	RN-8
AD633JR-REEL7	0°C to 70°C	7" Tape and Reel	RN-8

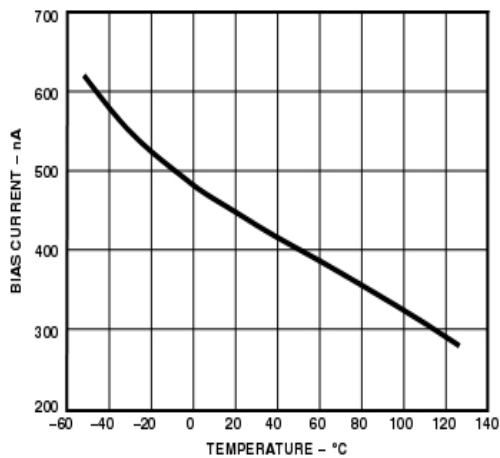
Typical Performance Characteristics—AD633



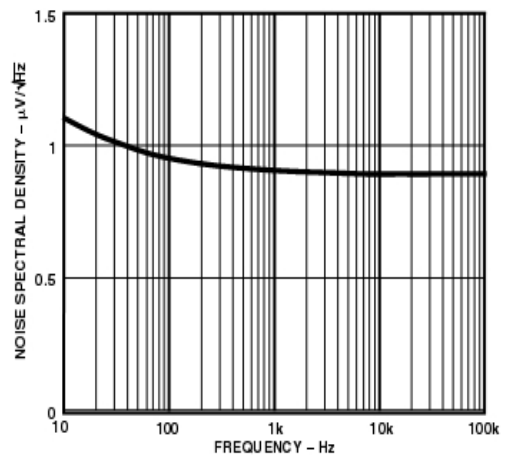
TPC 1. Frequency Response



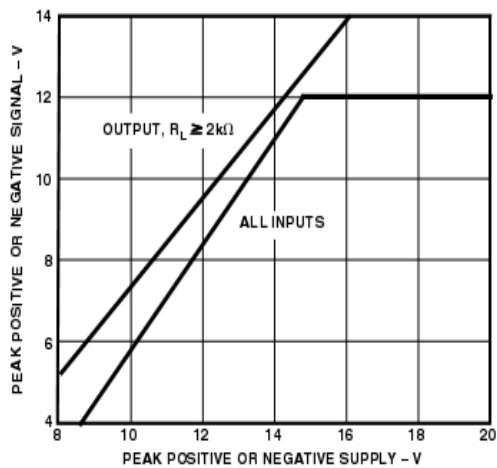
TPC 4. CMRR vs. Frequency



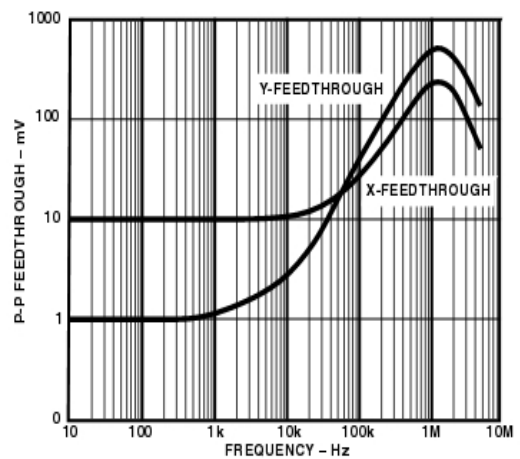
TPC 2. Input Bias Current vs. Temperature (X, Y, or Z Inputs)



TPC 5. Noise Spectral Density vs. Frequency



TPC 3. Input and Output Signal Ranges vs. Supply Voltages



TPC 6. AC Feedthrough vs. Frequency

AD711

FEATURES

Enhanced Replacements for LF411 and TL081

AC PERFORMANCE

Settles to $\pm 0.01\%$ in 1.0 μs

16 V/ μs min Slew Rate (AD711J)

3 MHz min Unity Gain Bandwidth (AD711J)

DC PERFORMANCE

0.25 mV max Offset Voltage: (AD711C)

3 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ max Drift: (AD711C)

200 V/mV min Open-Loop Gain (AD711K)

4 μV p-p max Noise, 0.1 Hz to 10 Hz (AD711C)

Available in Plastic Mini-DIP, Plastic SO, Hermetic Cerdip, and Hermetic Metal Can Packages

MIL-STD-883B Parts Available

Available in Tape and Reel in Accordance with

EIA-481A Standard

Surface Mount (SOIC)

Dual Version: AD712

Quad Version: AD713

PRODUCT DESCRIPTION

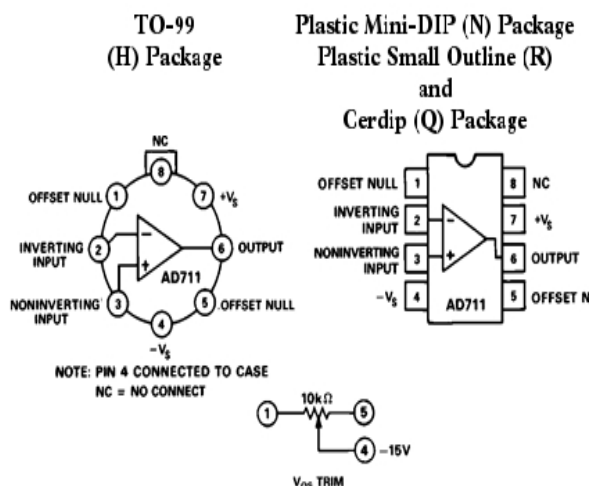
The AD711 is a high speed, precision monolithic operational amplifier offering high performance at very modest prices. Its very low offset voltage and offset voltage drift are the results of advanced laser wafer trimming technology. These performance benefits allow the user to easily upgrade existing designs that use older precision BiFETs and, in many cases, bipolar op amps.

The superior ac and dc performance of this op amp makes it suitable for active filter applications. With a slew rate of 16 V/ μs and a settling time of 1 μs to $\pm 0.01\%$, the AD711 is ideal as a buffer for 12-bit D/A and A/D Converters and as a high-speed integrator. The settling time is unmatched by any similar IC amplifier.

The combination of excellent noise performance and low input current also make the AD711 useful for photo diode preamps. Common-mode rejection of 88 dB and open loop gain of 400 V/mV ensure 12-bit performance even in high-speed unity gain buffer circuits.

The AD711 is pinned out in a standard op amp configuration and is available in seven performance grades. The AD711J and AD711K are rated over the commercial temperature range of 0°C to $+70^\circ\text{C}$. The AD711A, AD711B and AD711C are rated over the industrial temperature range of -40°C to $+85^\circ\text{C}$. The AD711S and AD711T are rated over the military temperature range of -40°C to $+125^\circ\text{C}$ and are available processed to MIL-STD-883B, Rev. C.

CONNECTION DIAGRAMS



Extended reliability PLUS screening is available, specified over the commercial and industrial temperature ranges. PLUS screening includes 168-hour burn-in, as well as other environmental and physical tests.

The AD711 is available in an 8-pin plastic mini-DIP, small outline, cerdip, TO-99 metal can, or in chip form.

PRODUCT HIGHLIGHTS

1. The AD711 offers excellent overall performance at very competitive prices.
2. Analog Devices' advanced processing technology and with 100% testing guarantees a low input offset voltage (0.25 mV max, C grade, 2 mV max, J grade). Input offset voltage is specified in the warmed-up condition. Analog Devices' laser wafer drift trimming process reduces input offset voltage drifts to 3 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ max on the AD711C.
3. Along with precision dc performance, the AD711 offers excellent dynamic response. It settles to $\pm 0.01\%$ in 1 μs and has a 100% tested minimum slew rate of 16 V/ μs . Thus this device is ideal for applications such as DAC and ADC buffers which require a combination of superior ac and dc performance.
4. The AD711 has a guaranteed and tested maximum voltage noise of 4 μV p-p, 0.1 to 10 Hz (AD711C).
5. Analog Devices' well-matched, ion-implanted JFETs ensure a guaranteed input bias current (at either input) of 25 pA max (AD711C) and an input offset current of 10 pA max (AD711C). Both input bias current and input offset current are guaranteed in the warmed-up condition.

AD711—SPECIFICATIONS

ELECTRICAL CHARACTERISTICS ($V_S = \pm 15\text{ V}$ @ $T_A = +25^\circ\text{C}$ unless otherwise noted)

Parameter	µA/S			KB/T			C			Units
	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
INPUT OFFSET VOLTAGE ¹										
Initial Offset		0.3	2/1		0.2	0.5		0.10	0.25	mV
T_{MIN} to T_{MAX}			3/2/2			1.0			0.45	mV
vs. Temp		7	20/20/20		5	10		2	5	µV/°C
vs. Supply	76	95		80	100		86	110		d3
T_{MIN} to T_{MAX}	76/75/76			80			86			dB
Long-Term Stability		15			15			15		µV/Month
INPUT BIAS CURRENT ²										
$V_{CM} = 0\text{ V}$		15	50		15	50		15	25	pA
$V_{CM} = 0\text{ V}$ @ T_{MAX}			1.1/3.2/51			1.1/3.2/51			1.6	nA
$V_{CM} = \pm 10\text{ V}$		20	100		20	100		20	50	pA
INPUT OFFSET CURRENT										
$V_{CM} = 0\text{ V}$		10	25		5	25		5	10	pA
$V_{CM} = 0\text{ V}$ @ T_{MAX}			0.6/1.6/26			0.6/1.6/26			0.65	nA
FREQUENCY RESPONSE										
Small Signal Bandwidth	3.0	4.0		3.4	4.0		3.4	4.0		MHz
Full Power Response		200			200			200		kHz
Slew Rate	16	20		18	20		18	20		V/µs
Settling Time to 0.01%		1.0	1.2		1.0	1.2		1.0	1.2	µs
Total Harmonic Distortion		0.0033			0.0003			0.0003		%
INPUT IMPEDANCE										
Differential		$3 \times 10^{12} \parallel 5.5$			$3 \times 10^{12} \parallel 5.5$			$3 \times 10^{12} \parallel 5.5$		$\Omega \parallel \text{pF}$
Common Mode		$3 \times 10^{12} \parallel 5.5$			$3 \times 10^{12} \parallel 5.5$			$3 \times 10^{12} \parallel 5.5$		$\Omega \parallel \text{pF}$
INPUT VOLTAGE RANGE										
Differential ³		± 20			± 20			± 20		V
Common-Mode Voltage ⁴		$+14.5, -11.5$			$+14.5, -11.5$			$+14.5, -11.5$		V
T_{MIN} to T_{MAX}	$-V_S + 4$		$+V_S - 2$	$-V_S + 4$		$+V_S - 2$	$-V_S + 4$		$+V_S - 2$	V
Common-Mode Rejection Ratio										dB
$V_{CM} = \pm 10\text{ V}$	76	88		80	88		86	94		dB
T_{MIN} to T_{MAX}	76/75/76	84		80	84		86	90		dB
$V_{CM} = \pm 11\text{ V}$	70	84		76	84		76	90		dB
T_{MIN} to T_{MAX}	70/70/70	80		74	80		74	84		dB
INPUT VOLTAGE NOISE										
		2			2			2	4	µV p-p
		45			45			45		nV/√Hz
		22			22			22		nV/√Hz
		18			18			18		nV/√Hz
		16			16			16		nV/√Hz
INPUT CURRENT NOISE										
		0.01			0.01			0.01		pA/√Hz
OPEN-LOOP GAIN										
	150	400		200	400		200	400		V/mV
	100/100/100			100			100			V/mV
OUTPUT CHARACTERISTICS										
Voltage	+13, -12.5	+13.9, -13.3		+13, -12.5	+13.9, -13.3		+13, -12.5	+13.9, -13.3		V
	$\pm 12/\pm 12/\pm 12$	+13.8, -13.1		± 12	+13.8, -13.1		± 12	+13.8, -13.1		V
Current		25			25			25		mA
POWER SUPPLY										
Rated Performance		± 15			± 15			± 15		V
Operating Range	± 4.5		± 18	± 4.5		± 18	± 4.5		± 18	V
Quiescent Current		2.5	3.4		2.5	3.0		2.5	2.8	mA

NOTES

¹Input Offset Voltage specifications are guaranteed after 5 minutes of operation at $T_A = +25^\circ\text{C}$.

²Bias Current specifications are guaranteed maximum at either input after 5 minutes of operation at $T_A = +25^\circ\text{C}$. For higher temperatures, the current doubles every 10°C .

³Defined as voltage between inputs, such that neither exceeds $\pm 10\text{ V}$ from ground.

⁴Typically exceeding -14.1 V negative common-mode voltage on either input results in an output phase reversal.

Specifications subject to change without notice.

ABSOLUTE MAXIMUM RATINGS¹

Supply Voltage	±18 V
Internal Power Dissipation ²	500 mW
Input Voltage ³	±18 V
Output Short-Circuit Duration	Indefinite
Differential Input Voltage	+V _S and -V _S
Storage Temperature Range (Q, H)	-65°C to +150°C
Storage Temperature Range (N)	-65°C to +125°C
Operating Temperature Range	
AD711J/K	0°C to +70°C
AD711A/B/C	-40°C to +85°C
AD711S/T	-55°C to +125°C
Lead Temperature Range (Soldering 60 sec)	+300°C

NOTES

¹Stresses above those listed under "Absolute Maximum Ratings" may cause permanent damage to the device. This is a stress rating only and functional operation of the device at these or any other conditions above those indicated in the operational section of this specification is not implied. Exposure to absolute maximum rating conditions for extended periods may affect device reliability.

²Thermal Characteristics:

8-Pin Plastic Package: $\theta_{JC} = 33^\circ\text{C/Watt}$; $\theta_{JA} = 100^\circ\text{C/Watt}$

8-Pin Cerdip Package: $\theta_{JC} = 22^\circ\text{C/Watt}$; $\theta_{JA} = 110^\circ\text{C/Watt}$

8-Pin Metal Can Package: $\theta_{JC} = 65^\circ\text{C/Watt}$; $\theta_{JA} = 150^\circ\text{C/Watt}$

³For supply voltages less than ±18 V, the absolute maximum input voltage is equal to the supply voltage.

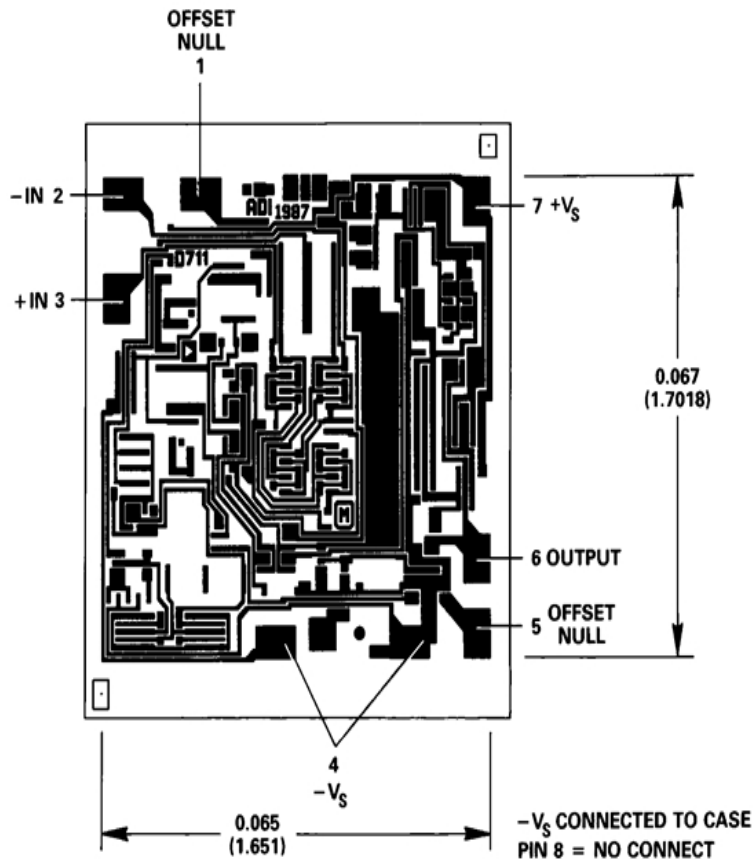
ORDERING GUIDE

Model	Temperature Range	Package Description	Package Option*
AD711AH	-40°C to +85°C	8-Fin Metal Can	F-08A
AD711AQ	-40°C to +85°C	8-Fin Ceramic DIP	Q-8
AD711BH	-40°C to +85°C	8-Fin Metal Can	F-08A
AD711BQ	-40°C to +85°C	8-Fin Ceramic DIP	Q-8
AD711CH	-40°C to +85°C	8-Fin Metal Can	F-08A
AD711CQ	-40°C to +85°C	8-Fin Ceramic DIP	Q-8
AD711JN	0°C to +70°C	8-Fin Plastic DIP	N-8
AD711JR	0°C to +70°C	8-Fin Plastic SOIC	R-8
AD711JR-REEL	0°C to +70°C	8-Fin Plastic SOIC	R-8
AD711JR-REEL7	0°C to +70°C	8-Fin Plastic SOIC	R-8
AD711KN	0°C to +70°C	8-Fin Plastic DIP	N-8
AD711KR	0°C to +70°C	8-Fin Plastic SOIC	R-8
AD711KR-REEL	0°C to +70°C	8-Fin Plastic SOIC	R-8
AD711KR-REEL7	0°C to +70°C	8-Fin Plastic SOIC	R-8
AD711SCHIPS	-55°C to +125°C	Bare Die	
AD711SQ/883B	-55°C to +125°C	8-Fin Ceramic DIP	Q-8
AD711TQ/883B	-55°C to +125°C	8-Fin Ceramic DIP	Q-8

METALLIZATION PHOTOGRAPH

Dimensions shown in inches and (mm)

Contact factory for latest dimensions.



AD711—Typical Characteristics

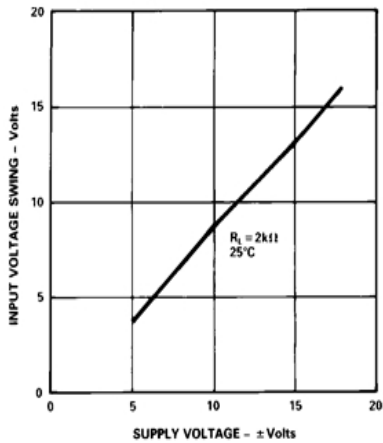


Figure 1. Input Voltage Swing vs. Supply Voltage

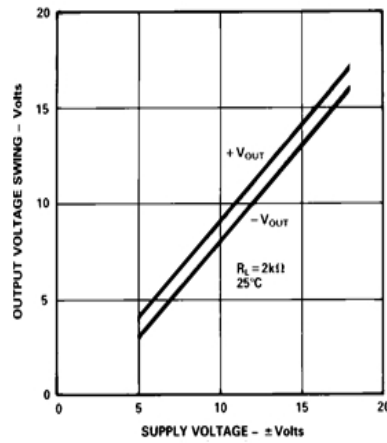


Figure 2. Output Voltage Swing vs. Supply Voltage

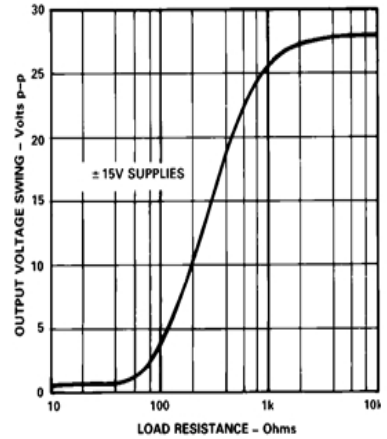


Figure 3. Output Voltage Swing vs. Load Resistance

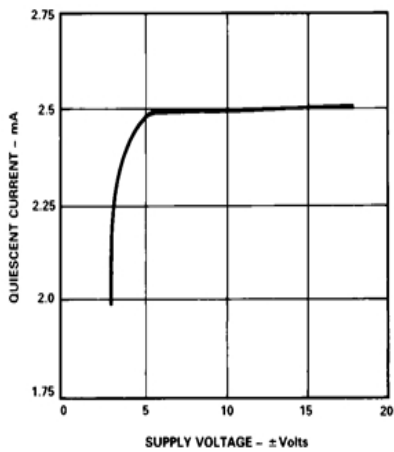


Figure 4. Quiescent Current vs. Supply Voltage

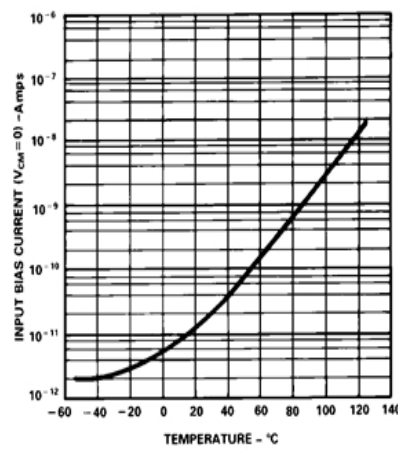


Figure 5. Input Bias Current vs. Temperature

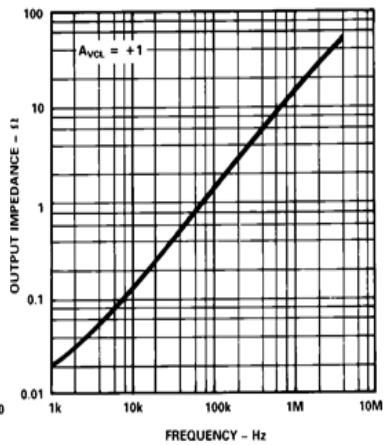


Figure 6. Output Impedance vs. Frequency

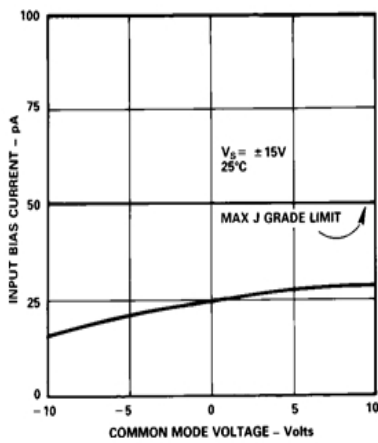


Figure 7. Input Bias Current vs. Common Mode Voltage

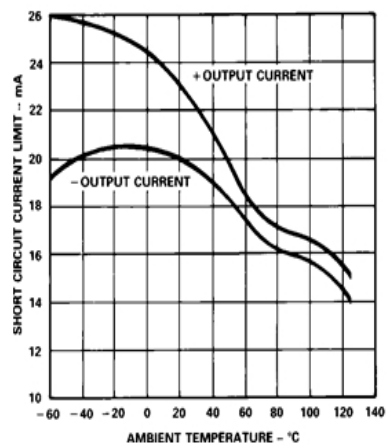


Figure 8. Short Circuit Current Limit vs. Temperature

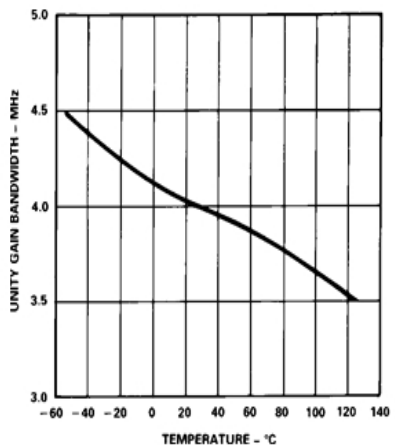


Figure 9. Unity Gain Bandwidth vs. Temperature

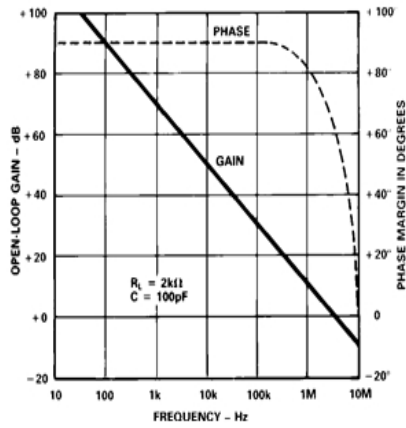


Figure 10. Open-Loop Gain and Phase Margin vs. Frequency

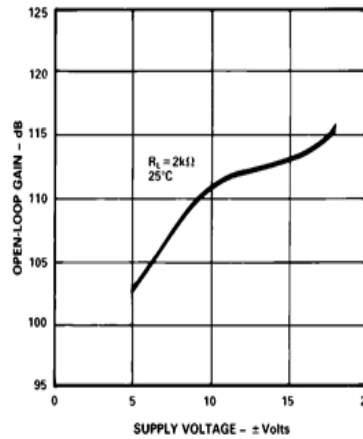


Figure 11. Open-Loop Gain vs. Supply Voltage

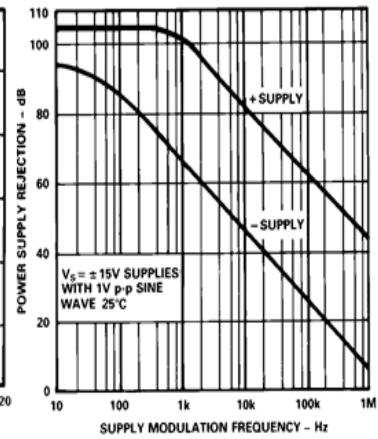


Figure 12. Power Supply Rejection vs. Frequency

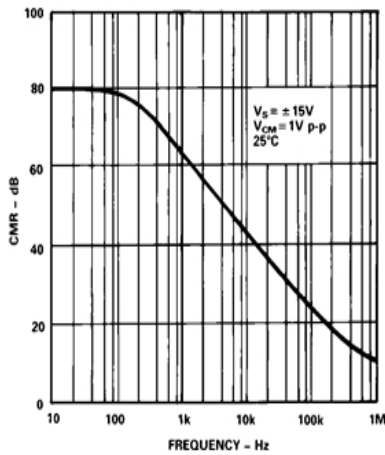


Figure 13. Common Mode Rejection vs. Frequency

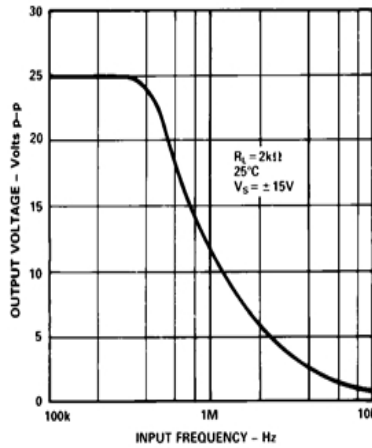


Figure 14. Large Signal Frequency Response

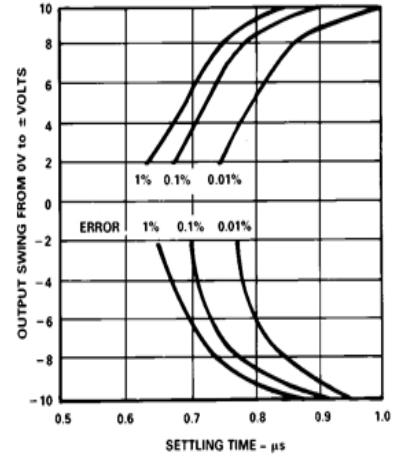


Figure 15. Output Swing and Error vs. Settling Time

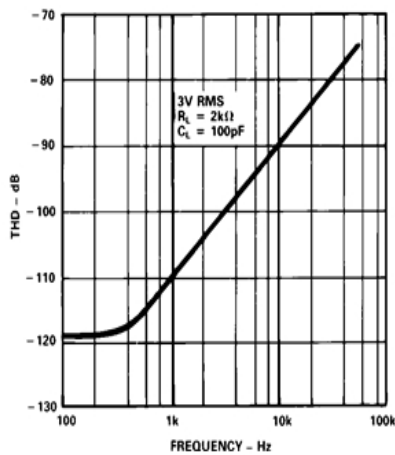


Figure 16. Total Harmonic Distortion vs. Frequency

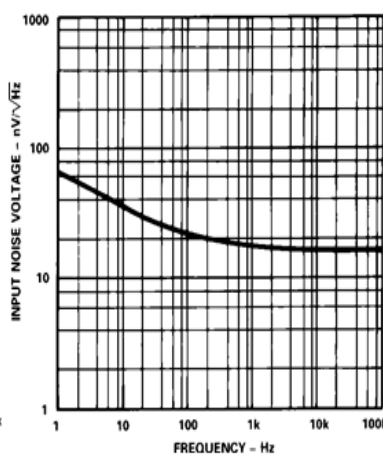


Figure 17. Input Noise Voltage Spectral Density

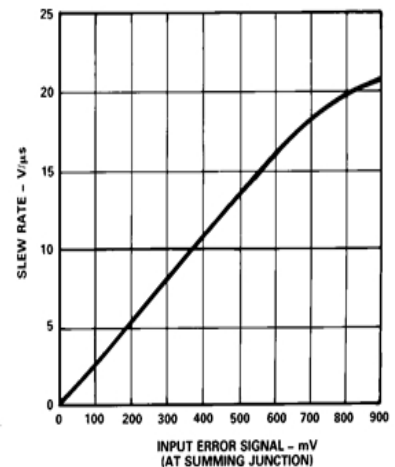


Figure 18. Slew Rate vs. Input Error Signal

LF411

Low Offset, Low Drift JFET Input Operational Amplifier

General Description

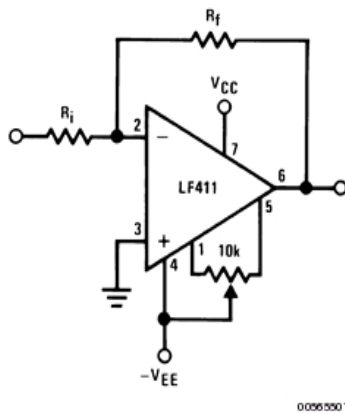
These devices are low cost, high speed, JFET input operational amplifiers with very low input offset voltage and guaranteed input offset voltage drift. They require low supply current yet maintain a large gain bandwidth product and fast slew rate. In addition, well matched high voltage JFET input devices provide very low input bias and offset currents. The LF411 is pin compatible with the standard LM741 allowing designers to immediately upgrade the overall performance of existing designs.

These amplifiers may be used in applications such as high speed integrators, fast D/A converters, sample and hold circuits and many other circuits requiring low input offset voltage and drift, low input bias current, high input impedance, high slew rate and wide bandwidth.

Features

- Internally trimmed offset voltage: 0.5 mV(max)
- Input offset voltage drift: 10 $\mu\text{V}/^\circ\text{C}$ (max)
- Low input bias current: 50 pA
- Low input noise current: 0.01 pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
- Wide gain bandwidth: 3 MHz(min)
- High slew rate: 10V/ μs (min)
- Low supply current: 1.8 mA
- High input impedance: $10^{12}\Omega$
- Low total harmonic distortion: $\leq 0.02\%$
- Low 1/f noise corner: 50 Hz
- Fast settling time to 0.01%: 2 μs

Typical Connection



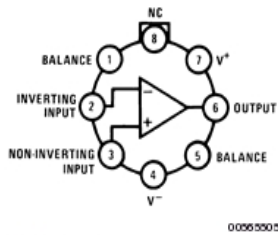
Ordering Information

LF411XYZ

- X** indicates electrical grade
- Y** indicates temperature range
- "M" for military
- "C" for commercial
- Z** indicates package type
- "H" or "N"

Connection Diagrams

Metal Can Package

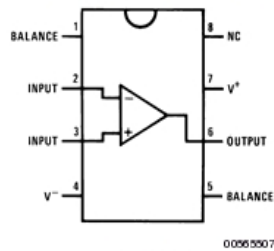


Note: Pin 4 connected to case.

Top View

Order Number LF411ACH
or LF411MH/883 (Note 11)
See NS Package Number H08A

Dual-In-Line Package



Top View

Order Number LF411ACN, LF411CN
See NS Package Number N08E

Absolute Maximum Ratings (Note 1)

If Military/Aerospace specified devices are required, please contact the National Semiconductor Sales Office/Distributors for availability and specifications.

	LF411A	LF411		H Package	N Package
Supply Voltage	±22V	±18V	T_{jmax}	150°C	115°C
Differential Input Voltage	±38V	±30V	θ_A	162°C/W (Still Air)	120°C/W
Input Voltage Range (Note 2)	±19V	±15V		65°C/W (400 LF/min Air Flow)	
Output Short Circuit Duration	Continuous	Continuous	θ_C	20°C/W	
			Operating Temp. Range	(Note 4)	(Note 4)
			Storage Temp. Range	-65°C ≤ T _A ≤ 150°C	-65°C ≤ T _A ≤ 150°C
			Lead Temp. (Soldering, 10 sec.)	260°C	260°C
Power Dissipation (Notes 3, 10)	670 mW	670 mW	ESD Tolerance		Rating to be determined.

DC Electrical Characteristics (Note 5)

Symbol	Parameter	Conditions	LF411A			LF411			Units
			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
V _{OS}	Input Offset Voltage	R _S =10 kΩ, T _A =25°C		0.3	0.5		0.8	2.0	mV
ΔV _{OS} /ΔT	Average TC of Input Offset Voltage	R _S =10 kΩ (Note 6)		7	10		7	20 (Note 6)	μV/°C
I _{OS}	Input Offset Current	V _S =±15V (Notes 5, 7)	T _J =25°C	25	100	25	100		pA
			T _J =70°C		2		2		nA
			T _J =125°C		25		25		nA
I _B	Input Bias Current	V _S =±15V (Notes 5, 7)	T _J =25°C	50	200	50	200		pA
			T _J =70°C		4		4		nA
			T _J =125°C		50		50		nA
R _{IN}	Input Resistance	T _J =25°C		10 ¹²		10 ¹²		Ω	
A _{VOL}	Large Signal Voltage Gain	V _S =±15V, V _O =±10V, R _L =2k, T _A =25°C	50	200		25	200		V/mV
		Over Temperature	25	200		15	200		V/mV
V _O	Output Voltage Swing	V _S =±15V, R _L =10k	±12	±13.5		±12	±13.5		V
V _{CM}	Input Common-Mode Voltage Range		±16	+19.5		±11	+14.5		V
				-16.5			-11.5		V
CMRR	Common-Mode Rejection Ratio	R _S ≤10k	80	100		70	100		dB
PSRR	Supply Voltage Rejection Ratio	(Note 8)	80	100		70	100		dB
I _S	Supply Current			1.8	2.8		1.8	3.4	mA

AC Electrical Characteristic (Note 5)

Symbol	Parameter	Conditions	LF411A			LF411			Units
			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
SR	Slew Rate	V _S =±15V, T _A =25°C	10	15		8	15		V/μs
GBW	Gain-Bandwidth Product	V _S =±15V, T _A =25°C	3	4		2.7	4		MHz
e _n	Equivalent Input Noise Voltage	T _A =25°C, R _S =100Ω, f=1 kHz		25			25		nV/√Hz
i _n	Equivalent Input Noise Current	T _A =25°C, f=1 kHz		0.01			0.01		pA/√Hz

AC Electrical Characteristic (Note 5) (Continued)

Symbol	Parameter	Conditions	LF411A			LF411			Units
			Min	Typ	Max	Min	Typ	Max	
THD	Total Harmonic Distortion	$A_v=+10$, $R_L=10k$, $V_O=20$ V p-p, $BW=20$ Hz-20 kHz		<0.02			<0.02		%

Note 1: "Absolute Maximum Ratings" indicate limits beyond which damage to the device may occur. Operating Ratings indicate conditions for which the device is functional, but do not guarantee specific performance limits.

Note 2: Unless otherwise specified the absolute maximum negative input voltage is equal to the negative power supply voltage.

Note 3: For operating at elevated temperature, these devices must be derated based on a thermal resistance of θ_{JA} .

Note 4: These devices are available in both the commercial temperature range $0^\circ\text{C} \leq T_A \leq 70^\circ\text{C}$ and the military temperature range $-55^\circ\text{C} \leq T_A \leq 125^\circ\text{C}$. The temperature range is designated by the position just before the package type in the device number. A "C" indicates the commercial temperature range and an "M" indicates the military temperature range. The military temperature range is available in "H" package only.

Note 5: Unless otherwise specified, the specifications apply over the full temperature range and for $V_S = \pm 20\text{V}$ for the LF411A and for $V_S = \pm 15\text{V}$ for the LF411. V_{OS} , I_B , and I_{OS} are measured at $V_{CM}=0$.

Note 6: The LF411A is 100% tested to this specification. The LF411 is sample tested to insure at least 90% of the units meet this specification.

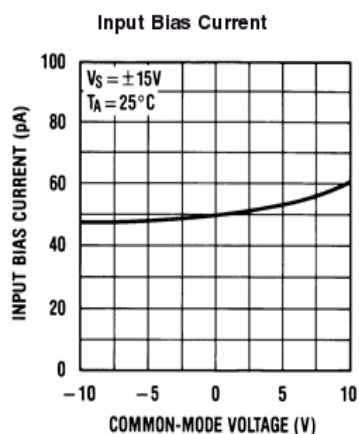
Note 7: The input bias currents are junction leakage currents which approximately double for every 10°C increase in the junction temperature, T_J . Due to limited production test time, the input bias currents measured are correlated to junction temperature. In normal operation the junction temperature rises above the ambient temperature as a result of internal power dissipation, P_D . $T_J = T_A + \theta_{JA} P_D$ where θ_{JA} is the thermal resistance from junction to ambient. Use of a heat sink is recommended if input bias current is to be kept to a minimum.

Note 8: Supply voltage rejection ratio is measured for both supply magnitudes increasing or decreasing simultaneously in accordance with common practice, from $\pm 15\text{V}$ to $\pm 5\text{V}$ for the LF411 and from $\pm 20\text{V}$ to $\pm 5\text{V}$ for the LF411A.

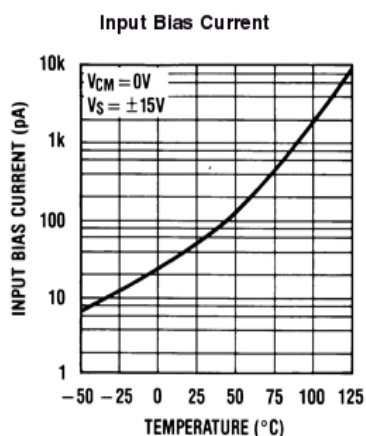
Note 9: RETS 411X for LF411MH and LF411MJ military specifications.

Note 10: Max. Power Dissipation is defined by the package characteristics. Operating the part near the Max. Power Dissipation may cause the part to operate outside guaranteed limits.

Typical Performance Characteristics

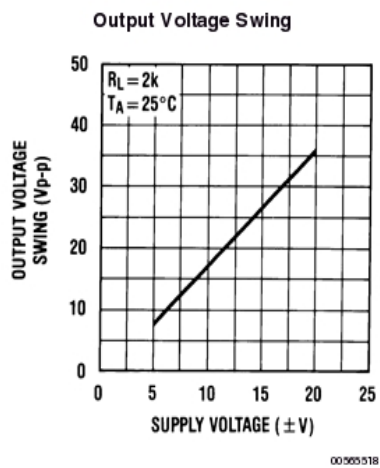
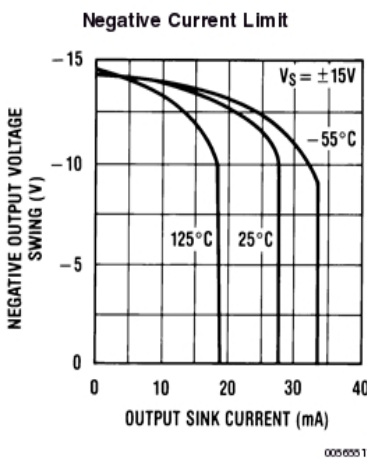
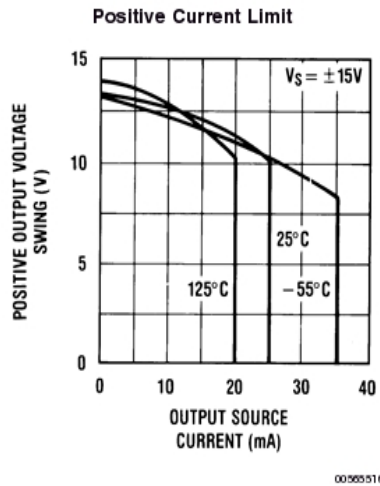
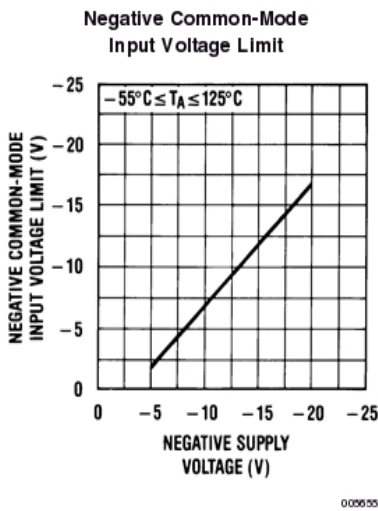
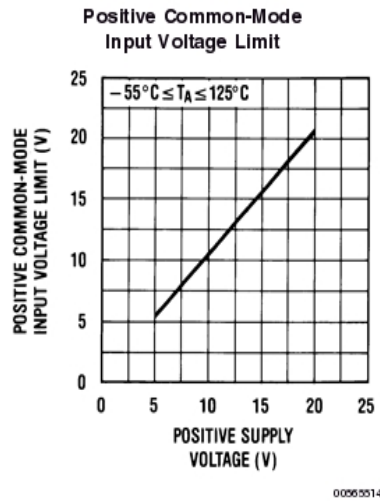
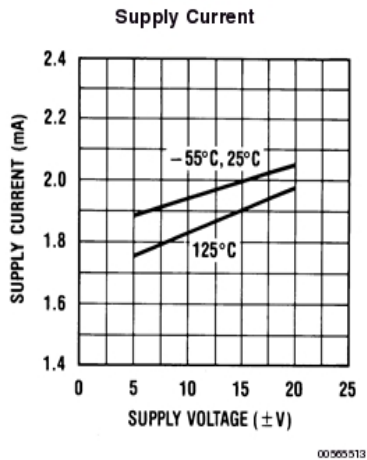


00965511

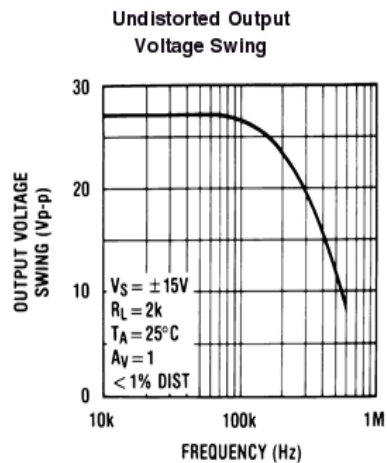
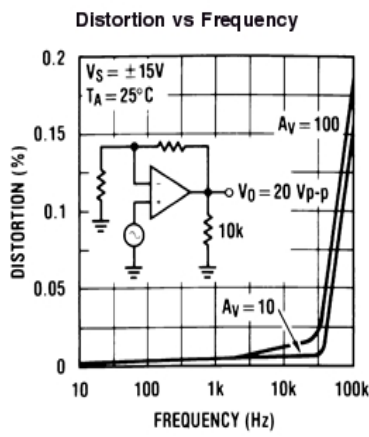
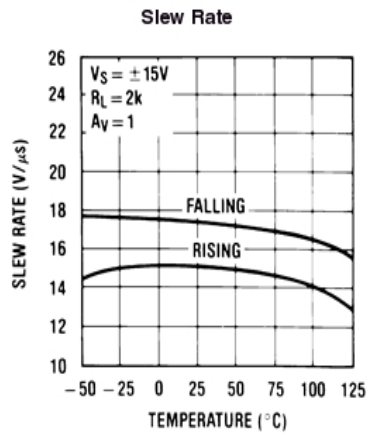
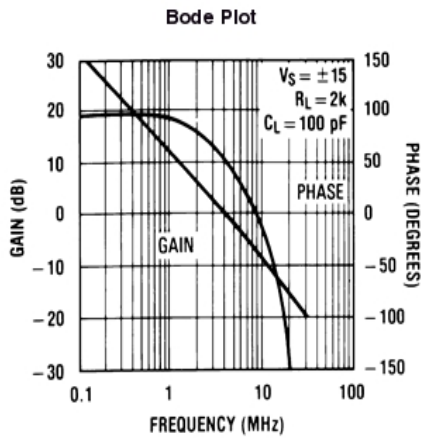
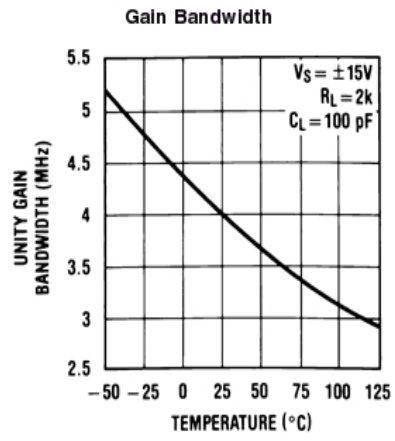
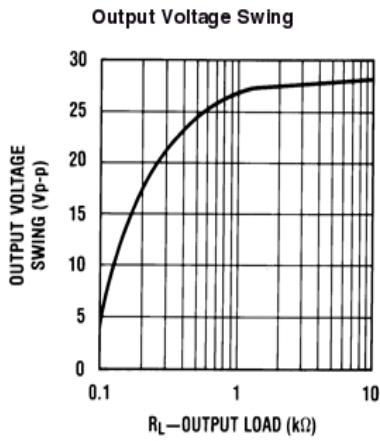


00965512

Typical Performance Characteristics (Continued)



Typical Performance Characteristics (Continued)



AD633

FEATURES

- 4-Quadrant Multiplication
- Low Cost 8-Lead Package
- Complete—No External Components Required
- Laser-Trimmed Accuracy and Stability
- Total Error within 2% of FS
- Differential High Impedance X and Y Inputs
- High Impedance Unity-Gain Summing Input
- Laser-Trimmed 10 V Scaling Reference

APPLICATIONS

- Multiplication, Division, Squaring
- Modulation/Demodulation, Phase Detection
- Voltage Controlled Amplifiers/Attenuators/Filters

PRODUCT DESCRIPTION

The AD633 is a functionally complete, four-quadrant, analog multiplier. It includes high impedance, differential X and Y inputs and a high impedance summing input (Z). The low impedance output voltage is a nominal 10 V full scale provided by a buried Zener. The AD633 is the first product to offer these features in modestly priced 8-lead plastic DIP and SOIC packages.

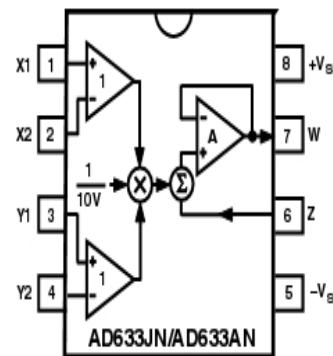
The AD633 is laser calibrated to a guaranteed total accuracy of 2% of full scale. Nonlinearity for the Y input is typically less than 0.1% and noise referred to the output is typically less than 100 μV rms in a 10 Hz to 10 kHz bandwidth. A 1 MHz bandwidth, 20 V/ μs slew rate, and the ability to drive capacitive loads make the AD633 useful in a wide variety of applications where simplicity and cost are key concerns.

The AD633's versatility is not compromised by its simplicity. The Z-input provides access to the output buffer amplifier, enabling the user to sum the outputs of two or more multipliers, increase the multiplier gain, convert the output voltage to a current, and configure a variety of applications.

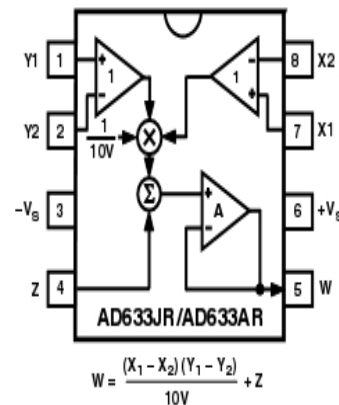
The AD633 is available in an 8-lead plastic DIP package (N) and 8-lead SOIC (R). It is specified to operate over the 0°C to 70°C commercial temperature range (J Grade) or the -40°C to +85°C industrial temperature range (A Grade).

CONNECTION DIAGRAMS

8-Lead Plastic DIP (N) Package



8-Lead Plastic SOIC (RN-8) Package



PRODUCT HIGHLIGHTS

1. The AD633 is a complete four-quadrant multiplier offered in low cost 8-lead plastic packages. The result is a product that is cost effective and easy to apply.
2. No external components or expensive user calibration are required to apply the AD633.
3. Monolithic construction and laser calibration make the device stable and reliable.
4. High (10 M Ω) input resistances make signal source loading negligible.
5. Power supply voltages can range from ± 8 V to ± 18 V. The internal scaling voltage is generated by a stable Zener diode; multiplier accuracy is essentially supply insensitive.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία πραγματοποιήθηκε στο τμήμα ηλεκτρονικής του Α.Τ.Ε.Ι. Θεσσαλονίκης. Αντικείμενο μελέτης αποτέλεσε η σύζευξη ταυτόσημων μη – γραμμικών ηλεκτρονικών κυκλωμάτων Chua και η επίτευξη του χαοτικού συγχρονισμού τους. Η πτυχιακή εργασία αποτελείται από τρία κεφάλαια.

Στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται ανάλυση του θεωρητικού υποβάθρου της γραμμική δυναμικής και της θεωρίας του χάους, καθώς και των φαινομένων του συγχρονισμού και του ελέγχου. Ποιο συγκεκριμένα στο πρώτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στην έννοια των συστημάτων και ειδικότερα των δυναμικών συστημάτων. Αναφέρονται βασικές έννοιες, όπως είναι οι ελκυστές, η ευστάθεια των σημείων ισορροπίας, ο χώρος των φάσεων και αναλύονται οι μέθοδοι προσδιορισμού του χάους, όπως είναι η απεικόνιση Poincare και το φάσμα ισχύος.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζετε και μελετάτε θεωρητικά και πειραματικά η δυναμική συμπεριφορά του ταλαντωτή Chua που επιλύει την κυβική χαρακτηριστική.

Στο τρίτο και τελευταίο κεφάλαιο πραγματοποιείτε η θεωρητική και πειραματική μελέτη του συγχρονισμού δυο όμοιων ταλαντωτών Chua μέσω αμφίδρομης και μονόδρομης σύζευξης καθώς και οι παρατηρήσεις που προέκυψαν από την πειραματική διαδικασία.

ABSTRACT

This graduate was made in the Electronic Department of Alexandria Technological Institution. The subject of this work was the study of coupling two nonlinear electronic Chua's circuits and the achievement of chaotic synchronization. This study consists of three chapters.

In the first chapters, it is studied the theoretical analysis of nonlinear dynamics and chaos theory, along with synchronization and control phenomena. In particular it is completed description of the system and especially of the dynamic system. Also basic concepts of the nonlinear dynamics such as attractors, stability of the equilibria points and phase portraits are referred. As well as methods of analyzing a system's chaotic behavior such as, Poincare diagrams and power spectra.

In the second chapter it is presented and studied the Chua oscillator behavior, which resolves the cubic characteristics.

In the third and final chapter, it is presented the theoretical and experimental study of two similar Chua oscillators synchronization, through duplex and simplex coupling and the observations which occurred from the experimental process.