ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΙΟ Τ.Ε.Ι. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΣ ΧΑΡΤΗ ΜΕ ΤΑ ΛΙΓΟΤΕΡΑ ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΑ ΧΡΩΜΑΤΑ

Του φοιτητή

Γκιζέλη Βασίλειου

Αρ. Μητρώου: 05/2812

Επιβλέπων καθηγητής

Γουλιάνας Κωνσταντίνος

Θεσσαλονίκη 2011

ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Το θέμα της πτυχιακής εργασίας μου είναι η ανάπτυξη εφαρμογής με σκοπό τον χρωματισμό ενός χάρτη με τα λιγότερα δυνατά χρώματα. Σαν δεδομένα θα χρησιμοποιούνται ένα γράφημα με n κορυφές-νομούς και οι συνδέσεις με τους νομούς που συνορεύουν, δηλαδή ένας n*n δισδιάστατος πίνακας με τους n νομούς (με 1 στην αντίστοιχη θέση ,αν δύο νομοί συνορεύουν, διαφορετικά 0). Με την χρήση ενός αλγορίθμου graph-coloring θα βρίσκονται οι ομάδες μη γειτονικών νομών που μπορούν να έχουν το ίδιο χρώμα. Η βέλτιστη λύση μπορεί να βρίσκει τις λιγότερες ομάδες ή τον ελάχιστο αριθμό χρωμάτων που θα χρησιμοποιηθούν. Στο τρέξιμο του προγράμματος σε κάθε επανάληψη, η έξοδος θα συνδέεται με την γραφική απεικόνιση του χάρτη και τον χρωματισμό του με τα αντίστοιχα χρώματα, ανάλογα με τις ομάδες νομών που θα σχηματίζονται κάθε φορά.

Επίσης δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να διαλέξει μεταξύ δυο αλγορίθμων graph coloring και στο τέλος να συγκρίνει τα αποτελέσματα από τον καθένα και να τα αποθηκεύσει, όπως και τον χρωματισμένο χάρτη.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στα επόμενα κεφάλαια θα αναφερθούν και θα αναλυθούν η θεωρία γράφων, που ανήκει στον τομέα των διακριτών μαθηματικών, καθώς και μέθοδοι χρωματισμού γράφων και χαρτών και εφαρμογές τους παλαιότερα και σήμερα. Αναφέρονται μέθοδοι όπως, Vertex Coloring, Edge Coloring που χρησιμοποιούνται σε προβλήματα χρωματισμού και παραθέτονται ορισμοί και ιδιότητες.

Επίσης γίνεται γενικότερη και ιστορική αναφορά στο πρόβλημα του Map Coloring που ανήκει στα προβλήματα βελτιστοποίησης και παρουσιάζονται αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται συχνότερα για την επίλυση τέτοιου είδους προβλημάτων. Αναλύονται προσεγγιστικοί αλγόριθμοι όπως οι σειριακοί , ο αλγόριθμος πρώτα η μεγαλύτερη (largest first), τελευταία η μικρότερη, ο αλγόριθμος του Brelaz και οι ευριστικοί αλγόριθμοι.

Τέλος γίνεται αναφορά στα σημαντικότερα σημεία του κώδικα για να κατανοηθούν καλύτερα οι λειτουργίες της εφαρμογής αναλύοντας τις συναρτήσεις χρωματισμού και συγκρίνοντας τα αποτελέσματα τους.

Στο τελευταίο κεφάλαιο αναφέρονται σκέψεις και δυνατότητες λειτουργιών που θα μπορούσε να εκτελεί η εφαρμογή αν αναπτυσσόταν περαιτέρω.

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία εκπονήθηκε από τον φοιτητή Γκιζέλη Βασίλειο του τμήματος Πληροφορικής στο Αλεξάνδρειο Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Θεσσαλονίκης, κάτω από την επίβλεψη του καθηγητή του τμήματος Γουλιάνα Κωνσταντίνο.

Στον κύριο Γουλιάνα οφείλω τις θερμές μου ευχαριστίες για την καθοδήγηση και την υποστήριξη που μου παρείχε καθ’ όλη την διάρκεια διεκπεραίωσης της πτυχιακής μου εργασίας.

Θα ήθελα επίσης να ευχαριστήσω τους γονείς μου, που στήριξαν τις σπουδές μου με διάφορους τρόπους.

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα θα μπορούσε να υλοποιηθεί με έναν αλγόριθμο γραμμένο σε οποιαδήποτε γλώσσα προγραμματισμού. Επίσης θα μπορούσε να υλοποιηθεί με Νευρωνικά δίκτυα ή prolog. Εγώ διάλεξα την χρήση της visual basic για την συγγραφή του προγράμματος για τους εξής λόγους.

- Για την εύκολη χρήση και εκμάθηση της συγκεκριμένης γλώσσας.
- Για την παροχή μεγάλου σετ εργαλείων και εσωτερικών συναρτήσεων που βοηθούν την γρήγορη ανάπτυξη εφαρμογών.
- Για την ευκολία δημιουργίας και επεξεργασίας του γραφικού περιβάλλοντος με λίγες γραμμές κώδικα .
- Για τις ευκολίες που παρέχει το visual studio 2008.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1 ΓΡΑΦΟΙ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

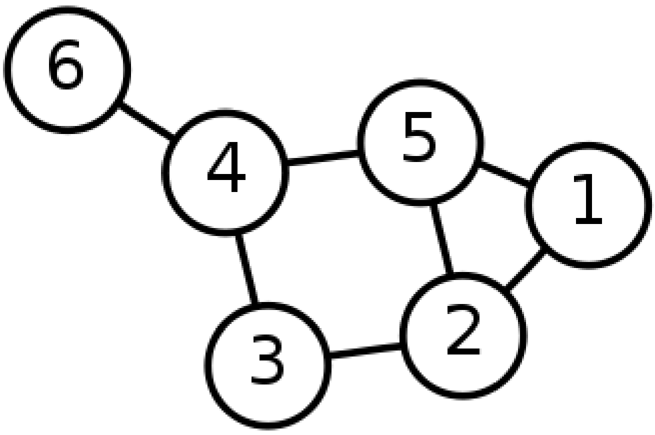
Στο κεφάλαιο αυτό, θα αναλυθούν οι γράφοι και η θεωρία γράφων.

Μέσω των ιδιοτήτων και των ορισμών ο αναγνώστης θα είναι σε θέση να αναγνωρίζει έναν γράφο, που αποτελείται από κορυφές και ακμές, αν είναι κατευθυνόμενος η μη κατευθυνόμενος, σταθμισμένος η όχι καθώς και προβλήματα που λύνονται με την θεωρία γράφων όπως ταιριάσματος, χρωματισμού και άλλα.

Επίσης αναφέρονται εφαρμογές που μοντελοποιούνται και επιλύονται με γράφους, οι οποίες ανήκουν στην καθημερινότητα μας και τις χρησιμοποιούμε ευρέως, όπως στις επικοινωνίες, στην επιστήμη των υπολογιστών, στην οικονομία.

1.1 ΟΡΙΣΜΟΙ

Ο **γράφος** στον απλούστερο ορισμό του είναι η οπτική αναπαράσταση των σχέσεων που αναπτύσσουν ορισμένες ποσότητες, σχεδιασμένες σε σχέση με ένα σύνολο αξόνων. Ένας άλλος ορισμός που κινείται στο ίδιο εννοιολογικό πλαίσιο της οπτικής αναπαράστασης αναγνωρίζει τον γράφο ως απεικόνιση αποτελούμενη από ένα σύνολο σημείων (**κορυφών ή κόμβων**) που συνδέονται με γραμμές (**ακμές**). Στους κατευθυνόμενους ή προσανατολισμένους γράφους οι ακμές απεικονίζονται διανυσματικά.



Εικόνα 1 " γράφος"

Σε μία άλλη εκδοχή είναι ένα σύνολο από κόμβους (κορυφές) που ενώνονται μεταξύ τους με ακμές και ορίζεται από τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι κορυφές (κόμβοι). Αν οι ακμές προσανατολίζονται οριζόμενες από διατεταγμένα ζεύγη κόμβων, τότε ο γράφος αποκαλείται **κατευθυνόμενος**. Αν οι ακμές δεν προσανατολίζονται, οριζόμενες απλώς από διμελή σύνολα και όχι διατεταγμένα ζεύγη, τότε αποκαλείται **μη κατευθυνόμενος**.

Μη κατευθυνόμενος γράφος

Ως μαθηματική έκφραση, ο ορισμός του μη κατευθυνόμενου γράφου έχει ως εξής:

Ο γράφος *G* είναι ένα διατεταγμένο ζεύγος *G=<V(G), E(G)>* όπου:

- $V(G)=\{v1,v2...v_n\}$ το σύνολο των κορυφών
- $E(G)=\{e1,e2...e_m\}$ το σύνολο των ακμών

Στην προκειμένη περίπτωση κάθε ακμή είναι ένα διμελές σύνολο αποτελούμενο από δύο κορυφές , οι οποίες αποκαλούνται τερματικές κορυφές (κόμβοι) και δεν είναι απαραίτητα διαφορετικές μεταξύ τους.

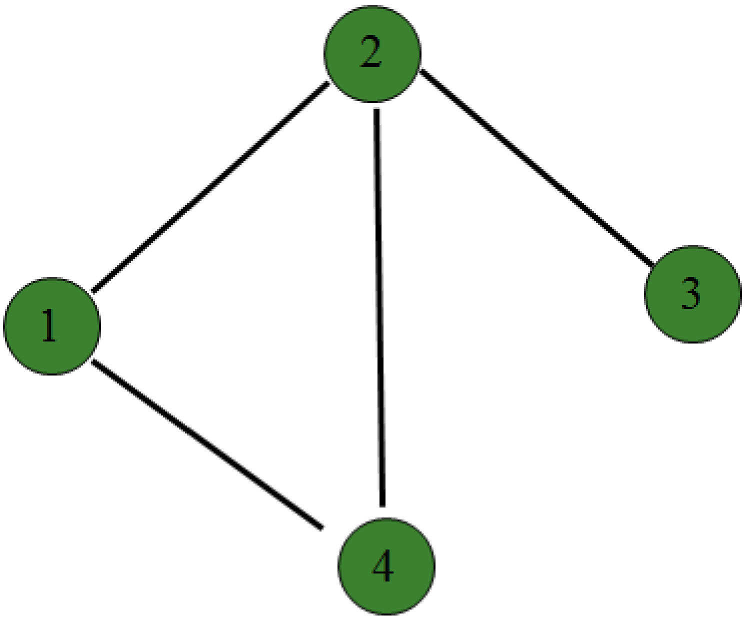
Κατευθυνόμενος γράφος

Ως μαθηματική έκφραση, ο ορισμός του κατευθυνόμενου γράφου έχει ως εξής:

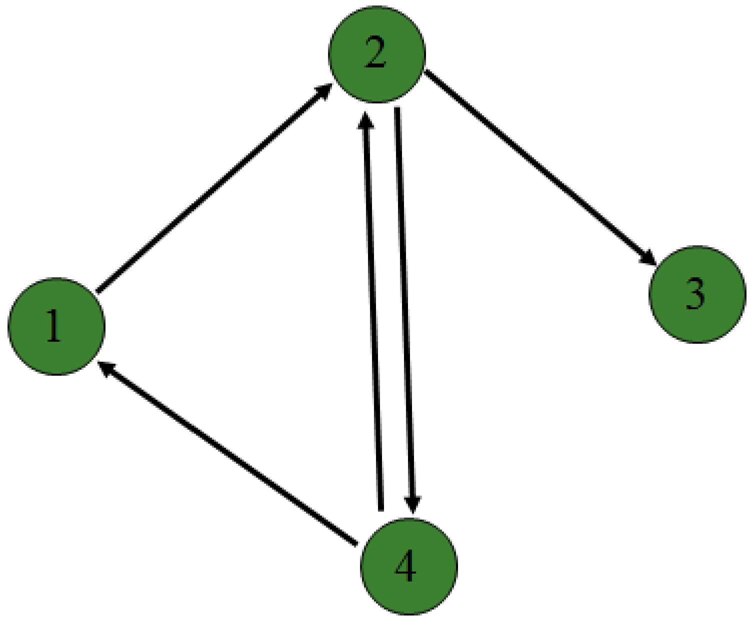
Ο γράφος *G* είναι ένα διατεταγμένο ζεύγος *G=<V(G), E(G)>* όπου:

- $V(G)=\{v1,v2...v_n\}$ το σύνολο των κορυφών

$E(G)=\{e1,e2...e_m\}$ το σύνολο των ακμών

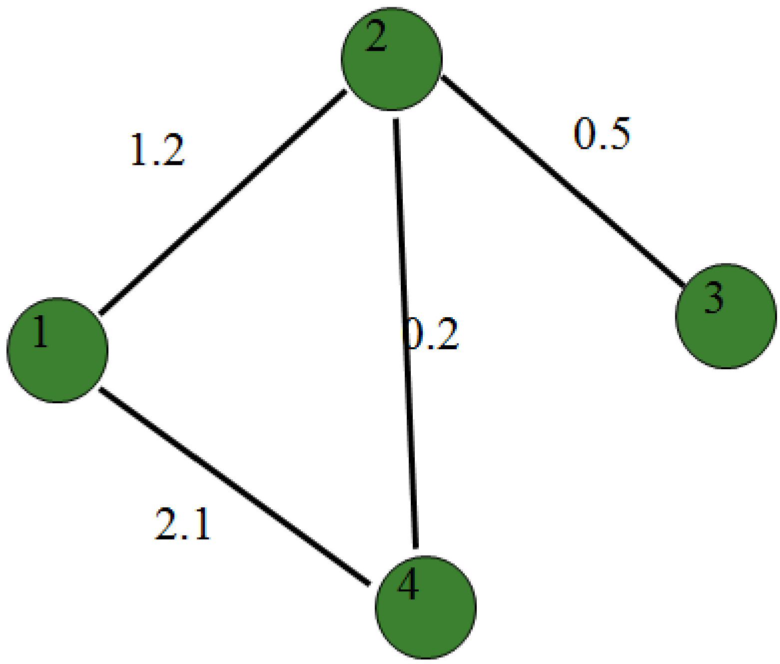


Εικόνα 2 "μη κατευθυνόμενος γράφος"



Εικόνα 3 " κατευθυνόμενος γράφος"

Επιπλέον στοιχεία για τον ορισμό ενός γράφου είναι η σύνδεση των ακμών του με κάποια αξία, οπότε αποκαλείται **σταθμισμένος**.



Εικόνα 4 " σταθμισμένος γράφος"

Κάποιοι επιπλέον ορισμοί είναι :

- Διαδρομή (*path*) καλείται μια διάταξη κόμβων οι οποίοι ενώνονται με ακμές.
- Απλή διαδρομή (*simple path*) καλείται η παραπάνω διάταξη όταν κάθε κόμβος εμφανίζεται μια μόνο φορά.
- Κύκλος (*cycle*) καλείται η διαδρομή δύο ή περισσοτέρων κόμβων που καταλήγει στον κόμβο αρχής.

- Απόσταση (*distance*) μεταξύ δύο κόμβων καλείται το μήκος της συντομότερης διαδρομής που τους ενώνει.
- Διαδρομή Euler (*Euler path*) καλείται η διαδρομή ή οποία περνάει από όλες τις ακμές του γράφου ακριβώς μια φορά.
- Διαδρομή Hamilton (*Hamilton path*) καλείται η διαδρομή ή οποία περνάει από όλους τους κόμβους του γράφου ακριβώς μια φορά.
- Γράφοι που περιέχουν τις παραπάνω διαδρομές ονομάζονται αντίστοιχα.
- Συνεκτικός (*connected*) ονομάζεται ο γράφος για τον οποίο υπάρχει διαδρομή από κάθε κόμβο σε κάθε άλλο κόμβο.
- Βαθμός ενός κόμβου σε έναν μη κατευθυνόμενο γράφο καλείται ο αριθμός των συνδεδεμένων με αυτόν ακμών.
- Βαθμός εισόδου (*in-degree*) σε έναν κατευθυνόμενο γράφο καλείται ο αριθμός των ακμών που καταλήγουν σε αυτόν.
- Βαθμός εξόδου (*out-degree*) σε έναν κατευθυνόμενο γράφο καλείται ο αριθμός των ακμών που ξεκινούν από αυτόν.
- Υπογράφος (*subgraph*) Β ενός γράφου Α καλείται ο γράφος του οποίου όλες οι ακμές και οι κόμβοι περιέχονται στον Α.
- Δένδρο σκελετός (*spanning tree*) ενός γράφου καλείται ο υπογράφος που περιέχει όλους του κόμβους αλλά μόνο όσες ακμές απαιτούνται για να σχηματιστεί δένδρο.
- Δύο ακμές προσπίπτουσες στο ίδιο ζεύγος κόμβων ονομάζονται παράλληλες
- Μία ακμή προσπίπτουσα στον ίδιο κόμβο ονομάζεται **βρόγχος** (loop)
- Ένας γράφος χωρίς παράλληλες ακμές και βρόγχους ονομάζεται **απλός**
- Ένας γράφος ονομάζεται **επίπεδος** αν μπορεί να σχεδιαστεί σε ένα επίπεδο χωρίς να τέμνονται μεταξύ τους καμία από τις ακμές του

Προβλήματα που λύνονται με γράφους :

- Ταιριάσματος (matching). Στην θεωρία γράφων, τα προβλήματα ταιριάσματος είναι γραφήματα με σύνολα ακμών, χωρίς κοινές κορυφές.
- Περιπλανώμενου (πλανόδιου) πωλητή (TSP). Το πρόβλημα του πλανόδιου πωλητή, ανήκει στην κατηγορία των προβλημάτων βελτιστοποίησης. Λαμβάνοντας υπόψη τον κατάλογο των πόλεων και τις αποστάσεις τους κατά ζεύγη, στόχος είναι να βρεθεί η συντομότερη δυνατή διαδρομή, που επισκέπτεται κάθε πόλη ακριβώς μια φορά.
- Κάλυψης κορυφών (vertex cover). Είναι ένα σύνολο κορυφών έτσι ώστε κάθε ακμή του γραφήματος να είναι προσπίπτουσα με τουλάχιστον μια κορυφή του συνόλου.
- Ισομορφισμού (subgraph-isomorphism). Ο ισομορφισμός είναι μια υπολογιστική διεργασία κατά την οποία δίνονται δυο γραφήματα G,H και πρέπει να προσδιοριστεί αν το G περιέχει ένα υπό-γράφημα που είναι ισομορφικό με το H. Αποτελεί μια γενίκευση του προβλήματος Κλίκας (clique).
- **Χρωματισμός Χάρτη (με λιγότερα δυνατά χρώματα)**
- Εφαρμογές Παιγνίων (πχ σκάκι, Sudoku)
- Κλίκας (clique). Το πρόβλημα της κλίκας αναφέρεται στην εύρεση συγκεκριμένων ολοκληρωμένων υπό-γραφημάτων. Πχ σύνολα κορυφών που είναι παρακείμενα.

1.2 ΘΕΩΡΙΑ ΓΡΑΦΩΝ

Η θεωρία γράφων είναι κλάδος των Διακριτών μαθηματικών, με εφαρμογές στην Πληροφορική, τη Μηχανική, τη Χημεία και την Κοινωνιολογία. Αν και οι απαρχές της θεωρίας θεμελιώθηκαν κατά τον 18ο αιώνα, αναπτύχθηκε μεταπολεμικά ως ιδιαίτερος κλάδος των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών. Στα διακριτά μαθηματικά οι όροι θεωρία γραφημάτων και θεωρία γράφων χρησιμοποιούνται εναλλακτικά. Προτιμάται ο όρος γράφος, για ορισμένες αναγκαίες διαφοροποιήσεις, όπως για παράδειγμα το γράφημα συνάρτησης. Ανάμεσα στους ποικίλους ορισμούς που απαντώνται ένας σχετικά πλήρης ορίζει πως η θεωρία γράφων είναι η μελέτη των γράφων (γραφημάτων) και των σχέσεών τους και χρησιμοποιείται ευρύτατα στη θεωρία δικτύων.

Για την ιστορία της θεωρίας γράφων θεωρείται σημαντική η μελέτη του Leonhard Euler για τις Επτά Γέφυρες του Konigsberg το 1736. Η συγκεκριμένη δημοσίευση, όπως και εκείνη που γράφτηκε από τον Γάλλο χημικό Alexandre-Théophile Vandermonde στο μαθηματικό πρόβλημα του Ίππου στη σκακιέρα που κατευθύνεται με την ανάλυση θέσης που εισήγαγε ο Γκότφριντ Βίλχελμ Λάιμπνιτς . Ο τύπος του Euler, σχετικά με τον αριθμό των ακμών, των κορυφών και των εδρών ενός κυρτού πολυέδρου μελετήθηκε από τον Augustin Louis Cauchy και τον Σιμόν Simon Antoine Jean L'Huillier και είναι αρχή της τοπολογίας.

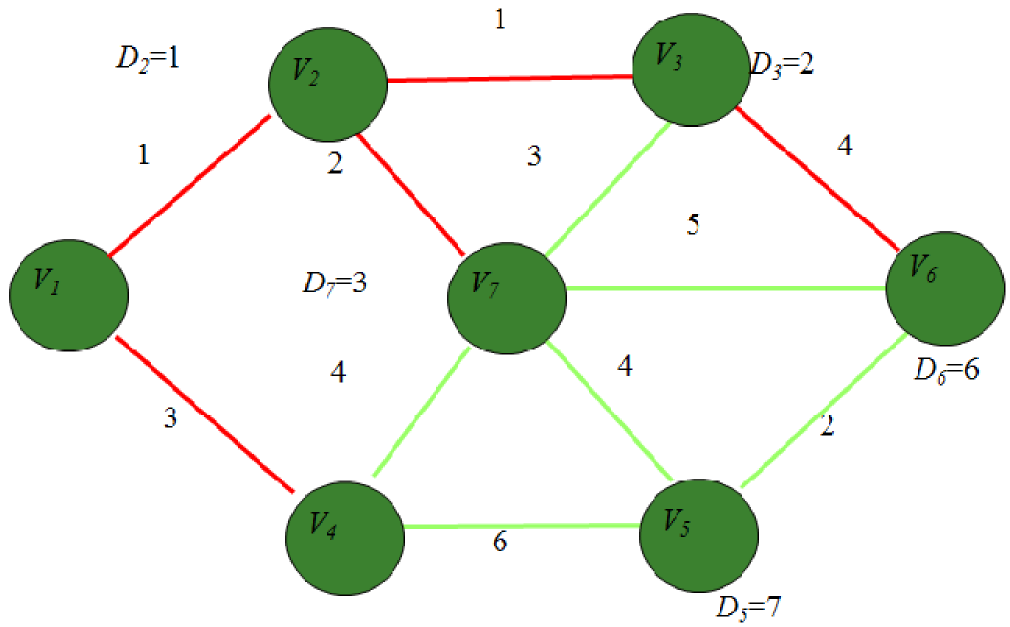
Σχεδόν εκατό χρόνια μετά τη μελέτη του Euler και την εισαγωγή της τοπολογίας από τον Johann Benedict Listing, O Arthur Cayley μελέτησε μια ιδιαίτερη κατηγορία γράφων τα δέντρα. Η μελέτη αυτών των ιδιαίτερων γράφων είχε πολλές εφαρμογές στη θεωρητική χημεία. Οι τεχνικές που αναπτύχθηκαν είχαν να κάνουν κυρίως με την απαρίθμηση γράφων που παρουσίαζαν κάποιες ιδιαίτερες ιδιότητες. Η απαριθμητική θεωρία γράφων ήταν ένα από τα συμπεράσματα του Cayley και δημοσιεύτηκε από τον George Pólya μεταξύ των ετών 1935 και 1937, ενώ η γενίκευση των συμπερασμάτων εκδόθηκε από τον Nicolas Govert de Bruijn το 1959. Ο Cayley συνέδεσε τα συμπεράσματά του για τα δέντρα με τις σύγχρονες μελέτες για τη χημική σύνθεση. Η σύνθεση των μαθηματικών και των χημικών εννοιών είναι το αρχικό τμήμα της στερεότυπης (standard) ορολογίας της θεωρίας γράφων.

Οι μαθηματικοί υπολογισμοί των γράφων στηρίζονται σε αλγόριθμους. Όσον αφορά στα δίκτυα, το διάγραμμα ενός δικτύου είναι ένας απλός κατευθυνόμενος γράφος (γράφημα), υπολογισμένος με τον κατάλληλο αλγόριθμο.

1.3 ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ

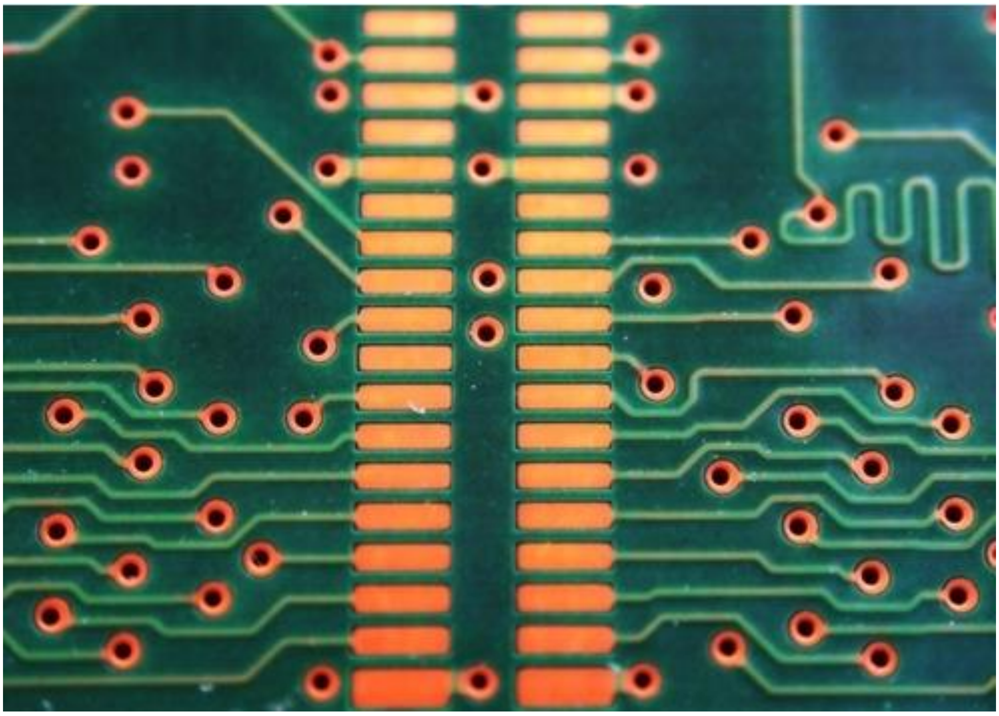
Τα γραφήματα χρησιμοποιούνται παντού στα μοντέλα των φυσικών και ανθρώπινων κατασκευών. Μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την μοντελοποίηση πολλών τύπων σχέσεων και δυναμικής της διαδικασίας σε φυσικά, βιολογικά και στα κοινωνικά συστήματα. Πολλά προβλήματα με πρακτικό ενδιαφέρον μπορούν να εκπροσωπηθούν από γραφήματα.

- **Στην επιστήμη των υπολογιστών** , γραφήματα χρησιμοποιούνται για να αντιπροσωπεύσουν τα δίκτυα επικοινωνίας, την οργάνωση των δεδομένων, τις υπολογιστικές συσκευές, η την ροή του υπολογισμού, κλπ. Ένα πρακτικό παράδειγμα: Η δομή συνδέσμου του δικτυακού τόπου μπορεί να εκπροσωπείται από ένα γράφημα.



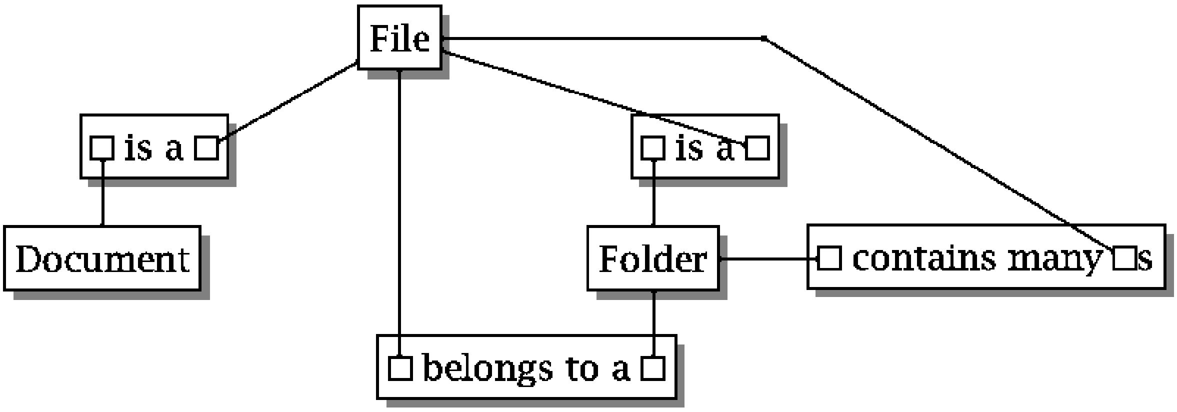
Εικόνα 5 " PC routing"

Μια παρόμοια προσέγγιση μπορεί να εφαρμοστεί και στα ταξίδια, τη βιολογία, τον σχεδιασμό υπολογιστικού chip, και πολλούς άλλους τομείς.



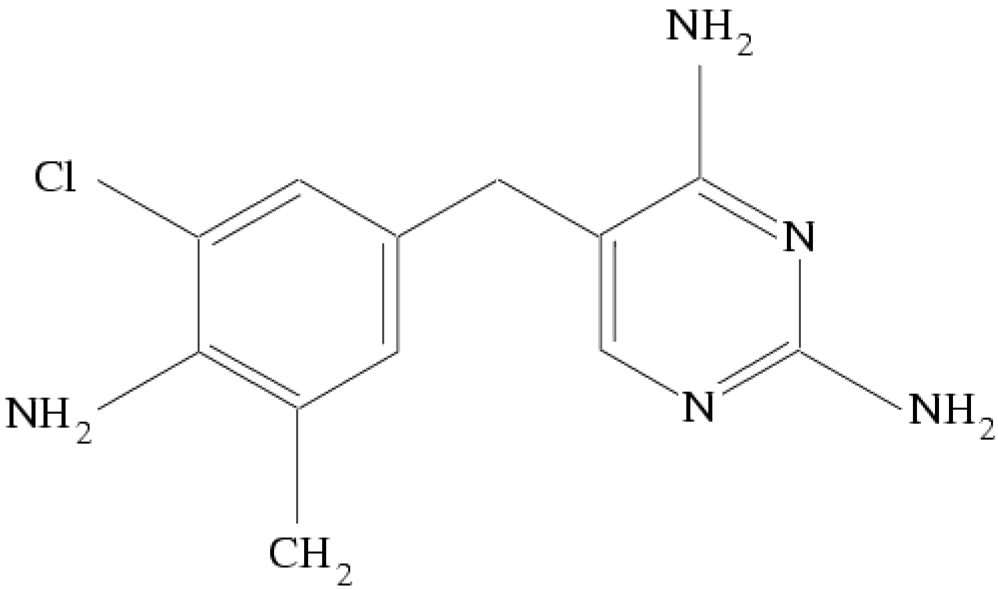
Εικόνα 6 " PC chip"

- Η θεωρία των γράφων, με διάφορες μορφές, έχει αποδειχθεί ιδιαίτερα χρήσιμη στη **γλωσσολογία** , αφού η ίδια η γλώσσα συχνά προσφέρεται επίσης σε διακριτή δομή. Παραδοσιακά, η σύνταξη και η συνθετική σημασιολογία ακολουθούν δομή-δέντρων, η οποία βασίζεται σε ένα ιεραρχικό γράφημα. Η λεξική σημασιολογία , ειδικά όπως εφαρμόζεται σε υπολογιστές σημασιολογικών δικτύων είναι πολύ σημαντική (**υπολογιστική γλωσσολογία**) . Ακόμα άλλες μέθοδοι, στη φωνολογία (η οποία χρησιμοποιεί γραφήματα πλέγματος) και την μορφολογία εφαρμόζονται με την ανάλυση της γλώσσας ως ένα γράφημα. Η χρησιμότητα αυτής της περιοχής των μαθηματικών στη γλωσσολογία έχει απασχολήσει αρκετούς οργανισμούς με αποτέλεσμα να κυκλοφορούν εφαρμογές, όπως η TextGraphs , καθώς και κάποια Net projects όπως τα WordNet , VerbNet , και άλλα.



Εικόνα 7 "Παράδειγμα υπολογιστικής γλωσσολογίας με διάγραμμα (TextGraph)"

- Η θεωρία των γράφων επίσης χρησιμοποιείται για τη μελέτη μορίων στη **χημεία** και την **φυσική** . Στη φυσική συμπυκνωμένης ύλης , η τρισδιάστατη δομή των περίπλοκων προσομοιώσεων ατομικών δομών μπορεί να μελετηθεί ποσοτικά με τη συλλογή στατιστικών στοιχείων σχετικά με Γραφοθεωρητικές ιδιότητες που σχετίζονται με την τοπολογία των ατόμων. Για παράδειγμα, τα δαχτυλίδια συντομότερης διαδρομής Franzblau (SP). Στη χημεία ένα γράφημα αποτελεί ένα φυσικό μοντέλο για ένα μόριο, όπου οι κορυφές αντιπροσωπεύουν τα άτομα. Η προσέγγιση αυτή χρησιμοποιείται ειδικά στην ηλεκτρονική επεξεργασία των μοριακών δομών. Στη στατιστική φυσική, γραφικές παραστάσεις μπορούν να εκπροσωπούν τοπικές συνδέσεις μεταξύ των αλληλεπιδρώντων τμημάτων του συστήματος, καθώς και τη δυναμική μιας φυσικής διαδικασίας μέσω των συστημάτων αυτών.



Εικόνα 8 " Γράφοι σύνθετων χημικών ενώσεων (Χημεία)"

- Η θεωρία των γράφων χρησιμοποιείται επίσης ευρέως στην **κοινωνιολογία** ως ένας τρόπος, για παράδειγμα ,να μετρηθεί το κύρος των ανθρώπων ή να διερευνήσει τους μηχανισμούς διάχυσης, κυρίως με τη χρήση των κοινωνικών λογισμικό ανάλυσης δικτύου.

- Ομοίως, οι γράφοι είναι χρήσιμοι στη **βιολογία**, όπου μια κορυφή μπορεί να αντιπροσωπεύει περιοχές ύπαρξης ορισμένων ειδών (ή τους οικοτόπους) και οι ακμές αντιπροσωπεύουν διαδρομές μετανάστευσης ή τη διακίνηση μεταξύ των περιοχών. Η πληροφορία αυτή είναι σημαντική όταν εξετάζονται μοτίβα αναπαραγωγής ,παρακολούθησης της εξάπλωσης μιας νόσου, ή παράσιτων ή πώς η μετανάστευση μπορεί να επηρεάσει άλλα είδη.

- Τα γραφήματα με βάρη, (σταθμισμένα γραφήματα) , χρησιμοποιούνται για την **αναπαράσταση των δομών** στις οποίες οι κατά ζεύγη συνδέσεις έχουν κάποιες αριθμητικές τιμές. Για παράδειγμα, εάν ένα γράφημα αντιπροσωπεύει ένα οδικό δίκτυο, τα βάρη θα μπορούσαν να είναι το μήκος του κάθε δρόμου, η κίνηση κτλ.
- Συστήματα **GPS**, για τον εντοπισμό των συντομότερων διαδρομών.

Πίνακας 1 " Εφαρμογές Γράφων"

Εφαρμογή	Κορυφές	Ακμές	Ροή
Επικοινωνίες	Τηλέφωνα, υπολογιστές, δορυφόροι	Καλώδια, οπτικές ίνες, μικροκύματα	Φωνή, video, πακέτα
Κυκλώματα	Πύλες, καταχωρητές, επεξεργαστές	Σύρματα	Ρεύμα
Μηχανική	Συσκευές, μηχανές, εργαλεία	Βέργες, Δοκάρια, Ελατήρια	Θερμότητα, ενέργεια
Υδραυλικά	Δεξαμενές, αντλίες	Αγωγοί	Υγρά, πετρέλαιο
Οικονομία	Κεφάλαια, συνάλλαγμα	Συναλλαγές	Χρήματα
Μεταφορές	Αεροδρόμια, σιδηροδρομικές μεταφορές, διασταυρώσεις οδών	Αυτοκινητόδρομοι, σιδηροδρομικές γραμμές, αεροπορικές γραμμές	Ναύλα, οχήματα, επιβάτες

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Έχοντας πλέον κατανοήσει τους γράφους γενικότερα και τα χαρακτηριστικά τους καθώς και τις εφαρμογές τους και τα προβλήματα που επιλύουν, στα επόμενα κεφάλαια θα αναφερθούμε στο πρόβλημα του χρωματισμού ενός γράφου (Graph Coloring). Ένα πρόβλημα βελτιστοποίησης το οποίο χωρίζεται στις κατηγορίες χρωματισμού κορυφών και χρωματισμού ακμών.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2 GRAPH COLORING

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

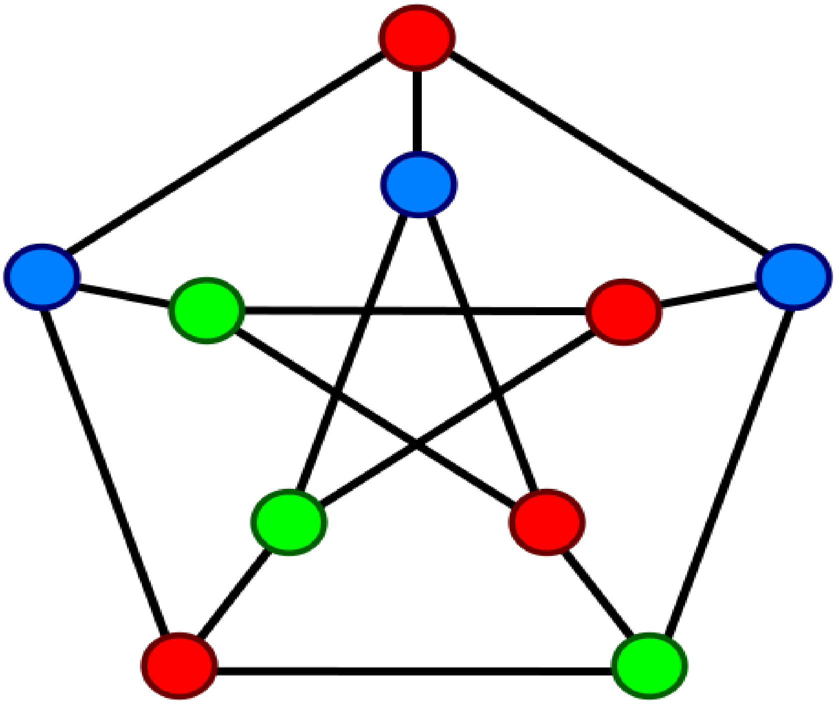
Στο πρόβλημα του χρωματισμού του γράφου, δοθέντος ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος G(V, E) αναζητούμε τον ελάχιστο αριθμό χρωμάτων για τον οποίο το γράφημα G επιδέχεται έναν κατάλληλο και χρωματισμό. Είναι δύσκολο να υπολογίσουμε το χρωματικό αριθμό ενός γραφήματος. Αντίστοιχα αν εκφράσουμε το πρόβλημα χρωματισμού σαν πρόβλημα απόφασης, δοθέντος ενός μη κατευθυνόμενου γραφήματος G(V, E) και ενός ακεραίου k το ζητούμενο είναι αν υπάρχει ένας κατάλληλος k-χρωματισμός του γραφήματος G.
Γενικά το πρόβλημα του χρωματισμού γραφήματος είναι στην κατηγορία των NP-hard προβλημάτων. Ένα πρόβλημα είναι NP-hard όταν δεν υπάρχει γνωστός αποδοτικός αλγόριθμος που να το λύνει βέλτιστα και είναι σχεδόν αδύνατο να βρεθεί ένας τέτοιος αλγόριθμος.
Οι κατηγορίες του graph coloring είναι κυρίως δυο: vertex coloring (χρωματισμός κορυφών) και edge coloring (χρωματισμός ακμών). Κάθε τρόπος χρωματισμού ενός γράφου έχει κάποιες ιδιότητες. Στα επόμενα υποκεφάλαια αριθμούνται οι πιο σημαντικές.

2.1 ΟΡΙΣΜΟΣ

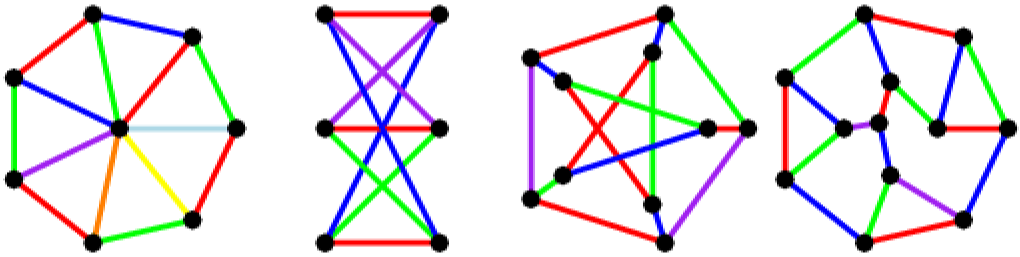
Ο χρωματισμός γράφων (**graph coloring**) είναι μια ειδική περίπτωση της θεωρίας γράφων. Είναι η ανάθεση χρωμάτων στις κορυφές ή στις ακμές με ορισμένους περιορισμούς. Στην απλούστερη μορφή του, είναι ένας τρόπος χρωματισμού των κορυφών ενός γραφήματος χωρίς να υπάρχουν δύο γειτονικές κορυφές που να μοιράζονται το ίδιο χρώμα. Αυτό ονομάζεται χρωματισμός κορυφών (**vertex coloring**) . Ομοίως, αν εκχωρήσουμε ένα χρώμα σε κάθε ακμή, έτσι ώστε να μην υπάρχουν δύο παρακείμενες ακμές που να μοιράζονται το ίδιο χρώμα αυτό ονομάζεται χρωματισμός ακμών (**edge coloring**).

Graph Coloring

- **Vertex coloring**
- **Edge coloring**
- **Face coloring**



Εικόνα 9 " vertex coloring"



Εικόνα 20 " edge coloring "

2.2 VERTEX COLORING

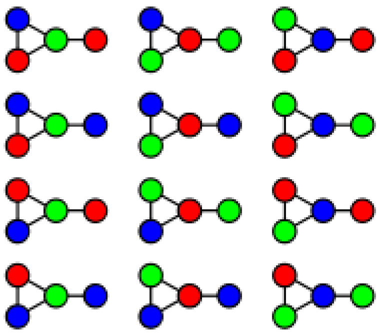
Ο χρωματισμός ενός γραφήματος όταν χρησιμοποιείτε χωρίς κανέναν όρο, αναφέρεται κυρίως (σχεδόν πάντα) σε έναν χρωματισμό κορυφών (vertex coloring). Είναι κατανοητό ότι μια κορυφή με βρόγχο δεν μπορεί να χρωματιστεί κατάλληλα (loopless).
Για να μελετηθεί η ανάθεση χρωμάτων στις κορυφές πρέπει να κατανοήσουμε τις παρακάτω ιδιότητες.

- Ο **Χρωματικός αριθμός k** (chromatic number) ενός γράφου είναι ο μικρότερος αριθμός χρωμάτων που χρειάζονται για να χρωματίσουμε τις κορυφές του γράφου έτσι ώστε 2 γειτονικές κορυφές του να έχουν διαφορετικό χρώμα.

- Το **Χρωματικό πολυώνυμο** (chromatic polynomial) ενός γράφου είναι ο αριθμός των τρόπων που μπορεί να χρωματιστεί ένας γράφος δεδομένου αριθμού χρωμάτων. Πχ χρησιμοποιώντας τρία χρώματα η παρακάτω εικόνα μπορεί να χρωματιστεί με 12 τρόπους. Με τέσσερα χρώματα μπορεί να χρωματιστεί με 24+4*12=72 τρόπους. Χρησιμοποιώντας και τα τέσσερα χρώματα μπορεί να χρωματιστεί με 4!=24 τρόπους. Τέλος με δύο χρώματα δεν θα μπορούσε να χρωματιστεί. Ένας πίνακας με τους έγκυρους χρωματισμούς είναι ο παρακάτω.

Πίνακας 2 " Εφαρμογές Γράφων"

Διαθέσιμα χρώματα	1	2	3	4	…
Τρόποι χρωματισμού	0	0	12	72	…



Εικόνα 31 "χρωματικό πολυώνυμο γράφου "

- Η **Χρωματική τάξη** (color class) ενός γράφου είναι το σύνολο κορυφών με το ίδιο χρώμα.

- Ένας γράφος χωρίς βρόχους λέγεται **k-χρωματίσιμος** (k-colorable) αν οι κορυφές του μπορούν να χρωματισθούν με k το πολύ χρώματα.

- Γράφος **k-χρωματικός** (k-chromatic): οι κορυφές του μπορούν να χρωματισθούν με k χρώματα, αλλά όχι με k-1. Άρα ένας k-χρωματικός δεν είναι (k-1) χρωματίσιμος.

- Ένα γράφημα λέγεται **επίπεδο** (plane) αν δύο οποιεσδήποτε ακμές του συναντώνται μόνο σε προσκείμενες τερματικές κορυφές.

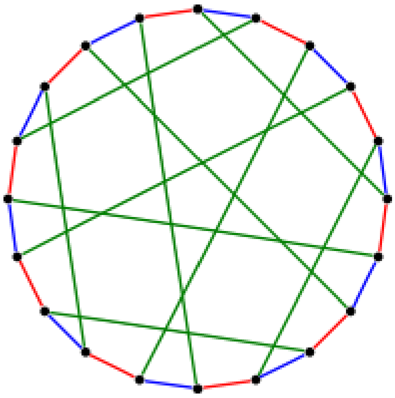
- Ένα γράφημα λέγεται **επιπεδικό** (planar) ή ενσωματώσιμο στο επίπεδο (embeddable in the plane) αν είναι ισομορφικό προς έναν επίπεδο γράφημα.

Έχει αποδειχθεί ότι κάθε απλό επίπεδο γράφημα μπορεί να παρασταθεί με ακμές που είναι ευθύγραμμα τμήματα.

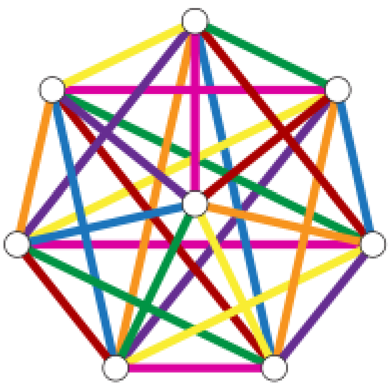
2.3 EDGE COLORING

Ο χρωματισμός ακμών ενός γραφήματος είναι ένας ορθός χρωματισμός των άκρων, δηλαδή η εκχώρηση ενός χρώματος στις άκρες έτσι ώστε καμία κορυφή να μην συμπίπτει με δυο ακμές του ίδιου χρώματος. Ισχύουν τα εξής:

- Ο χρωματισμός ακμών με k χρώματα ονομάζεται k- χρωματισμός ακμών.
- Ο μικρότερος αριθμός χρωμάτων που απαιτούνται για τον χρωματισμό ακμών ενός γράφου G είναι ο χρωματικός αριθμός.



Εικόνα 42 "χρωματισμός ακμών με 3 χρώματα "



Εικόνα 53 " χρωματισμός ακμών με 7 χρώματα "

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Έχοντας πλέον κατανοήσει το πρόβλημα του Graph Coloring και τις δύο κύριες κατηγορίες του vertex coloring και edge coloring στο επόμενο κεφάλαιο θα αναπτυχθεί το ειδικότερο πρόβλημα του Map Coloring δηλαδή του χρωματισμού ενός χάρτη πλέον όπως ενός γράφου με τις κορυφές να αντιστοιχούν σε νομούς η χώρες η γεωγραφικά διαμερίσματα η ηπείρους και τις ακμές τους αν συνδέονται μεταξύ τους.

Παραθέτονται επίσης ιστορικά δεδομένα, πως ξεκίνησε και εξελίχτηκε το πρόβλημα χρωματισμού ενός χάρτη και ένα παράδειγμα για την καλύτερη κατανόηση του προβλήματος.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3 MAP COLORING

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Το πρόβλημα του χρωματισμού χάρτη έμεινε άλυτο για 125 χρόνια και έγινε γνωστό ως η «Εικασία των 4 χρωμάτων» επειδή δεν υπήρχε η σχετική απόδειξη αν και ήταν εμπειρικά γνωστό ότι 4 χρώματα ήταν αρκετά. Γενικά ισχύει ότι ο χρωματικός αριθμός είναι ≤ 4.

Ήταν το πρώτο σημαντικό θεώρημα που αποδεικνύεται χρησιμοποιώντας υπολογιστή αλλά η απόδειξη δεν ήταν αποδεκτή από όλους τους μαθηματικούς επειδή ήταν αδύνατο για έναν άνθρωπο να την ελέγξει με το χέρι.

Στο κεφάλαιο αυτό, αφού ορίσουμε το πρόβλημα του χρωματισμού ενός χάρτη αναφέρονται ενδιαφέροντα ιστορικά γεγονότα για την εξέλιξη του και τέλος ένα παράδειγμα μετατροπής ενός χάρτη σε γράφου για την καλύτερη επεξεργασία και κατανόηση του.

3.1 ΟΡΙΣΜΟΣ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ

Οποιαδήποτε επιφάνεια που χωρίζεται σε περιοχές, όπως ένας πολιτικός χάρτης των νομών ενός κράτους, μπορούν να χρωματιστούν με ή λιγότερα από τέσσερα χρώματα κατά τέτοιο τρόπο ώστε καμία από δυο παρακείμενες περιοχές να μην έχουν το ίδιο χρώμα.

Χρειάστηκε να περάσουν αρκετά χρόνια για να αποδεδειχθεί το παραπάνω θεώρημα λόγω της μη ύπαρξης των απαραίτητων εργαλείων για την απόδειξη του.

Γενικά ισχύει :

ΘΕΩΡΗΜΑ: έστω $G = (V,E)$ ένας επίπεδος γράφος, τότε $\chi(G) \leq 4$ όπου $\chi(G)$ χρωματικός αριθμός γράφου

3.2 ΙΣΤΟΡΙΚΑ

Η υπόθεση προτάθηκε αρχικά το 1852, όταν ο φοιτητής Francis Guthrie προσπαθούσε να χρωματίσει το χάρτη των περιφερειών της Αγγλίας. Μια απόδειξη του θεωρήματος δόθηκε από τον Alfred Kempe το 1879, η οποία επικροτήθηκε ευρέως, ενώ μια άλλη απόδειξη δόθηκε από Peter Guthrie Tait το 1880. Το 1890 (11 χρόνια αργότερα) η απόδειξη «Kempe» παρουσιάστηκε ανακριβώς από τον Percy Heawood, και το 1891 η απόδειξη Tait ακυρώθηκε από τον Julius Petersen.Το 1890, εκτός από την έκθεση που αντικρούει την απόδειξη Kempe, ο Heawood απέδειξε ότι όλες οι επίπεδοι γράφοι είναι «χρωματίσιμοι» πέντε χρωμάτων. Το 1976 το θεώρημα των 4 χρωμάτων αποδείχτηκε τελικά από τον Kenneth Appel και Wolfgang Haken απ το πανεπιστήμιο του Ιλινόις . Βοηθήθηκαν από τον John Koch και τον υπολογιστή του (επί 1200 ώρες). Από την παρουσίαση αποδείξεων του θεωρήματος, οι πιο αποδοτικού αλγόριθμοι που έχουν βρεθεί για χάρτες 4-χρωματων απαιτούν χρόνο O(v^2), όπου το v είναι ο αριθμός κορυφών. Το 1996, ο Neil Robertson, ο Ντανιέλ P. Sanders, Paul Seymourκαι ο Robin Thomas δημιούργησαν έναν τετραγωνικό χρονικό αλγόριθμο, (εργασία του ρώσου Belaga) που βελτιώνει έναν O(v^4) αλγόριθμο βασισμένο στην απόδειξη Appel και Haken. Το 2004 οι Benjamin Werner και Georges Gonthier τυποποίησαν μια απόδειξη του θεωρήματος μέσα από το εργαλείο αποδείξεων Coq. Υπάρχουν επίσης αποδοτικοί αλγόριθμοι για να κρίνουν εάν 1 ή 2 χρώματα είναι αρκετά να χρωματίσουν έναν χάρτη. Ο αλγόριθμος καθορισμού εάν 3 χρώματα αρκούν, είναι εντούτοις, NP-πλήρης, και φυσικά δεν έχει μια γρήγορη λύση. Ο αλγόριθμος καθορισμού εάν ένας γενικός (ενδεχομένως μη επίπεδος) γράφος μπορεί να χρωματιστεί με 4 χρώματα είναι επίσης NP-πλήρης. Αν και το θεώρημα τεσσάρων χρωμάτων ανακαλύφθηκε στο στάδιο του χρωματισμού ενός πραγματικού χάρτη, δεν βρίσκει καμία εφαρμογή στην πρακτική χαρτογραφία.

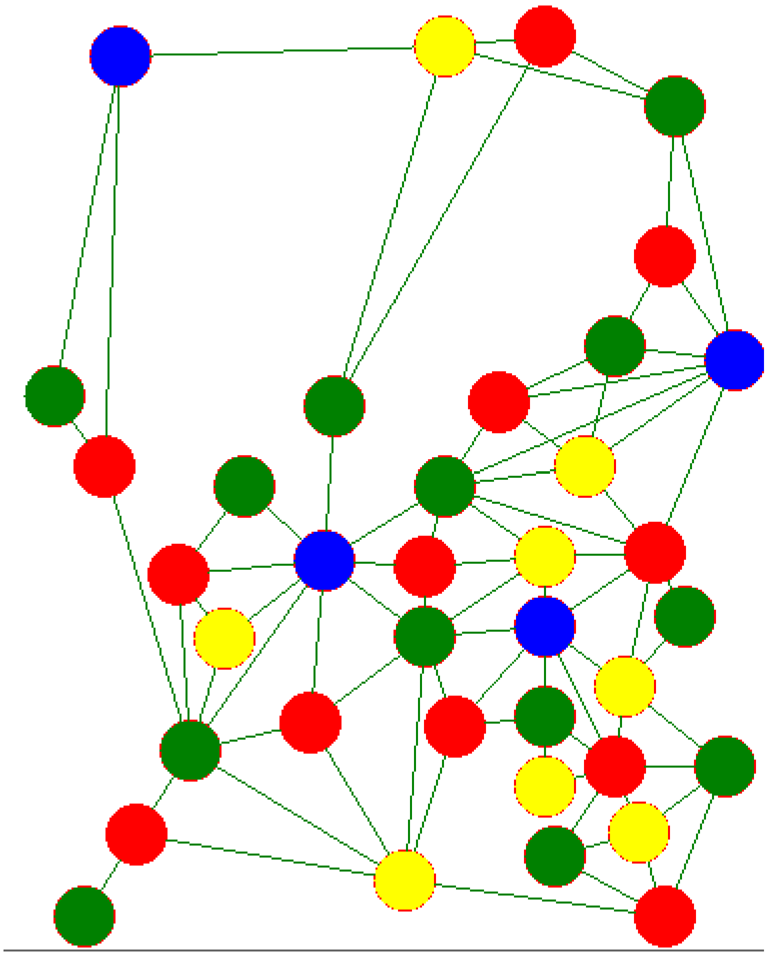
3.3 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

Γενικά:

- Κάθε χάρτης αντιστοιχεί σε έναν γράφο
- Κάθε περιοχή του χάρτη αντιστοιχεί σε έναν κόμβο (κορυφή) του γράφου

Για παράδειγμα ο χάρτης της Ευρώπης (εικόνα 14) μπορεί να μετατραπεί στον αντίστοιχο γράφο (εικόνα 15).

Εικόνα 64 "Χάρτης Ευρώπης "



Εικόνα 75 "Γραφος Ευρώπης "

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Ανακεφαλαιώνοντας, αφού ασχοληθήκαμε με τους γράφους και την θεωρία γράφων και τις εφαρμογές τους γενικότερα, είδαμε την κατηγορία προβλημάτων χρωματισμού γράφων καθώς και τις κατηγορίες του και το ειδικότερο πρόβλημα του χρωματισμού χαρτών.

Στο επόμενο κεφάλαιο θα ασχοληθούμε με τους διάφορους αλγορίθμους χρωματισμού που χρησιμοποιούνται και θα ασχοληθούμε με την κατηγορία των προσεγγιστικών αλγορίθμων.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4 ΕΙΔΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Οι αλγόριθμοι χρωματισμού αποσκοπούν στο να προσδιορίσουν το χρωματικό αριθμό ενός δοσμένου γραφήματος. Το πρόβλημα του χρωματισμού των κορυφών ενός τυχαίου γραφήματος ανήκει στην κατηγορία των μη πολυωνυμικών προβλημάτων. Τα μη πολυωνυμικά προβλήματα επιλύονται με αρκετά χρονοβόρους αλγόριθμους, για το λόγο αυτό είναι προτιμότερο να χρησιμοποιηθούν προσεγγιστικές μέθοδοι. Οι ευριστικές αυτές μέθοδοι δίνουν μια προσεγγιστική λύση για το πρόβλημα, σε ορισμένες περιπτώσεις δίνουν και την βέλτιστη, και απαιτούν λιγότερο χρόνο. Για τυχαία γραφήματα με μικρό πλήθος κορυφών και με εξαντλητική αναζήτηση είναι εφικτό να βρεθεί ο χρωματικός αριθμός. Για τυχαία όμως γραφήματα με μεγάλο πλήθος κορυφών κάθε προσπάθεια για την εύρεση του ακριβούς χρωματικού αριθμού φαίνεται μη αποτελεσματική. Ως αποτέλεσμα για το πρόβλημα του χρωματισμού των κορυφών ενός τυχαίου γραφήματος αναπτύχθηκαν ορισμένες προσεγγιστικές μέθοδοι.
Οι αλγόριθμοι χρωματισμού που θα αναφερθούν είναι οι προσεγγιστικοί αλγόριθμοι.

4.1 ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Τα είδη προσεγγιστικών αλγορίθμων είναι :

1. **Σειριακός αλγόριθμος** (άπληστος)
2. Αλγόριθμος χρωματισμού **Πρώτα η μεγαλύτερη** (largest first)
3. Αλγόριθμος χρωματισμού **Τελευταία η μικρότερη** (smallest last)
4. Αλγόριθμος **βαθμού-χρώματος** (color-degree)
5. Σειριακοί **Ευριστικοί** αλγόριθμοι

4.2 ΣΕΙΡΙΑΚΟΣ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ

Οι σειριακοί (άπληστοι) αλγόριθμοι εφαρμόζονται συνήθως για την **επίλυση προβλημάτων βελτιστοποίησης**. Ένας άπληστος αλγόριθμος διαθέτει γενικά μία απλή δομή, έχει πολυπλοκότητα O(n*m) και αποτελείται από τα εξής στοιχεία:

- ένα σύνολο υποψηφίων επιλογών (π.χ. οι κορυφές ενός γράφου)
- ένα σύνολο επιλογών που έχουν ήδη χρησιμοποιηθεί.
- μία **συνάρτηση ελέγχου**, που απαντά στο ερώτημα αν ένα συγκεκριμένο σύνολο υποψηφίων αποδίδει μία λύση, όχι απαραίτητα τη βέλτιστη για τη στιγμή που εξετάζεται.
- μία **συνάρτηση που ελέγχει αν ένα σύνολο υποψηφίων επιλογών είναι εφικτό**, με την έννοια ότι μπορεί αυτό να συμπληρωθεί με τέτοιο τρόπο, ώστε να μας δώσει μία λύση στο πρόβλημα.

- μία **συνάρτηση επιλογής**, που ανά πάσα στιγμή δείχνει ποια επιλογή έχει την καλύτερη προοπτική για να είναι μέρος της λύσης του προβλήματος .
- μία **αντικειμενική συνάρτηση**, που δίνει την τιμή της λύσης: είναι αυτή που επιθυμούμε να βελτιστοποιήσουμε.

Ένας άπληστος αλγόριθμος προχωράει στο επόμενο βήμα με την απόφαση που εκείνη τη στιγμή φαίνεται να είναι η καλύτερη για την επίλυση του προβλήματος. Αυτό όμως δε σημαίνει ότι αποδίδει πάντα τη βέλτιστη λύση.

Όλες οι κορυφές αριθμούνται από v_1 έως v_n. Όλα τα χρώματα αριθμούνται από 1 έως n. Η ιδέα συνίσταται στο χρωματισμό των κορυφών μία προς μία ανάλογα με τη σειρά εξέτασής τους και χρησιμοποιώντας το μικρότερο χρώμα που είναι διαθέσιμο, δηλαδή δεν έχει χρησιμοποιηθεί σε γειτονικές κορυφές.

Αν οι κορυφές εξεταστούν με διαφορετική σειρά μπορεί να προκύψουν διαφορετικά αποτελέσματα.

Παράδειγμα ψευτοκώδικα σειριακού άπληστου αλγορίθμου:

set greedy (set C) {

//C είναι το σύνολο το υποψήφιων επιλογών

S = ∅ //S είναι το σύνολο της λύσης

while (!*solution*(S) **&&** C≠∅) **{**

    x = στοιχείο του C, που μεγιστοποιεί την *select*(x)

    C = C \ {x}

    if (*feasible*(S∪{x}))

        S ← S∪{x}

}

}

if *solution*(S)

        return S

else return “δεν υπάρχει λύση”

4.3 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΠΡΩΤΑ Η ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΗ

Ο αλγόριθμος πρώτα η μεγαλύτερη είναι ουσιαστικά μια βελτίωση του σειριακού αλγορίθμου. Βασική ιδέα του αλγορίθμου είναι να χρωματιστούν πρώτα οι κορυφές με τον μεγαλύτερο βαθμό (χρωματικό αριθμό). Έτσι ενώ στον σειριακό αλγόριθμο η επιλογή των κορυφών που θα χρωματιστούν είναι τυχαία, ανάλογα με αυτήν που δόθηκε στην αρχή, εδώ αφού γίνει μια ταξινόμηση των κορυφών σε φθίνουσα διάταξη, επιλέγεται πρώτα η κορυφή με τον μεγαλύτερο βαθμό και στην συνεχεία εκτελείται έναν σειριακός αλγόριθμος. Η μέθοδος πρώτα η μεγαλύτερη έδειξε καλυτέρα αποτελέσματα σε σχέση με τον άπληστο αλγόριθμο.

Παράδειγμα αλγορίθμου πρώτα η μεγαλύτερη με βήματα:

1. Ταξινόμησε τις κορυφές του γραφήματος κατά φθίνουσα τάξη, ως προς το βαθμό τους.
2. Θέσε $i = 1$
3. Θέσε $c = 1$
4. Ταξινόμησε τα χρώματα των γειτονικών κορυφών της κορυφής u_i κατά μη φθίνουσα τάξη, έστω L_i η λίστα αυτή.
5. Αν το χρώμα c δεν ανήκει στην λίστα L_i τότε χρωμάτισε την κορυφή u_i με το χρώμα c, πήγαινε στο βήμα 7.
6. Θέσε $c = c + 1$,πηγαίνε στο βήμα 5.
7. Αν $i < n$ τότε θέσε $i = i + 1$ και πήγαινε στο βήμα 3,αλλιώς ο αλγόριθμος τερματίζει.

4.4 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΤΕΛΕΥΤΑΙΑ Η ΜΙΚΡΟΤΕΡΗ

Ο αλγόριθμος τελευταία η μικρότερη (Matula-Marble-Issacson 1972) είναι παρόμοιος αλγόριθμος με τον προηγούμενο (πρώτα η μεγαλύτερη) γιατί και εδώ υπάρχει κριτήριο για την επιλογή της κορυφής κάθε φορά. Εδώ οι κορυφές ταξινομούνται κατά φθίνουσα σειρά των βαθμών τους .Μία μία οι κορυφές διαγράφονται ώστε η κορυφή με τον μικρότερο χρωματικό αριθμό να χρωματιστεί τελευταία. Στην συνέχεια εκτελείται σειριακός αλγόριθμος.

Παράδειγμα ψευτοκώδικα αλγορίθμου τελευταία η μικρότερη

1. Θέσε $j = 1$
2. Ταξινόμησε τις κορυφές του γραφήματος κατά φθίνουσα τάξη, ως προς το βαθμό τους.
3. Αφαίρεσε την κορυφή με το μικρότερο βαθμό από το γράφημα και τοποθέτησέ την στην λίστα Ldegree.
4. Θέσε $j = j + 1$
5. Εάν $j <= n$, πήγαινε στο βήμα 2, αλλιώς πήγαινε στο βήμα 6.
6. Θέσε $i = 1$
7. Θέσε $c = 1$

8. Ταξινόμησε τα χρώματα των γειτονικών κορυφών της κορυφής u_i κατά μη φθίνουσα τάξη και ονόμασε L_i τη λίστα αυτή.
9. Αν το χρώμα c δεν ανήκει στην λίστα L_i, τότε χρωμάτισε την κορυφή u_i με το χρώμα c, πήγαινε στο βήμα 11.
10. Θέσε c = c + 1,πήγαινε στο βήμα 9.
11. Αν $i < n$ τότε θέσε $i = i + 1$ και πήγαινε στο βήμα 7, αλλιώς ο αλγόριθμος τερματίζει.

Στη λίστα Ldegree οι εισαγωγές των στοιχείων της γίνονται στην αρχή της λίστας, ώστε η κορυφή που αφαιρέθηκε πρώτη από το γράφημα να χρωματιστεί τελευταία.

4.5 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΒΑΘΜΟΥ ΧΡΩΜΑΤΟΣ

Ο αλγόριθμος του βαθμού χρώματος (Brelaz 1979) στηρίζεται στο πλήθος των χρωμάτων που χρησιμοποιήθηκαν για να χρωματιστούν οι γειτονικές κορυφές (βαθμός χρώματος) και αποτελεί συνδυασμό των αλγορίθμων πρώτα η μεγαλύτερη και τελευταία η μικρότερη. Η διαφορά τους είναι ότι εδώ όταν υπάρχει ισοπαλία δεν επιλέγεται μια κορυφή τυχαία όπως στους δύο προηγούμενους αλγόριθμους αλλά επιλέγεται η κορυφή που δεν είναι χρωματισμένη και έχει τον μεγαλύτερο βαθμό.

Παράδειγμα ψευτοκώδικα αλγορίθμου βαθμού χρώματος:

1. Ταξινόμησε τις κορυφές κατά φθίνουσα τάξη ως προς τους βαθμούς τους.

2. Δώσε το χρώμα 1 στην κορυφή με το μεγαλύτερο βαθμό.

3. Επέλεξε την κορυφή με το μεγαλύτερο βαθμό χρώματος. Αν υπάρχει ισοπαλία, τότε επέλεξε την κορυφή που δεν είναι χρωματισμένη και έχει το μεγαλύτερο βαθμό. Η κορυφή που επιλέγεται χρωματίζεται με το μικρότερο επιτρεπτό χρώμα.

4. Αν δεν έχουν χρωματιστεί όλες οι κορυφές του γραφήματος, πήγαινε στο βήμα 3.

4.6 ΕΥΡΙΣΤΙΚΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ

Ο όρος ευριστικός χρησιμοποιείται για αλγορίθμους που βρίσκουν λύσεις σε κάποιο πρόβλημα αλλά δεν υπάρχει εγγύηση ότι αυτή η λύση είναι η καλύτερη. Μπορούν να θεωρηθούν ότι είναι προσεγγιστικοί και όχι ακριβείς αλγόριθμοι γιατί η λύση τους συνήθως είναι κατά προσέγγιση.

Στην περίπτωση του χρωματισμού γράφων οι ευριστικές λύσεις είναι σημαντικές γιατί όλοι οι αλγόριθμοι, που βρίσκουν την ακριβή λύση παρουσιάζουν εκθετική πολυπλοκότητα. Αυτό πρακτικά σημαίνει ότι για μεγάλες περιπτώσεις οι συγκεκριμένοι αλγόριθμοι δεν μπορούν να εφαρμοσθούν στην πράξη και γι αυτό καταφεύγουμε σε προσεγγιστικές λύσεις, όπως ο άπληστος αλγόριθμος.

Οι αλγόριθμοι αυτού του είδους στηρίζονται σε έναν ευριστικό μηχανισμό. Ευριστικός μηχανισμός είναι μια στρατηγική βασισμένη στην γνώση για το συγκεκριμένο πρόβλημα η οποία χρησιμοποιείται σαν βοήθημα στη γρήγορη επίλυση του.

Μερικά παραδείγματα ευριστικών αλγορίθμων είναι ο αλγόριθμος αναρρίχησης λόφου (Hill-Climbing Search-HC), ο αλγόριθμος ακτινωτής αναζήτησης (Beam Search-BS), ο αλγόριθμος αναζήτησης πρώτα στο καλύτερο (Best-First Search BestFS), και ο αλγόριθμος A* (A-Star).

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Στο κεφάλαιο αυτό είδαμε τα είδη αλγορίθμων χρωματισμού και αναπτύχτηκε η κατηγορία των προσεγγιστικών αλγορίθμων.

Στο επόμενο κεφάλαιο, θα γίνει μια παρουσίαση των σημαντικών σημείων του κώδικα και κυρίως των δυο αλγορίθμων χρωματισμού οι οποίοι είναι προσεγγιστικοί σειριακοί k-coloring αλγόριθμοι.

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5 ΠΑΡΟΥΣΙΑΣΗ ΚΩΔΙΚΑ, ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΣΗΜΑΝΤΙΚΩΝ ΣΗΜΕΙΩΝ

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ο αλγόριθμοι που περιλαμβάνονται στην Π/Ε μου είναι σειριακοί (άπληστοι) και k-coloring αλγόριθμος δηλαδή όταν δίνονται πχ 5 χρώματα (k=5) τότε θα βρεθεί λύση με k<=5 χρώματα. Σε αυτό το κεφάλαιο θα αναφερθούν τα αρχικά δεδομένα της εφαρμογής καθώς και οι αλγόριθμοι και η υλοποίηση τους σε visual basic. Τέλος θα γίνει σύγκριση των δύο αλγορίθμων.

5.1 ΑΡΧΙΚΑ ΔΕΔΟΜΕΝΑ ΚΑΙ ΧΑΡΤΕΣ

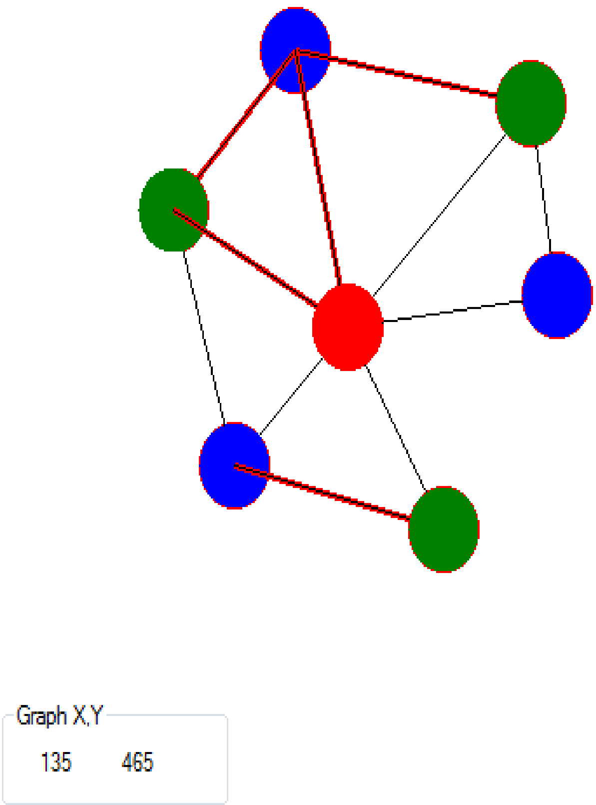
Τα αρχικά δεδομένα της εφαρμογής είναι ένας δισδιάστατος πίνακας n*n όπου αποτελείται από 0 ή 1 ανάλογα αν οι κορυφές συνδέονται μεταξύ τους και οι αντίστοιχοι χάρτες που αναλογούν σε κάθε πίνακα.

Πχ ο δισδιάστατος πίνακας της Πελοποννήσου όπου υπάρχουν 7 κορυφές και 11 συνδέσεις. Άρα ο πίνακας 7*7 και ο γράφος θα είναι ο εξής :

Εικόνα 86 "Χάρτης Πελοποννήσου "

0111000
1001010
1001100
1110111
0011000
0101001
0001010

Εικόνα 97 "Πίνακας n*n Πελοποννήσου "



Εικόνα 108 "Γράφος Πελοποννήσου "

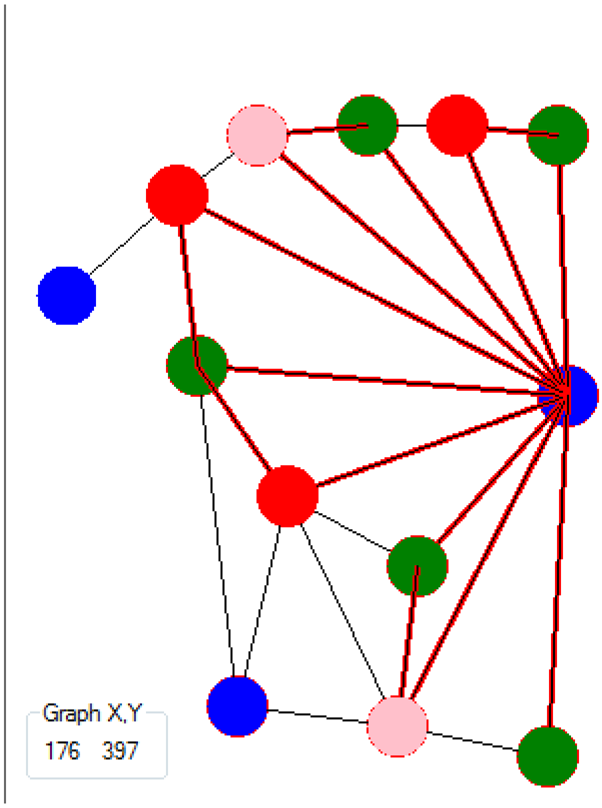
Αντίστοιχα ο πίνακας της νοτίου Αμερικής (13*13) είναι :

Εικόνα 119 "Χάρτης Νοτίου Αμερικής "

0111111111100
1010000000000
1101000000000
1010100000000
1001010000000
1000101000010
1000010100001
1000001011001
1000000101000
1000000110101
1000000001000
0000010000000
0000001101000

Εικόνα 20 "Πίνακας n*n Νοτίου Αμερικής "

Ο γράφος της νοτίου Αμερικής αποτελείται από 13 κορυφές και 24 ακμές



Εικόνα 21 "Γράφος Νοτίου Αμερικής "

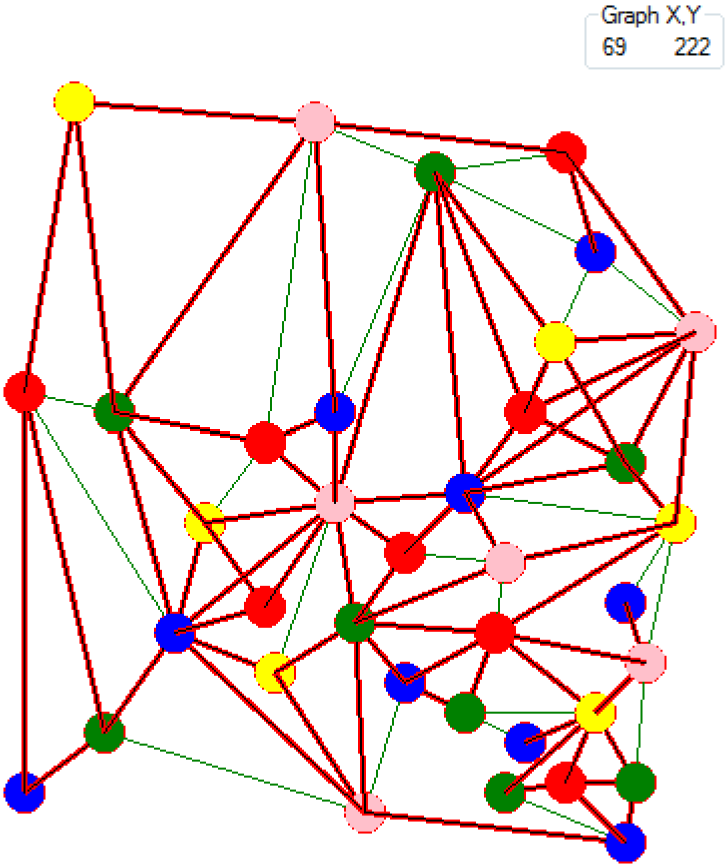
Και τέλος της Ευρώπης (37*37) είναι :

Εικόνα 22"Χάρτης Ευρώπης "

01000000000000000000000000000000010
10100001000000000000000000000000010
01011111000000000000000000000000110
00101100100000000000000000000000100
00110100000000000000000000000000000
00111010111110000000000000000010000
00100101000010000000000000000000000
01100010000011000000000000000100000000
00010100010000000000000000000001100
00000100100000000000000000000011000
00000100000100111100010000000000010000
00000100001010000100000000000000000000
00000111000101000110000000000000000000
00000001000010000011000000000000000000
00000000001000010000110000000000010000
00000000001000101000110000000000000000
00000000001000010110011100000000000000
00000000001110001010000000000000000000
00000000000011001101000110000000000000

000000000000001000010000011000000000
000000000000000110000010000100000010000
000000000010001110001000001100000000
000000000000000010000001000000000000
000000000000000010100010100010000000
000000000000000000110001010010110000
000000000000000000010000100000000000
000000000000000000011000001000010000
000000000000000000001000010000011000
000000000000000000000011000011000000
000000010000000000000000000101100000
000000000000000000000001000110100000
000000000000000000000001000011000000
000001000110001000001000001100000100
000000001100000000000000000100001010
001100001000000000000000000000001011
111000000000000000000000000000000101
000000000000000000000000000000001110

Εικόνα 23"Πίνακας n*n Ευρώπης "



Εικόνα 24 "Γράφος Ευρώπης "

5.2 ΚΩΔΙΚΑΣ

Στον κώδικα της εφαρμογής , υπάρχουν κάποια σημαντικά σημεία (μεταβλητές, μέθοδοι, συναρτήσεις, ιδιότητες) που πρέπει να γίνει αναφορά. Ο κώδικας είναι γραμμένος σε visual basic.

Αρχικά πρέπει να αναφερθούν μερικές βασικές μεταβλητές οι οποίες είναι :

- Μια λίστα από αντικείμενα της visual basic Rectangles χωρητικότητας 50

  ```
  Dim CRectangles As New List(Of Rectangle)(50)
  ```

  Γενικα στην visual basic για τα αντικειμενα της κλασης Rectangle ισχυει

  Rectangle (Int32, Int32, Int32, Int32)

```
'Declaration
Public Sub New ( _
        x As Integer, _
        y As Integer, _
        width As Integer, _
            height As Integer _
            )
'Usage
Dim x As Integer
Dim y As Integer
Dim width As Integer
Dim height As Integer

   Dim instance As New Rectangle(x, y, width, height)
```

Parameters

x The x-coordinate of the upper-left corner of the rectangle.

y The y-coordinate of the upper-left corner of the rectangle.

Width The width of the rectangle.

Height The height of the rectangle.

Πχ

```
gr = PictureBox1.CreateGraphics
CRectangles.Add(New Rectangle(180, 80, 40, 40))
```

- Μια μεταβλητή της κλάσης Graphics της visual basic όπου μας βοηθά να σχεδιάσουμε τον γράφο (κορυφές και ακμές)

  ```
  Dim gr As Graphics = Me.CreateGraphics
  ```

Η κλάση Graphics περιέχει πολλές χρήσιμες μεθόδους, πολλές από τις οποίες χρησιμοποιούνται στην εφαρμογή.

Πίνακας 3 "Πίνακας Μεθόδων κλάσης Graphics "

Visual Basic	Visual Basic Equivalent
AutoRedraw property	New implementation. To persist graphics, put graphics methods in the **Paint** event.
Circle method	**DrawEllipse** method
ClipControls property	New implementation. The **ClipControls** property is no longer necessary.
Cls method	**Clear** method
CurrentX property	The *x* parameter of various graphics methods. For example, DrawRectangle(pen, *x*, y, width, height)
CurrentY property	The *y* parameter of various graphics methods. For example, **DrawRectangle** (pen, x, *y*, width, height)
DrawMode property	New implementation. The **DrawMode** property is no longer necessary.
DrawStyle property	**DashStyle** property
DrawWidth property	Width property
FillColor property	**SolidBrush** object
FillStyle property	**HatchBrush** object
HasDC property	New implementation. Device contexts are no longer necessary with GDI+.
HDC property	New implementation. Device contexts are no longer necessary with GDI+.
Image property	New implementation.
Line method	**DrawLine** method
PaintPicture method	**DrawImage** method
Point method	No direct equivalent. For bitmaps, use **Bitmap.GetPixel**. For forms or controls, use the BackColor property.
Print method	**DrawString** method
Pset method	**DrawEllipse**, **FillEllipse** methods
TextHeight, **TextWidth** properties	**MeasureString** method

- Οι κορυφές του γράφου (οι συντεταγμένες του κύκλου καθώς κάθε κορυφή παριστάνεται με κύκλο) αποθηκεύονται σε μια global λίστα που περιέχει όλες τις συντεταγμένες.

```
Dim CirclesX As New List(Of Int32)(50)
        Dim CirclesY As New List(Of Int32)(50)
```

Οι λίστες CirclesX και CirclesY περιέχουν τις συντεταγμένες των κορυφών ενώ οι λίστες MapX και MapY περιέχουν τις συντεταγμένες των χωρών στον χάρτη.

```
Dim MapX As New List(Of Int32)(50)
Dim MapY As New List(Of Int32)(50)
```

- Μια global integer μεταβλητή Ccounter όπου μετράει τις κορυφές
- Κάποιες σημαίες που βοηθούν στην ομαλή λειτουργία του της εφαρμογής

```
Dim flag As Boolean = True
Dim Cflag As Boolean = False 'coloring flag
Dim Lflag As Boolean = False 'loading flag
Dim Dflag As Boolean = False 'drawing flag
```

- Επίσης βασικοί πινάκες που χρησιμοποιούνται είναι οι εξής:

```
Dim vc() As Integer
```

Οπου vc(vertex color) είναι ο integer πίνακας οπου αποθηκεύονται τα χρώματα που έχουν ανατεθεί στις κορυφές του γράφου κωδικοποιημένα

Πχ

1 -> μπλε (blue)

2 -> πράσινο (green)

3 -> κόκκινο (red)

4 -> κίτρινο (yellow)

5 -> ροζ (pink)

Και οι πινάκες των χρωμάτων όπου περιέχουν τα χρώματα

```
Dim colors3 = New Brush() {Brushes.Blue, Brushes.Green, Brushes.Red}

Dim colors4 = New Brush() {Brushes.Blue, Brushes.Green, Brushes.Red, Brushes.Yellow}
Dim colors5 = New Brush() {Brushes.Blue, Brushes.Green, Brushes.Red, Brushes.Yellow, Brushes.Pink}
```

- Η συνάρτηση που υλοποιει το χρωματισμο του χαρτη ειναι:

```
Sub MapColoring(ByVal ii As Integer, ByVal y As Integer)
        Dim TempBmp As New Bitmap(PictureBox1.Image.Size.Width, PictureBox1.Image.Size.Height)
      TempBmp = PictureBox1.Image
      TempBmp.GetPixel(0, 0)
      PictureBox1.Image = TempBmp
      SafeFloodFill(TempBmp, MapX(ii), MapY(ii), C3(y))
End Sub
```

Η συνάρτηση αυτή καλεί την μέθοδο SafeFloodFill() όπου ουσιαστικά γίνεται ο χρωματισμός του χάρτη με βάση τις συντεταγμένες. Κάθε χώρα του χάρτη εχει αποθηκευμένες με την φόρτωση της εφαρμογής κάποιες συντεταγμένες σε μια λίστα.

```
Dim MapX As New List(Of Int32)(50)
Dim MapY As New List(Of Int32)(50)
```

Η μέθοδος SafeFloodFill() λειτουργεί ως εξής. Ουσιαστικά εκτελεί μια «πλημμύρα» σε τέσσερις δρόμους(πάνω , κάτω , δεξιά, αριστερά) δηλαδη παιρνει ένα pixel με την μεθοδο GetPixel και ελεγχει τι χρωμα είναι και το χρωματιζει καθως και το από πανω του ,το κατω του , το δεξιο του και το αριστερο του. Έπειτα συνεχίζει τις «πλημμύρες» αυτές οσο κρινει ότι τα pixel εχουν το ιδιο χρώμα με το αρχικο pixel.

Λειτουργια: Δημιουργεί μια στοίβα για να κρατήσει τα σημεία που θα είναι χρωματισμένα (LIFO δομή δεδομένων) . Στη συνέχεια, εφ 'όσον η στοίβα δεν είναι κενή, το πρόγραμμα αφαιρεί το πιο πρόσφατο στοιχείο και καλεί την υπορουτίνα SafeCheckPoint για να ελέγξει τους γείτονές της που είναι πάνω, κάτω, και στις δύο πλευρές του .

Η Υπορουτίνα SafeCheckPoint (Codeproject.com) κάνει ελέγχους για το χρώμα σε ένα σημείο . Αν το χρώμα από αυτό το σημείο ταιριάζει με το χρώμα από το αρχικό σημείο η ρουτίνα προσθέτει το δείκτη του ποντικιού στη στοίβα και της δίνει το χρώμα των πλημμυρών.

Ο κώδικας της μεθόδου SafeFloodFill() ειναι:

```
' Flood fill the point.
   Public Sub SafeFloodFill(ByVal bm As Bitmap, ByVal x As Integer, ByVal y As Integer, ByVal new_color As Color)
      ' Get the old and new colors.
      Dim old_color As Color = bm.GetPixel(x, y)
      ' to protect the code in case the start pixel
      ' has the same color as the fill color.
      If old_color.ToArgb <> new_color.ToArgb Then
         ' Start with the original point in the stack.
         Dim pts As New Stack(1000)
         pts.Push(New Point(x, y))
         bm.SetPixel(x, y, new_color)

         ' While the stack is not empty, process a point.
         Do While pts.Count > 0
            Dim pt As Point = DirectCast(pts.Pop(), Point)
            If pt.X > 0 Then SafeCheckPoint(bm, pts, pt.X - 1, pt.Y, old_color, new_color)
            If pt.Y > 0 Then SafeCheckPoint(bm, pts, pt.X, pt.Y - 1, old_color, new_color)
            If pt.X < bm.Width - 1 Then SafeCheckPoint(bm, pts, pt.X + 1, pt.Y, old_color, new_color)
```

```
            If pt.Y < bm.Height - 1 Then SafeCheckPoint(bm, pts, pt.X, pt.Y + 1, old_color, new_color)
         Loop
      End If
   End Sub
```

Ο κώδικας της υπορουτίνας SafeCheckPoint () ειναι:

```
' See if this point should be added to the stack.
   Private Sub SafeCheckPoint(ByVal bm As Bitmap, ByVal pts As _
      Stack, ByVal x As Integer, ByVal y As Integer, ByVal _
      old_color As Color, ByVal new_color As Color)
      Dim clr As Color = bm.GetPixel(x, y)
      If clr.Equals(old_color) Then
         pts.Push(New Point(x, y))
         bm.SetPixel(x, y, new_color)
      End If
   End Sub
```

5.3 ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΥ

- **ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΥ 1 (WWW.AEPP.EDU.GR)**

```
Αλγόριθμος Χρωματισμός_Χάρτη
Δεδομένα // Χ, Γ, Ν //

!Χ είναι ένας πίνακας 4 θέσεων στον οποίο καταχωρούνται τα χρώματα π.χ. Χ[1] <- ‘Κόκκινο’ κ.ο.κ
!Γ είναι ένας δισδιάστατος πίνακας ΝxΝ στον οποίο καταχωρούνται λογικές τιμές σχετικά με το αν δύο περιοχές είναι γειτονικές.
!Ν είναι ο αριθμός των περιοχών
!ΧΠ είναι ο πίνακας που καταχωρεί το χρώμα κάθε περιοχής.

!Αρχικά καμία περιοχή δεν είναι χρωματισμένη.
Για i από 1 μέχρι Ν
          ΧΠ[i] <- 0
Τέλος_επανάληψης

Για i από 1 μέχρι Ν
          Για k από 1 μέχρι 4
                    !Υποψήφιο χρώμα για την περιοχή
                    ΥΧΠ[k] <- ΑΛΗΘΗΣ
          Τέλος_επανάληψης

          Για j από 1 μέχρι Ν
                    Αν (i <> j) ΚΑΙ Γ[i, j] = ΑΛΗΘΗΣ ΚΑΙ ΧΠ[j] <> 0 τότε
                              ΥΧΠ[ΧΠ[j]] <- ΨΕΥΔΗΣ
                    Τέλος_αν
          Τέλος_επανάληψης
```

```
        βρέθηκε <- ΨΕΥΔΗΣ
        k <- 1
        Όσο k <= 4 ΚΑΙ βρέθηκε = ΨΕΥΔΗΣ επανάλαβε
                Αν ΥΧΠ[k] = ΑΛΗΘΗΣ τότε
                        ΧΠ[i] <- k
                        βρέθηκε <- ΑΛΗΘΗΣ
                        Εμφάνισε "Στην περιοχή ", i, "τοποθετήθηκε το χρώμα ",
      Χ[k]
                Αλλιώς
                        k <- k + 1
                Τέλος_αν
        Τέλος_επανάληψης

        Αν (ΟΧΙ(βρέθηκε)) τότε
                Εμφάνισε "Αδυναμία καταχώρησης χρώματος στην περιοχή ", i
        Τέλος_αν

Τέλος_επανάληψης
Τέλος Χρωματισμός_Χάρτη
```

Ο παραπάνω αλγόριθμος παίρνει ως ορίσματα έναν πίνακα τεσσάρων θέσεων, όπου καταχωρούνται τα τέσσερα χρώματα, έναν δισδιάστατο πίνακα N*N όπου καταχωρούνται αν δύο περιοχές είναι γειτονικές και δύο μεταβλητές όπου αποθηκεύονται το χρώμα κάθε περιοχής και ο αριθμός των περιοχών. Ύστερα από τροποποίηση για να δουλεύει στην εφαρμογή και γραμμένος στην visual basic έχουμε τον εξής κώδικα.

```
Dim n As Integer = Ccounter
    Dim xp(Ccounter) As Integer
    Dim yxp(Ccounter) As Boolean

    For i As Integer = 0 To Ccounter - 1
      xp(i) = 0
    Next

    For i As Integer = 0 To Ccounter - 1
      For k As Integer = 1 To Ccounter
        yxp(k) = True
      Next

      For j As Integer = 0 To Ccounter - 1
        If i <> j And Union(i, j) = 1 And xp(j) <> 0 Then
          yxp(xp(j)) = False
        End If
      Next

      Dim vrethike As Boolean = False
      Dim kk As Integer = 0
```

```
        While kk <= 10 And vrethike = False
            If yxp(kk) = True Then
                xp(i) = kk
                vrethike = True
                TextBox3.Text = TextBox3.Text & i + 1 & " komvos --> " & kcolors(kk)
                TextBox3.Text = TextBox3.Text & vbCrLf
                xx(i) = kcolors(kk)
            Else
                kk = kk + 1
            End If
        End While
    Next
    k_results()
```

- **ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ ΧΡΩΜΑΤΙΣΜΟΥ 2**

Δεδομένα // Ccounter, Union(i,j), CRectangle(ι), y, a[] //

!Ccounter είναι ο μετρητής των κορυφών
!Union(i,j) είναι ο δισδιάστατος πίνακας όπου αποθηκεύεται αν 2 κορυφές είναι γειτονικές
!CRectangle(ι) είναι η κάθε κορυφή
!y είναι ένας μετρητής για τα χρώματα
!a[] είναι ο πίνακας χρωμάτων
!Αρχικά καμία περιοχή δεν είναι χρωματισμένη.

Για ι από 1 μέχρι Ccounter

Δώσε σε όλες τις κορυφές το πρώτο χρώμα του πίνακα χρωμάτων

Τέλος_Επανάληψης

Όσο δεν είναι αποδεκτή η λύση

Για ι από 1 μέχρι Ccounter -1

Για j από 1 μέχρι Ccounter -1

Αν συνορευουν δυο κορυφες **Και** έχουν το ίδιο χρωμα
Δώσε στην κορυφη j το επόμενο χρώμα από τον πίνακα των χρωμάτων και έλεγξε αν είναι αποδεκτή λύση
Τέλος_αν

Αν είναι αποδεκτη λυση **Τότε**

Έξοδος και εμφάνιση αποτελεσμάτων

Τέλος_αν

```
                y=y+1 πάρε το επόμενο χρώμα για έλεγχο
            Τέλος_Επανάληψης
        Τέλος_Επανάληψης
Τέλος_Επανάληψης
```

Η υλοποίηση του παραπάνω αλγορίθμου είναι η εξής:

```
Sub coloring(ByVal a(), ByVal cl) 'παράμετροι πίνακας χρωμάτων a() και integer μεταβλητή μετρητή χρωμάτων
    gr = PictureBox2.CreateGraphics   'εφέ χρωματισμού

    Try
      Dim RedPen As New Drawing.Pen(Color.Red, 3) 'εφέ χρωματισμού
      ReDim Preserve vc(Ccounter - 1) 'μηδενσμός και αρχικοποιηση του πίνακα χρωμάτων
      links = 0 'μεδενισμός μετρητή συνδέδεων
      y = 0 'μηδενισμός μεταβλητής χρώματος
      '1)
      For i As Integer = 0 To Ccounter - 1
        gr.FillEllipse(a(y), CRectangles(i)) 'κάνε όλα ένα χρώμα
        vc(i) = 0 'θέσε πρώτο χρώμα
        MapColoring(i, y) 'κάλεσε την συνάρτηση χρωματισμού χάρτη
      Next
      '2)
      While Cflag = False 'όσο η σημαία χρωματισμού είναι fasle
        BestColoring() 'έλεγχος αν η λύση είναι αποδεκτή
        For i As Integer = 0 To Ccounter - 1
          For ii As Integer = 0 To Ccounter - 1
            If y = cl - 1 Then 'μηδενισμός μετρητή χρώματος
              y = -1
            End If
            If Union(i, ii) = 1 And vc(i) = vc(ii) Then 'αν συνδέονται οι κορυφές
               gr.DrawLine(RedPen, CirclesX(i), CirclesY(i), CirclesX(ii), CirclesY(ii)) 'εφέ χρωματισμού
              gr.FillEllipse(a(y + 1), CRectangles(ii)) 'εφέ χρωματισμού
              k = y + 1
              MapColoring(ii, k) 'κάλεσε την συνάρτηση χρωματισμού χάρτη
              vc(ii) = y + 1'θέσε επόμενο χρώμα
              BestColoring()'έλεγχος αν η λύση είναι αποδεκτή
              If Cflag = True Then'αν η σημαία χρωματισμού είναι true
                MsgBox("Coloring OK!")
                Info()
                Exit Sub'έξοδος από συνάρτηση
              End If
            End If
          Next
          If y = cl - 1 Then'μηδενισμός μετρητή χρώματος
            y = -1
          End If
```

```
          y = y + 1
        Next
      End While
    Catch
      MsgBox("Draw Graph and Load n*n table First")
    End Try
  End Sub
```

Η συνάρτηση coloring παίρνει σας ορίσματα έναν πίνακα a() ο οποίος αντιστοιχεί σε έναν πίνακα χρωμάτων (colors3() , colors4() , colors5()) , και μια integer μεταβλητή cl όπου βοηθά στο χρωματισμό των γράφων.

Η συνάρτηση γενικά αποτελείται από 2 βήματα.

1. Στο πρώτο δίνει σε όλες τις κορυφές το πρώτο χρώμα του πίνακα των χρωμάτων.

Αυτό γίνεται γιατί η συνάρτηση coloring στηρίζεται σε μια άλλη συνάρτηση την BestColoring() για να βρει την πρώτη τέλεια λύση όπου δηλαδή όλες οι κορυφές έχουν χρωματιστεί και 2 γειτονικές κορυφές δεν έχουν το ίδιο χρώμα.

```
Sub BestColoring()
    Cflag = True 'σημαία χρωματισμού
    For i As Integer = 0 To Ccounter - 1
      For j As Integer = 0 To Ccounter - 1
        If Union(i, j) = 1 And vc(i) = vc(j) Then 'αν υπάρχουν παρακείμενες κορυφές με ίδιο χρώμα κάνε την σημαία χρωματισμού false
          Cflag = False
        End If
      Next
    Next
  End Sub
```

Στο δεύτερο βήμα ,το ποιο σημαντικό, που χρωματίζει τις κορυφές ανάλογα,

Ελέγχει μια προς μια σειριακά από την αρχή τις κορυφές του γράφου που γειτονεύουν και έχουν το ίδιο χρώμα και τους δίνει το επόμενο διαθέσιμο χρώμα.

```
If Union(i, ii) = 1 And vc(i) = vc(ii) Then
      gr.FillEllipse(a(y + 1), CRectangles(ii))
    k = y + 1
    MapColoring(ii, k)
    vc(ii) = y + 1
    BestColoring()
End If
```

5.4 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ

Και οι δύο αλγόριθμοι ανήκουν στην κατηγορία των σειριακών άπληστων αλγόριθμων. Δηλαδή η δομή τους είναι απλή, προχωρούν στο επόμενο βήμα αν η λύση στο σημείο εκείνο φαίνεται να είναι σωστή, και αν οι κορυφές εξεταστούν με διαφορετική σειρά μπορεί να προκύψουν διαφορετικά αποτελέσματα.

Τα πλεονεκτήματα του πρώτου αλγόριθμου χρωματισμού (aepp.edu.gr) έναντι του δευτέρου είναι ότι ο πρώτος αλγόριθμος είναι πιο γρήγορος και πιο ουσιαστικός, καθώς η λύση που θα βρει τις περισσότερες φορές, όταν ο χάρτης έχει πολλές κορυφές, είναι καλύτερη από την λύση του δευτέρου αλγορίθμου ,ο οποίος όταν βρει την πρώτη αποδεκτή λύση σταματά χωρίς να τον ενδιαφέρει αν είναι η καλύτερη.

Η μεγαλύτερη ταχύτητα του πρώτου αλγορίθμου οφείλεται στο ότι χρησιμοποιεί απλούς και κυρίως μονοδιάστατους πίνακες και απλούς βρόγχους για τον έλεγχο του χρωματισμού των κορυφών, ενώ δεύτερος αλγόριθμος αποτελείται από πολύπλοκους βρόγχους, εμφωλευμένες δομές επανάληψης while, for, if και επίσης πραγματοποιεί πολλούς και συχνούς ελέγχους για να βρει την πρώτη αποδεκτή λύση.

Τέλος ο δεύτερος αλγόριθμος καταναλώνει περισσότερους πόρους. Εκτός από περισσότερη υπολογιστική μνήμη, λόγο κυρίως των παραπάνω (πίνακες μεταβλητές, επαναληπτικές δομές), και περισσότερη επεξεργαστική δύναμη, λόγο γραφικών και εφέ που προσθέτει κατά την διάρκεια της αναζήτησης της λύσης του προβλήματος και την ταυτόχρονη εμφάνιση των αποτελεσμάτων κάθε φορά.

ΕΠΙΛΟΓΟΣ

Αφού αναπτύχθηκαν τα βασικά σημεία του κώδικα και μελετήθηκαν οι δυο προσεγγιστικοί αλγόριθμοι που χρησιμοποιούνται στην πτυχιακή εργασία και συγκριθήκαν οι επιδόσεις τους, στο επόμενο κεφάλαιο θα αναφερθώ στο γραφικό περιβάλλον της εφαρμογής, κάνοντας αναφορά στις φόρμες και τα περιεχόμενα τους

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6 ΓΡΑΦΙΚΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ

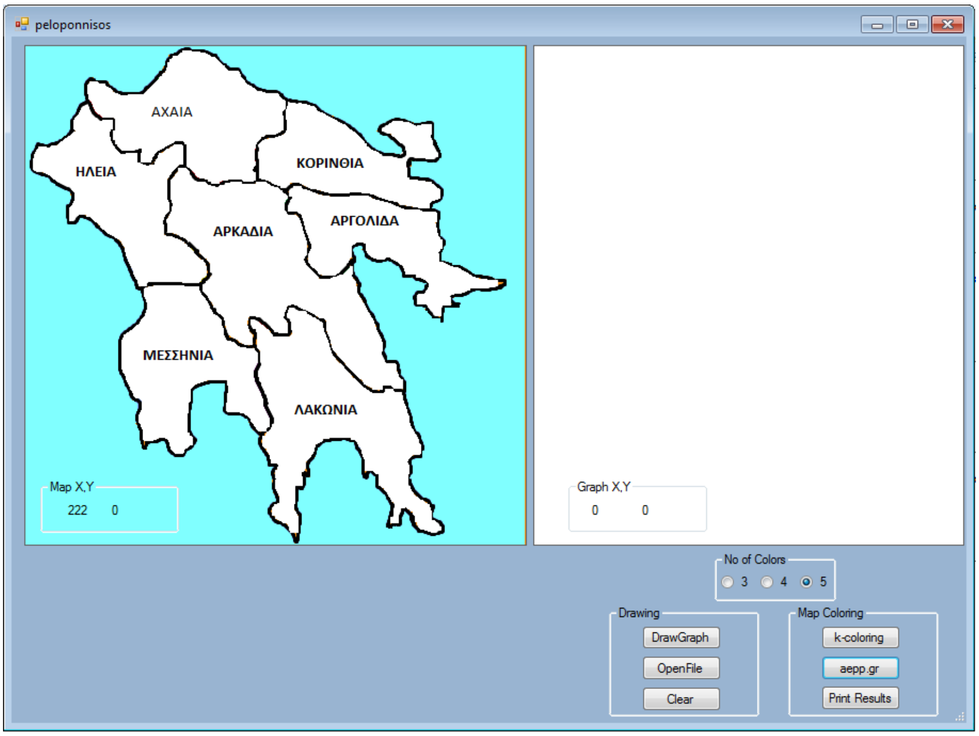
ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Στον τομέα του γραφικού περιβάλλοντος έχουμε 4 φόρμες. Μία , την αρχική που περιέχει τα βήματα για την εκτέλεση της εφαρμογής και το μενού με τα κουμπιά μετάβασης στις υπόλοιπες φόρμες και την έξοδο, και τις υπόλοιπες τρεις μια για κάθε χάρτη (Πελοπόννησο, Νότια Αμερική, Ευρώπη)

6.1 ΦΟΡΜΕΣ

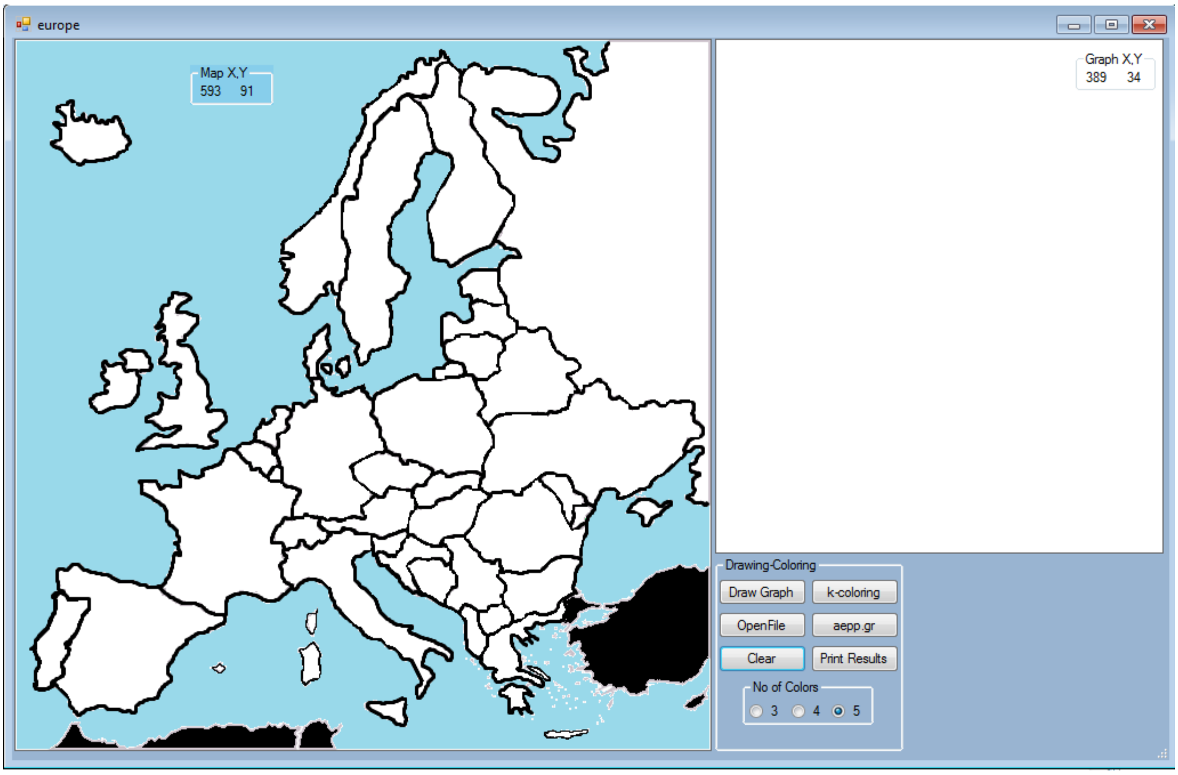
Όλες οι φόρμες χρωματισμού χαρτών έχουν τα εξής:

- 2 pictureBox. Ένα pictureBox για τον χάρτη και ένα picturebox για τον σχεδιασμό και χρωματισμό του γράφου
- 6 buttons (κουμπιά). Ένα για την σχεδίαση του γράφου (DrawGraph), ένα για τη φόρτωση του πίνακα n*n (OpenFile) , ένα για τον καθαρισμό και την αρχικοποίηση των μεταβλητών αλλά και των textbox και pictureBox (Clear), δύο κουμπιά για τον χρωματισμό του γράφου και του χάρτη και τέλος ένα κουμπί που τυπώνει σε ένα text αρχείο τις πληροφορίες και τα αποτελέσματα του αλγορίθμου.
- 1 radioBox. Το radioBox περιέχει τρεις επιλογές, ανάλογα με πόσα χρώματα (k) θέλουμε να τρέξει ο αλγόριθμος χρωματισμού (3,4,5 χρώματα).



Εικόνα 22 "Φόρμα Πελοποννήσου "

Εικόνα 23 "Φόρμα Νοτίου Αμερικής "



Εικόνα 24 "Φόρμα Ευρώπης "

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7 ΠΕΡΑΙΤΕΡΩ ΘΕΜΑΤΑ ΠΤΥΧΙΑΚΗΣ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

7.1 ΜΕΛΛΟΝΤΙΚΕΣ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Η εφαρμογή θα μπορούσε να αναπτυχθεί περαιτέρω σε μερικά θέματα.

- Σαν είσοδο η εφαρμογή θα μπορούσε να δεχόταν οποιοδήποτε πολιτικό χάρτη και να τον χρωματίζει ανάλογα. Μοναδικός περιορισμός θα ήταν να δίνεται και ο πίνακας συνδέσεων των κορυφών N*N, ή ένα text αρχείο με τις συνδέσεις των κορυφών στην μορφή 2-3 (η δεύτερη κορυφή είναι παρακείμενη την τρίτης ή η δεύτερη χώρα είναι γειτονική της τρίτης)

- Θα μπορούσε να δημιουργήσει ο χρήστης, σε μια ειδική φόρμα, οποιοδήποτε γράφο θέλει, (κορυφές και ακμές) και να τον χρωματίζει η εφαρμογή. Η εφαρμογή θα κατασκεύαζε και θα αποθήκευε από μόνη της τον πίνακα συνδέσεων N*N κατά της σχεδίασης του γράφου από τον χρήστη.

- Ο χρήστης να έχει την δυνατότητα να διαλέγει οποιοδήποτε χάρτη και να επιλέγει αυτός ποιες χώρες θέλει να περιλαμβάνει ο γράφος απλά, κάνοντας κλικ πάνω στις χώρες του χάρτη και η εφαρμογή να κρατεί τις συντεταγμένες τις χώρας και να δημιουργεί απευθείας και δυναμικά τον αντίστοιχο πίνακα και γράφο τον οποίο θα χρωματίζει μαζί με τον χάρτη.

- Επίσης μια άλλη λειτουργία της εφαρμογής θα μπορούσε να είναι να δίνεται η δυνατότητα στον χρήστη να ζωγραφίζει μόνος του τον χάρτη.

  Μερικές από τις παραπάνω λειτουργίες έχουν ήδη υλοποιηθεί αλλά δεν περιλαμβάνονται στην εφαρμογή.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

I . Vlahavas , P . Kefalas , N . Bassiliades , F . Kokkoras , I. Sakellariou. Artificial Intelligence - 3rd, Publisher: University of Macedonia Press / Greece, 2011.

Michael Halvorson Visual Basic 2008

http://msdn.microsoft.com

http://en.wikipedia.org

http://www.aepp.edu.gr/

http://www.bobpowell.net

http://www.slidefinder.net/

http://www.codeproject.com

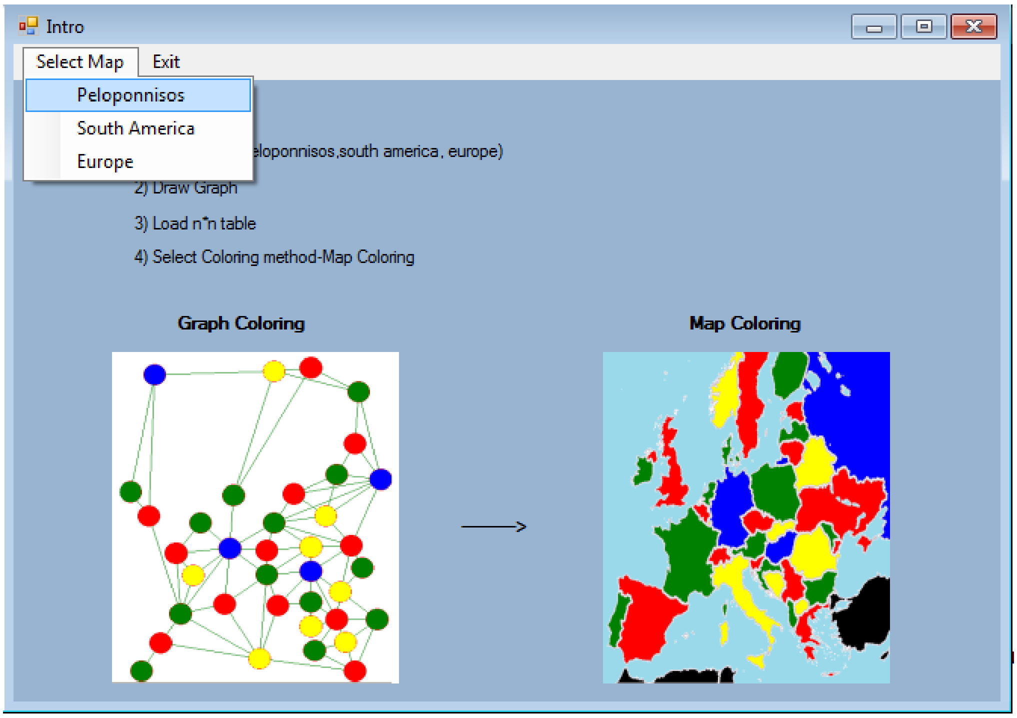
http://delab.csd.auth.gr/

http://www.vb-hper.com

http://www.cs.uoi.gr/

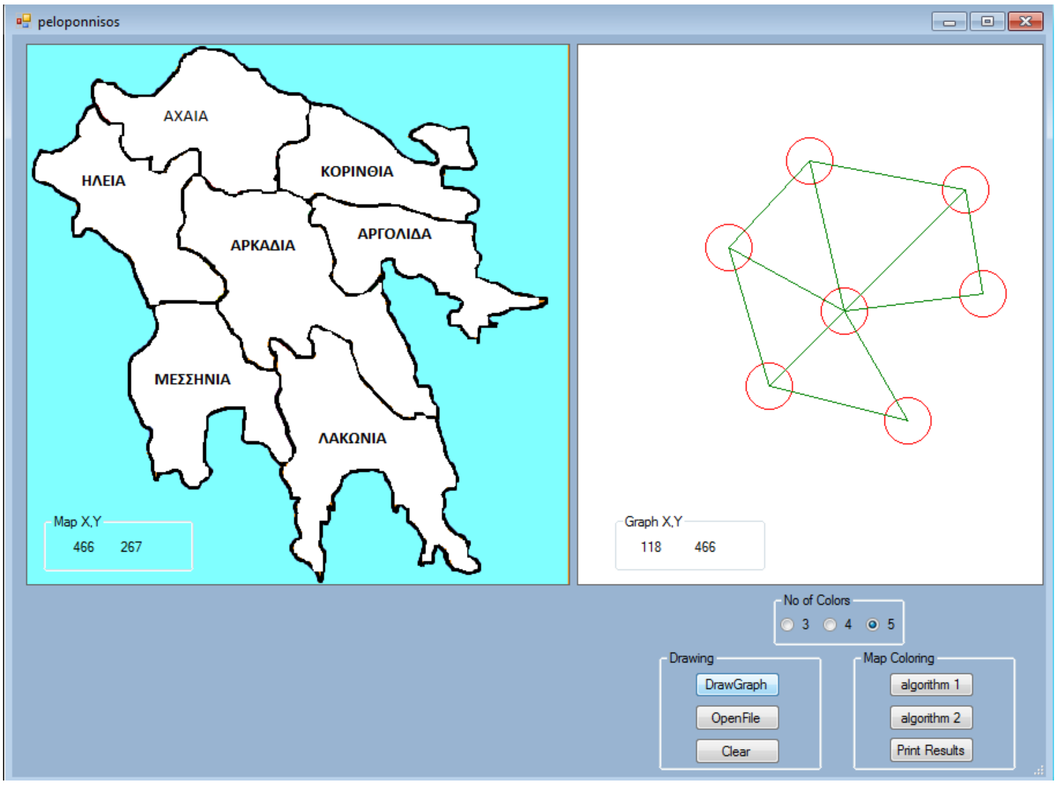
ΟΔΗΓΟΣ ΧΡΗΣΗΣ ΛΟΓΙΣΜΙΚΟΥ

- Βήματα εκτέλεσης εφαρμογης(4 βήματα)
  1. Επιλογή χάρτη (Πελοπόννησος , νότιος Αμερική και Ευρώπη) από το μενού Select Map

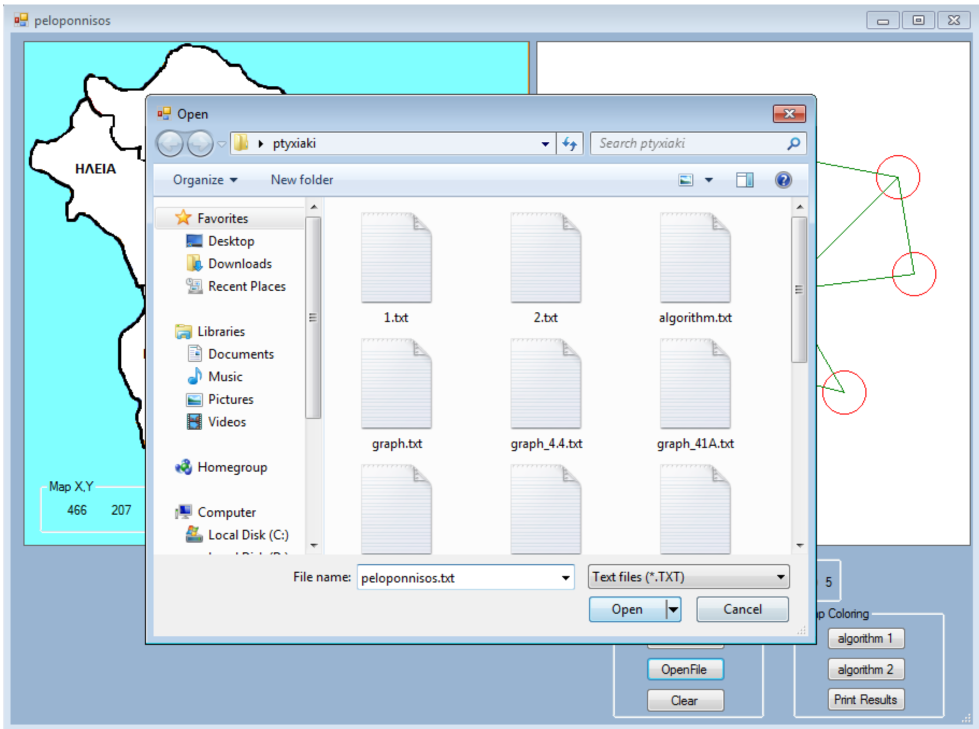


Εικόνα 25 "Βήμα 1 "

  2. Σχεδίαση γράφου πατώντας το κουμπί DrawGraph.

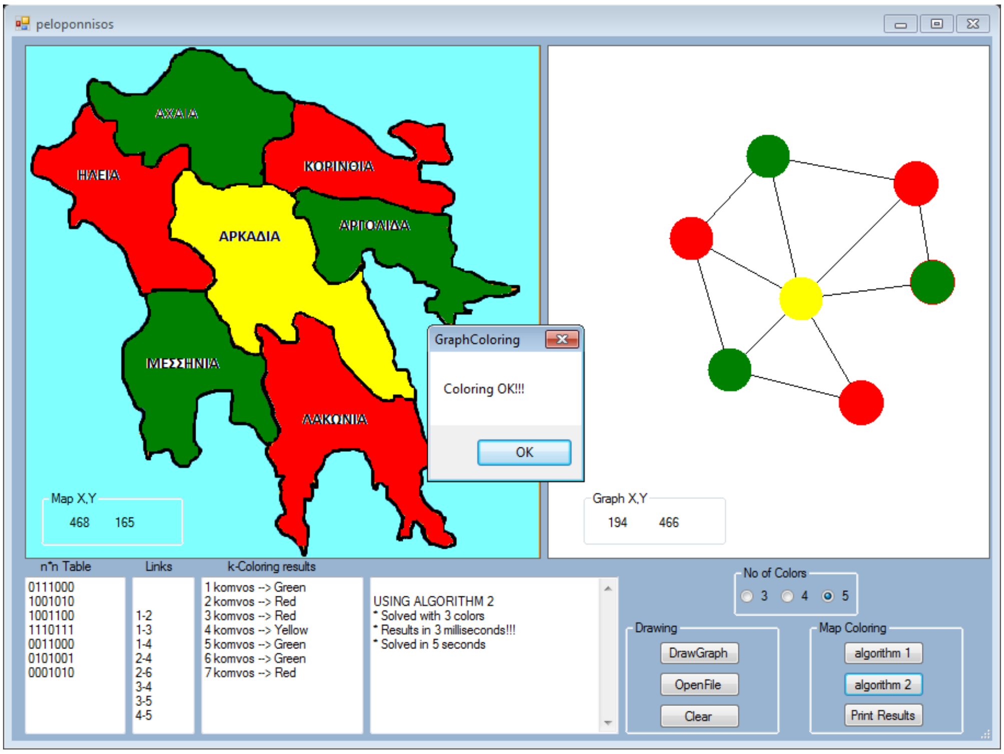


3. Φόρτωση πίνακα n*n με τις ακμές του γράφου πατώντας το κουμπί OpenFile

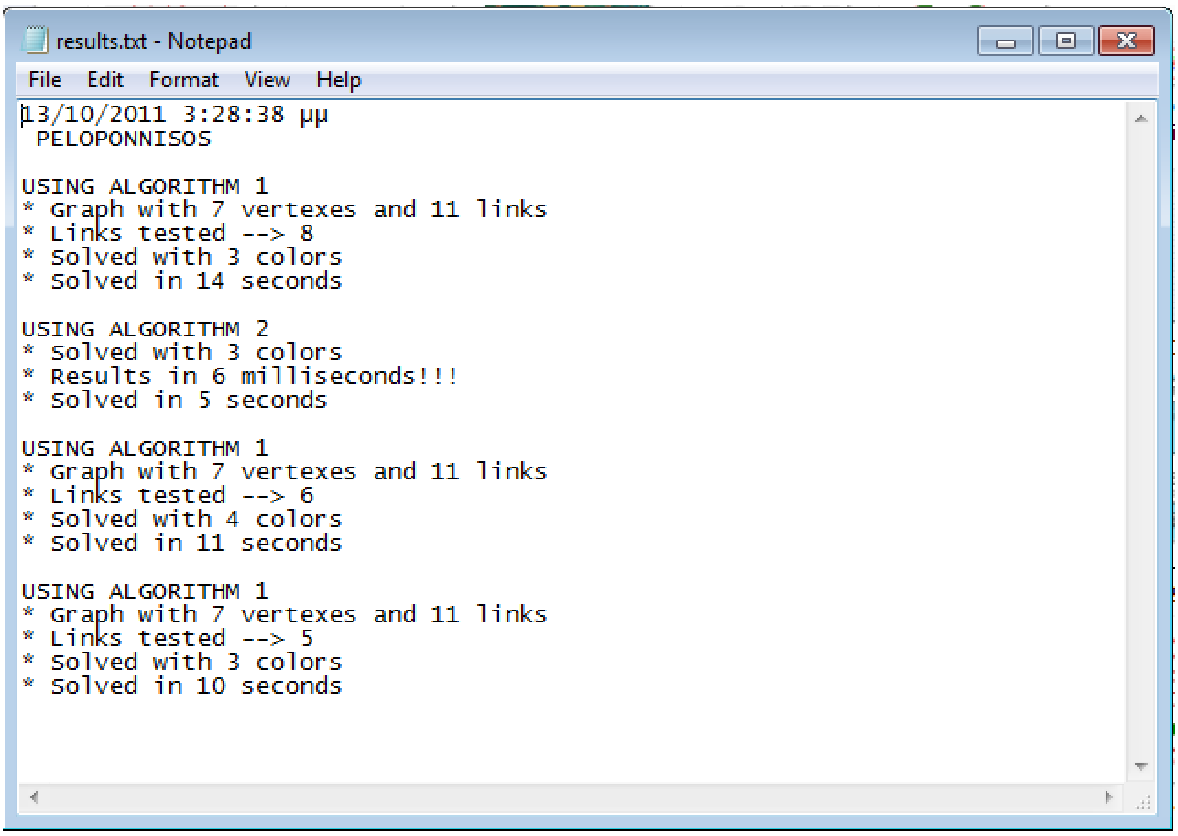


Εικόνα 27 "Βήμα 3 "

4. Επιλογή τρόπου χρωματισμού και χρωματισμός γράφου και χάρτη ταυτόχρονα πατώντας ένα από τα κουμπιά των αλγορίθμων Algorithm1, Algorithm2, εφόσον έχουμε τσεκάρει το radio box επιλέγοντας το νούμερο των χρωμάτων που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε.



5. Εμφάνιση και αποθήκευση αποτελεσμάτων με το κουμπί Print Results όπου αποθηκεύονται σε ένα txt αρχείο τα αποτελέσματα του χρωματισμού του γράφου με τον κάθε αλγόριθμο καθώς και η εικόνα του χρωματισμένου χάρτη σε μορφή bmp.




```
13/10/2011 3:28:38 μμ
 PELOPONNISOS

USING ALGORITHM 1
* Graph with 7 vertexes and 11 links
* Links tested --> 8
* Solved with 3 colors
* Solved in 14 seconds

USING ALGORITHM 2
* Solved with 3 colors
* Results in 6 milliseconds!!!
* Solved in 5 seconds

USING ALGORITHM 1
* Graph with 7 vertexes and 11 links
* Links tested --> 6
* Solved with 4 colors
* Solved in 11 seconds

USING ALGORITHM 1
* Graph with 7 vertexes and 11 links
* Links tested --> 5
* Solved with 3 colors
* Solved in 10 seconds
```

Εικόνα 29 "Βήμα 1 "