ΑΛΕΞΑΝΔΡΕΙΟ Τ.Ε.Ι. ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ

ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ

ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

Πτυχιακή εργασία

«ΜΕΛΕΤΗ ΚΑΙ ΧΑΡΤΟΓΡΑΦΗΣΗ ΔΙΚΤΥΩΝ ΦΟΡΕΩΝ ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ»

(Social Network Analysis)

Των φοιτητών
Μπίτου Αλέξανδρου (Α.Μ: 032326)
Σκριμπώνη Ευάγγελου (Α.Μ: 032312)

Επιβλέπων καθηγητής
Σιάκα Κέρστιν

Θεσσαλονίκη 2013

Περίληψη

Η παρούσα εργασία με θέμα «Μελέτη και χαρτογράφηση δικτύων φορέων επιχειρηματικότητας», έχει ως στόχο την οπτική αναπαράσταση των κοινωνικών δικτύων που σχηματίζουν διάφοροι φορείς επιχειρηματικότητας συνεργαζόμενοι με μια συγκεκριμένη δομή του Αλεξανδρείου Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Θεσσαλονίκης (Α.Τ.Ε.Ι-Θ), τη Μονάδα Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας (Μ.Κ.Ε). Πιο αναλυτικά, μέσω κατάλληλων ερωτηματολογίων και συνεντεύξεων, πραγματοποιείται η συλλογή ποιοτικών και ποσοτικών δεδομένων που προέρχονται από την συνεργασία της Μ.Κ.Ε με διάφορους πιστοποιημένους φορείς απασχόλησης. Εν συνεχεία, με την χρήση του UCINET, ενός αναγνωρισμένου επιστημονικού εργαλείου για την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων, πετυχαίνεται η κατάλληλη επεξεργασία των παραπάνω δεδομένων. Εν κατακλείδι, μέσω της παραπάνω διαδικασίας επιτυγχάνεται η εξαγωγή των τελικών διαγραμμάτων τα οποία αποδίδουν μία πληρέστερη εικόνα των δραστηριοτήτων της Μ.Κ.Ε και μπορούν να αποτελέσουν οδηγό για την καλύτερη οργάνωση και υλοποίηση μελλοντικών δραστηριοτήτων καθώς και την ομαλή ένταξη των φοιτητών στην Επιχειρηματικότητα.

Abstract

The present thesis entitled "Study and mapping of carrier networks entrepreneurship", has as objective the visual representation of social networks which are composed by numerous carriers of entrepreneurship in co-operation with a specific department of Alexander Technological Educational Institute of Thessaloniki (A.T.E.I.-TH), the "Innovation and Entrepreneurship Unit" (I.E.U.). Specifically, via appropriate questionnaires and interviews is accomplished the collection of both qualitative and quantitatively data stemming from the co-operation of I.E.U with various certified occupation carriers. Additionally, with the usage of UCINET, which is a recognized scientific tool for the analysis of social networks, is achieved the suitable process of the data previously referred. In conclusion, the outcome of the process just described it is being depicted through the final diagrams which grant a thorough view of I.E.U. activities and they can be a guide for the amelioration of organization and realization of future activities, as well as, to facilitate the entrance of the students to the entrepreneurship.

Ευχαριστίες

Κάτα την ολοκλήρωση της πτυχιακής μας εργασίας θέλουμε να ευχαριστήσουμε την Δρ Κέρστιν Σιάκα ,καθηγήτρια του τμήματος πληροφορικής του ΑΤΕΙΘ που δέχτηκε την εποπτεία της πτυχιακής μας εργασίας διαθέτοντας τον χρόνο της και προσφέροντάς μας τις γνώσεις της.

Επίσης θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε το προσωπικό της Μονάδας Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας του ΑΤΕΙΘ και ιδιαίτερα τον κύριο Μπελίδη για την παρόχη πληροφοριών και στοιχείων απαραιτήτων για την περάτωση αυτής της πτυχιακής εργασίας

Περιεχόμενα

Πίνακας Εικόνων

Πίνακας Σχημάτων

Πίνακας Πινάκων

Πίνακας Διαγραμμάτων

Εισαγωγή

Με τον όρο δίκτυο αναφερόμαστε σε οποιοδήποτε αλληλοσυνδεόμενη ομάδα ή σύστημα.Στη καθημερινή μας ζωή συναντάμε ένα μεγάλο αριθμό τέτοιων δικτύων, μεταξύ των οποίων Δίκτυα επιχειρήσεων, Δίκτυα οικονομικά, Δίκτυα σεξουαλικά, Δίκτυα ξενοδοχείων, Δίκτυα κοινωνικά και πόλλα άλλα. Τα δίκτυα σαν έννοια ορίσθηκαν και αποτέλεσαν έναν από τους σημαντκότερους πυλώνες πάνω στους οποίους στηρίχθηκε και αναπτύχθηκε σχεδόν το σύνολο των κοινωνικών επιστημών κατά τη διάρκεια του εικοστού αιώνα. Ωστόσο κάποιες πρώτες αόριστες αναφορές γύρω από τα δίκτυα συναντώνται πολύ νωρίτερα. Μία εξ αυτών είναι και η διαπίστωση του Charles Cooley ενός διακεκριμένου Αμερικανού κοινωνιολόγου ο οποίος δήλωνε, σχεδόν έναν αιώνα πριν τον ορισμό και χρήση των δικτύων στην ανάλυση των κοινωνικών φαινομένων, ότι: <<ένα άτομο μπορεί να θεωρηθεί ως το σημείο τομής ενός αόριστου αριθμού γραμμών που αντιπροσωπεύουν τις κοινωνικές ομάδες>> (Cooley, [1902] 1964: 148), υποδεικνύωντας έτσι ότι η κοινωνία δεν είναι μόνο μια απλή άθροιση του συνόλου των ατόμων, αλλά θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψιν και οι σχέσεις που οι άνθρωποι δημιουργούν μεταξύ τους συλλογικά ή ατομικά. Η έννοια των κοινωνικών δικτύων και οι μέθοδοι ανάλυσής τους έχουν προσελκύσει το ιδιαίτερο ενδιαφέρον και την περιέργεια των ερευνητών στις κοινωνικές επιστήμες και τις επιστήμες συμπεριφοράς τις τελευταίες δεκαετίες. Το μεγαλύτερο μέρος αυτού του ενδιαφέροντος για την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων εστιάζεται στην κατανόηση των σχέσεων μεταξύ κοινωνικών οντοτήτων, καθώς και μορφωμάτων και επιπτώσεων που μπορεί να έχουν οι σχέσεις αυτές. Πολλοί ερευνητές αναγνωρίζουν ότι η προοπτική των δικτύων φέρνει μια νέα ώθηση στην απάντηση των κλασσικών ερευνητικών ερωτημάτων της κοινωνιολογίας και των επιστημών συμπεριφοράς, δίνοντας ακριβείς τυπικούς ορισμούς του πολιτικού, οικονομικού ή κοινωνικού δομικού περιβάλλοντος.

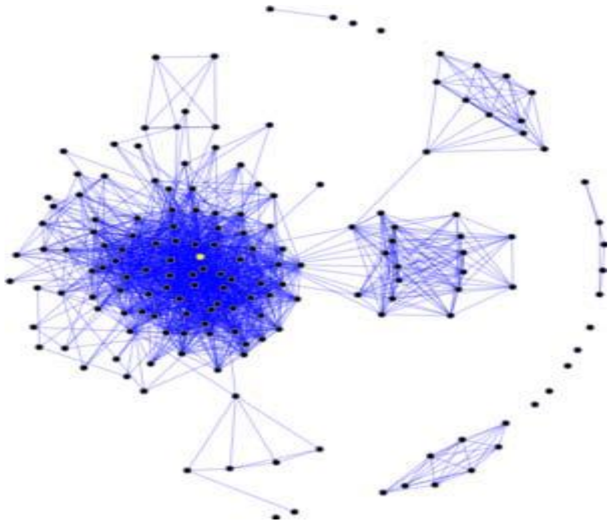
Από την μεριά της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων, το κοινωνικό περιβάλλον μπορεί να εκφραστεί μέσω μορφωμάτων ή κανονικοτήτων στις σχέσεις μεταξύ των αλληλεπιδρώντων κοινωνικών μονάδων. Ακολουθώντας τους Wasserman & Faust (1994, σελ 3), με τον όρο *δομή*, θα εννοούμε την εμφάνιση κανονικών μορφωμάτων στις σχέσεις. Επιπλέον, θα αναφερόμαστε στις μεταβλητές που μετρούν τη δομή σαν *δομικές μεταβλητές.* Από τα διάφορα παραδείγματα σχέσεων που μελετώνται στα πλαίσια της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων, αντιλαμβάνεται κανείς ότι υπάρχουν πολλών ειδών σχέσεις, όπως για παράδειγμα, οικονομικές, πολιτικές, αλληλεπιδραστικές, συναισθηματικές, συγγενικές κ.λ.π. Η εστίαση στις σχέσεις και τα μορφώματα των σχέσεων, απαιτούν ένα σύνολο μεθόδων κι αναλυτικών εννοιών, οι οποίες διαφέρουν χαρακτηριστικά από τις μεθόδους της κλασσικής στατιστικής και της ανάλυσης δεδομένων.

Σε αντίθεση με την ανάπτυξη που σημειώθηκε στις υπόλοιπες κοινωνικές επιστήμες, οι μέθοδοι στην ανάλυση των κοινωνικών δικτύων έχουν αναπτυχθεί μόλις τα τελευταία εξήντα (60) χρόνια συμβαδίζοντας έτσι με τη πρόοδο που επιτεύχθηκε στις κοινωνικές θεωρίες, την εμπειρική έρευνα, τα μαθηματικά και την στατιστική. Πολλά από τα βασικά δομικά μέτρα και έννοιες της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων παρήχθησαν από τη βαθιά γνώση των ερευνητών, που επεδίωκαν να περιγράψουν τα εμπειρικά φαινόμενα και παρακινούνταν από τις κεντρικές έννοιες της κοινωνικής θεωρίας. Επιπρόσθετα, αναπτύχθηκαν μέθοδοι για τον έλεγχο υποθέσεων σχετικών με δικτυακές δομικές ιδιότητες μέσα στο πλαίσιο της ουσιαστικής επιστημονικής έρευνας και κατασκευής μοντέλων. Το αποτέλεσμα αυτής της συμβιωτικής σχέσης μεταξύ θεωρίας και μεθοδολογίας είναι μια ισχυρή θεμελίωση των δικτυακών αναλυτικών τεχνικών αφενός πάνω στις εφαρμογές κι αφετέρου πάνω στη θεωρία.

1. Κοινωνικά Δίκτυα και Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων

1.1 Κοινωνικά Δίκτυα

Οι άνθρωποι χρησιμοποιούσαν την έννοια του «κοινωνικού δικτύου» αόριστα για πάνω από έναν αιώνα για να υποδηλώσουν πολύπλοκες σχέσεις μεταξύ μελών των κοινωνικών συστημάτων σε όλες τις κλίμακες, από τις διαπροσωπικές έως και τις διεθνείς. Η έννοια του *Κοινωνικού Δικτύου*, κατ' εξοχήν κοινωνική έννοια, αποτελεί κοινωνική δομή (Social Structure) που στη βασική της θεώρηση αποτελείται από *κόμβους* (Nodes) και *δεσμούς* (Ties) μεταξύ των κόμβων. Τα κοινωνικά δίκτυα παρέχουν την δυνατότητα για ένα σαφή τρόπο ανάλυσης της δομής του συνόλου των κοινωνικών μονάδων. Οι κόμβοι μπορεί να είναι άνθρωποι ή συλλογές-ομάδες(collectivities) ανθρώπων (όπως, οργανισμοί ή κράτη) και οι δεσμοί μπορεί να είναι κάθε είδους σχέσεις μεταξύ των κόμβων αλλά και κάθε είδους αλληλεξαρτήσεις. Τέτοιες αλληλεξαρτήσεις μπορεί να είναι κοινές αξίες, οράματα ή ιδέες, οικονομικές συναλλαγές, φιλίες, συγγένειες, αντιπάθειες, αντιπαραθέσεις, εμπορικές σχέσεις, διαδικτυακές διασυνδέσεις, σεξουαλικές σχέσεις, μεταφορά ασθενειών, ή ακόμα και αεροπορικές διαδρομές. Τα κοινωνικά δίκτυα αναπτύσσουν επίπεδα που ξεκινούν από τους διασυνδεδεμένους κόμβους του κεντρικού κόμβου και επεκτείνονται με τους διασυνδεδεμένους κόμβους των διασυνδεδεμένων κόμβων. Σε μια πιο απλή θεώρηση, το πρώτο επίπεδο αναφέρεται στη διασύνδεση ενός ατόμου με τους ομότιμούς του (όπως, οικογένεια, φίλοι, συνάδελφοι), ενώ το δεύτερο επίπεδο αναφέρεται στη διασύνδεση των ομότιμων του ατόμου με τους αντίστοιχους δικούς τους ομότιμους (οικογένεια της οικογένειας του ατόμου, φίλοι των φίλων του ατόμου, συνάδελφοι των συναδέλφων του ατόμου). Εν τέλει, το κοινωνικό δίκτυο αναπτύσσεται κι επεκτείνεται ενισχύοντας το κοινωνικό κεφάλαιο που συσσωρεύεται μεταξύ δεσμών και κόμβων.



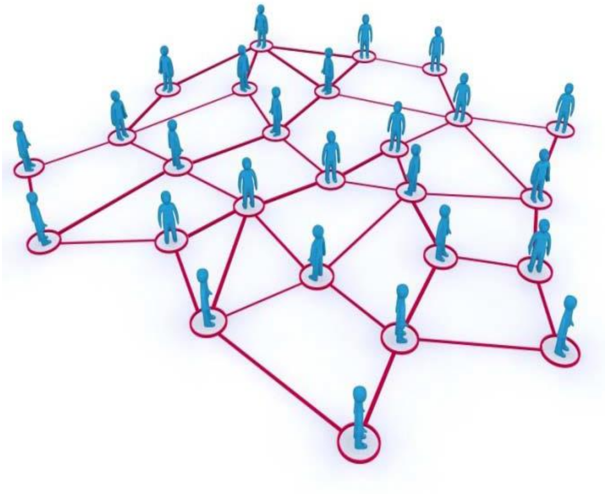
Εικόνα 1.1: Γραφική απεικόνιση ενός Κοινωνικου Δικτύου

Αν και η μελέτη των κοινωνικών δικτύων είναι ιδιαίτερα πολύπλοκη ειδικότερα όσο διευρύνεται το πλέγμα των σχέσεων και ο αριθμός των κόμβων, στην πιο απλή του αποτύπωση, ένα κοινωνικό δίκτυο μπορεί να αποτυπωθεί με τη χρήση ενός χάρτη (όπως φαίνεται και στην εικόνα 1.1) στον οποίο απεικονίζονται οι κόμβοι (σημεία) και οι δεσμοί (γραμμές, που συνδέουν τα σημεία). Για το λόγο αυτό χρησιμοποιείται η ανάλυση των κοινωνικών δικτύων που με βάση τοπικά αλλά και παγκόσμια πρότυπα, εντοπίζει τη ροή κοινωνικής πληροφορίας μεταξύ των οντοτήτων και γενικά εξετάζει την δυναμική του δικτύου. Η *Ανάλυση των Κοινωνικών Δικτύων* (Social Network Analysis) από θεωρητικής πλευράς σχετίζεται με τη *Θεωρία Δικτύων* (Network Theory), ενώ σαν εργαλείο εμφανίζεται για πρώτη φορά στο πλαίσιο της Κοινωνιολογικής Επιστήμης. Ωστόσο, τα Κοινωνικά Δίκτυα έλαβαν επιστημονικές διαστάσεις και σε άλλους τομείς όπως η Ανθρωπολογία, η Βιολογία, η Οικονομία, η Ψυχολογία, και γενικότερα η Μελέτη της Γνώσης και των Πληροφοριών, οι Επικοινωνίες και οι Οργανωτικές Δομές. Άλλωστε, κατά τον Wolfe (1978) η αντίληψη της «Δικτυακής Σκέψης» προέκυψε στην επιστήμη της Ανθρωπολογίας περί το 1953. Η Ανάλυση των Κοινωνικών Δικτύων, υποστηρίζει ο Wolfe, έγκειται στη μελέτη των Κόμβων και των σχέσεων που τους συνδέουν και μπορούν να μελετηθούν από διάφορες σκοπιές. Διάφορα άλλωστε είναι και τα επίπεδα στα οποία λειτουργούν τα Κοινωνικά Δίκτυα, από τις σχέσεις που περιγράφουν την οικογένεια μέχρι τη σύνθετη δομή ενός έθνους. Τα κοινωνικά δίκτυα μεταξύ άλλων, μπορούν να διαδραματίσουν κριτικό ρόλο στον καθορισμό του τρόπου με τον οποίο προβλήματα επιλύονται, οργανισμοί λειτουργούν, αλλά και στο βαθμό στον οποίο τα μέλη τους επιτυγχάνουν τους στόχους τους.

Στην πραγματικότητα, όλοι οι άνθρωποι αποτελούν μέρος ενός συνολικού Κοινωνικού Δικτύου, συνολικού με την έννοια της οικουμενικότητας. Η διαφοροποίηση ξεκινά από τη δραστηριοποίηση των ανθρώπων σε μικρότερα δίκτυα που χαρακτηρίζονται από στενότερους δεσμούς. Σε αυτή τη βάση, περί το 1934, ο ψυχολόγος Dr. Jacob Levi Moreno, εισήγαγε σε μια πρώτη προσπάθεια αποτύπωσης των σχέσεων μεταξύ ενός δικτύου οντοτήτων (ατόμων), την έννοια του κοινωνιογράμματος (sociogram). Βάσει αυτής προέκυψε και η πρώτη διαγραμματική αποτύπωση της απλής γραμμικής διασύνδεσης κόμβων. Τελικώς, η έννοια «Κοινωνικό Δίκτυο» προέκυψε αργότερα, το 1954, από τον ανθρωπολόγο John Barnes στην προσπάθεια επισήμανσης των προτύπων και των διάφορων δεσμών (ties) που μελετούσαν μέχρι τότε οι κοινωνικοί επιστήμονες. O Barnes άρχισε να χρησιμοποιεί τον όρο αυτό πιο συστηματικά για να υποδηλώσει πρότυπα δεσμών, περικλείοντας έννοιες που χρησιμοποιούνται παραδοσιακά από οποιονδήποτε και έννοιες που χρησιμοποιούνται από τους κοινωνικούς επιστήμονες ορισμένων ομάδων (π.χ., φυλές, οικογένειες) και κοινωνικών κατηγοριών(π.χ., φύλο, εθνικότητα). Μάλιστα ερευνητές όπως οι , S.D. Berkowitz, Stephen Borgatti, Ronald Burt, Kathleen Carley, Martin Everett, Katherine Faust, Linton Freeman, Mark Granovetter, David Knoke, David Krackhardt, Peter Marsden, Nicholas Mullins, Anatol Rapoport, Stanley Wasserman, Barry Wellman, Douglas R. White και Harrison White, επέκτειναν την χρήση της συστηματικής ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων.

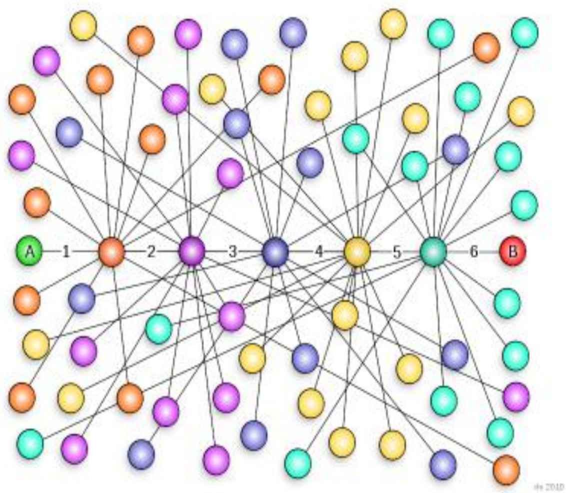
1.2 Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων

Η *Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων* (Α.Κ.Δ) από έναν ενδεικτικό μεταφορικό όρο έχει πλέον εξελιχτεί σε μια αναλυτική προσέγγιση με τις δικές της θεωρητικές δηλώσεις, τις μεθόδους της, ειδικό λογισμικό για ανάλυση κοινωνικών δικτύων, και εξειδικευμένους ερευνητές. Η ανάλυση τέτοιων δικτύων γίνεται από το γενικό προς το ειδικό, για παράδειγμα ξεκινώντας από την δομή του δικτύου προχωρά στις σχέσεις και καταλήγει στα άτομα ξεχωριστά. Οι ερευνητές συνήθως μελετούν είτε ολόκληρα δίκτυα (*complete networks*), δηλαδή όλους τους δεσμούς και ειδικές σχέσεις σε έναν ορισμένο πληθυσμό, ή προσωποπαγή-εγωκεντρικά δίκτυα (*egocentric networks*) που περιλαμβάνουν σχέσεις μεταξύ συγκεκριμένων ατόμων, για παράδειγμα προσωπικές σχέσεις. Με την πάροδο του χρόνου η μελέτη κι ανάλυση κοινωνικών δικτύων εξελίχτηκε από απλή αποτύπωση του ιστού κόμβων – συσχετίσεων, σε προσέγγιση μιας ολόκληρης θεωρίας η οποία μάλιστα βασίζεται σε δικές της θεωρήσεις, πρακτικές, ομάδες ερευνητών αλλά και ειδικά πακέτα λογισμικού που υποστηρίζουν τους ερευνητές στη μετάβαση από το γενικό στο ειδικό, από τη δομή του συνόλου στη σχέση μεταξύ των μονάδων, από τη συμπεριφορά στην ανταπόκριση και γενικά αυτοματοποιούν και διευκολύνουν τη μελέτη των δικτύων. Πιο αναλυτικά τα λογισμικά ανάλυσης κοινωνικών δικτύων αποτελούν εργαλεία που αξιοποιούνται για την αποτύπωση των κόμβων και των δεσμών στα πλαίσια ενός δικτύου, ώστε να καταστεί δυνατή η ανάλυση των δεδομένων του. Έτσι αφού προσδιοριστούν οι κόμβοι κι οι δεσμοί αναπαριστώνται, αναλύονται, οπτικοποιούνται, αποτυπώνονται και προσομοιώνονται με τη χρήση δεδομένων εισόδου, που είτε μπορεί να συσχετίζονται μεταξύ τους είτε όχι. Ειδικότερα στην κατεύθυνση της μελέτης των ιεραρχικών δομών οι Mann et al. (2008) προτείνουν την εφαρμογή αλγορίθμων που συμβάλλουν προς την ανάλυση των ιεραρχικών αυτών δομών, τμηματοποιώντας τη δομή των Κοινωνικών Δικτύων σε διαδοχικά διαιρετέα ξεχωριστά τμήματα, καθιστώντας έτσι απλούστερη την ανάλυσή τους.



Εικόνα 1.2: Σχηματική Παράσταση ενός Κοινωνικού Δικτύου. Καθιστά οπτικά σαφές ότι οι κόμβοι αντιπροσωπεύουν ανθρώπους και οι μεταξύ τους ενώσεις τους δεσμούς που αναπτύσσονται

Η συστηματοποίηση της Ανάλυσης Κοινωνικών Δικτύων, αποτελεί από το 1978 κύριο αντικείμενο του *Διεθνούς Δικτύου για την Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων* (International Network for Social Network Analysis – INSNA). Το INSNA είναι ένας μη Κερδοσκοπικός Οργανισμός, που ιδρύθηκε στην Πολιτεία Delaware των Ηνωμένων Πολιτειών Αμερικής και αποτελεί την ένωση των επιστημόνων που ενδιαφέρονται για την Α.Κ.Δ. Σύμφωνα λοιπόν με τον INSNA *«η Ανάλυση των Κοινωνικών Δικτύων εστιάζει στον προσδιορισμό των προτύπων των ανθρώπινων αλληλεπιδράσεων».* Η ανάλυση αυτή βασίζεται στη διαισθητική αντίληψη του ότι ο τρόπος ζωής του ανθρώπου εξαρτάται σε μεγάλο βαθμό από τον τρόπο που αυτός δραστηριοποιείται στα πλαίσια ενός δικτύου κοινωνικών συνδέσεων και των δεσμών που αναπτύσσει. Τέλος, πιστεύεται ότι η επιτυχία ή η αποτυχία των κοινωνιών και των οργανισμών συχνά εξαρτάται ή βασίζεται στην προτυποποίηση των εσωτερικών δομών που τους απαρτίζουν. Σε μια ενδιαφέρουσα πειραματική θεώρηση του κοινωνικού ψυχολόγου Stanley Milgram του 1960, κάθε άνθρωπος στον κόσμο, απέχει από οποιονδήποτε άλλο το πολύ έξι επίπεδα κοινωνικής δικτύωσης. Οι δεσμοί που αναπτύσσονται διαχωρίζονται σύμφωνα με τους κοινωνιολόγους σε «ισχυρούς» και «αδύναμους». Προφανώς οι «ισχυροί» δεσμοί απαιτούν περισσότερη προσπάθεια για να διατηρηθούν, καθώς πρέπει να τροφοδοτούνται με εντατική επικοινωνία. Δε συμβαίνει όμως το ίδιο και με τους «αδύναμους» δεσμούς οι οποίοι τελικώς εξυπηρετούν και σα «γέφυρες» μεταξύ των διαφόρων επιπέδων διαφορετικών κοινωνικών δικτύων. Ακόμη, σύμφωνα με τους Elisson et al (2007), οι «αδύναμοι» δεσμοί συμβάλλουν στην επικοινωνία των «μη-πλεοναζόντων πληροφοριών», δηλαδή των πληροφοριών που επεκτείνονται πέρα από τον κύκλο των ισχυρών δεσμών ενός δικτύου.



Εικόνα 1.3: Διαγραμματική προσέγγιση της θεωρίας του Milgram (1960) για τη σύνδεση οποιονδήποτε δύο ατόμων (Α και Β) στον πλανήτη, σε έξι το πολύ επίπεδα κοινωνικής δικτύωσης.

1.3 Ιστορική Εξέλιξη Κοινωνικών Δικτύων

Η ανάλυση των κοινωνικών δικτύων εμφανίστηκε την δεκαετία 1930, αρχικά χωρίς ιδιαίτερες τεχνικές λεπτομέρειες, με μια πιο απλούστερη μορφή σύμφωνα με την παράδοση του Βρετανού ανθρωπολόγου Radcliffe-Brown (Scott, 2000, σελ:7). Από εκεί λοιπόν και μέχρι την δεκαετία του 1970 αρχίζουν να εμφανίζονται ολοένα και περισσότεροι ανθρωπολόγοι και κοινωνιολόγοι οι οποίοι καθιερώνουν νέες θεωρίες με βάση την έννοια της «*κοινωνικής δομής*» του Radcliffe-Brown. Αξίζει να σημειωθεί ότι το πρώτο δείγμα εμπειρικής έρευνας δικτύων συναντάται το 1928 όπου η Bott (*A Note on the Ancestral*

Toronto Home of Social Network Analysis 1995 INSNA) υιοθέτησε μια εθνογραφική προσέγγιση για να εξετάσει την συμπεριφορά των προσχολικών παιδιών στο Toronto. Προσδιόρισε πέντε τύπους αλληλεπιδράσεως : μιλώντας ο ένας στον άλλον, διακόπτοντας ο ένας τον άλλον, παρακολουθώντας ο ένας τον άλλον, μιμούμενος ο ένας τον άλλον, ή βοηθώντας ο ένας τον άλλον. Αυτή η εργασία της Bott ήταν ο προάγγελος της έρευνας των δικτύων η οποία ακολούθησε, στην οποία οργάνωσε τα δεδομένα σε μητρικές και συζήτησε τα αποτελέσματά της με όρους συνδέσεως μεταξύ των ατόμων.

Το 1930 ο J.L. Moreno εισήγαγε την συστηματική καταγραφή και ανάλυση της κοινωνικής αλληλεπίδρασης σε μικρές ομάδες, όπως είναι οι σχολικές τάξεις και οι ομάδες εργασίας. Το 1934 πραγματοποίησε τις πρώτες μελέτες πάνω στην κοινωνιομετρία και εν τέλει το 1937 εισήγαγε την κοινωνιομετρία και το κοινωνιόγραμμα το οποίο είναι ένα διάγραμμα σημείων και γραμμών που χρησιμοποιούνται για να αντιπροσωπεύσουν τις σχέσεις μεταξύ των προσώπων, συγκεκριμένα τα υποκείμενα αναπαρίστανται ως σημεία και οι κοινωνικές τους σχέσεις ως δεσμοί-γραμμές. Ίδρυσε το περιοδικό sociometry το οποίο ερευνά την σχέση μεταξύ της ψυχολογικής ευημερίας και της «κοινωνικής διάταξης» . Έχοντας λοιπόν σαν βάση την θεωρία του Moreno πολλοί ήταν οι επιστήμονες που ασχολήθηκαν και θέλησαν να δουλέψουν πάνω στην περαιτέρω διερεύνηση της. Πρώτα συναντούμε το 1940 μια ομάδα του Χάρβαρντ με επικεφαλής τον W.Lloyd Warner και τον Elton Mayo οι οποίοι ασχολήθηκαν με το να προσδιορίσουν τις διαπροσωπικές σχέσεις στο χώρο εργασίας. Επίσης και ο καθηγητής του Harvard George Homans (*The Nature of Social Science 1967)* σκέφτηκε ότι η κοινωνιομετρία είναι μια καλή και αξιόπιστη βάση για την περαιτέρω διερεύνηση της κοινωνικής ανάλυσης. Στην συνέχεια ο John Scott στο βιβλίο του (Scott John (1991) Social Network Analysis : A handbook) αναφέρει ότι ο Moreno υποστήριζε ότι με την κατασκευή των κοινωνιογραμμάτων οι ερευνητές θα μπορούσαν να προσδιορίσουν τους ηγέτες αλλά και τους απομονωμένους δρώντες καθώς και να αναδείξουν τις ασυμμετρίες και την αμοιβαιότητα στις αλυσίδες των δεσμών μεταξύ διαφορετικών υποκειμένων. Επίσης οι Wasserman και Faust (Wasserman S. And Faust K. (1994) Social Network Analysis: Methods and Applications.) αναφέρουν ότι πρόκειται για μια εικόνα των υποκειμένων ή γενικότερα κοινωνικών μονάδων που απεικονίζονται ως σημεία-κόμβοι με γραμμές που τα ενώνουν αντιπροσωπεύοντας την κοινωνική υπό ανάλυση σχέση. Ομοίως και ο Barnes (Barnes John Networks of relationships 1633-1671) υποστηρίζει ότι όλη η κοινωνική ζωή μπορεί να απεικονιστεί ως ένα σύνολο σημείων, μερικά εκ των οποίων συνδέονται με γραμμές και έτσι κατασκευάζεται ένα συνολικό δίκτυο σχέσεων. Κοινά στοιχεία παρουσιάζει και η αναφορά των Carwright και Harary (1953) οι οποίοι υποστηρίζουν ότι ένα κοινωνιόγραμμα ή αλλιώς ένα γράφημα (graph) μπορεί να αναλυθεί με την βοήθεια μαθηματικών τύπων δανεισμένων από την θεωρία των γραφημάτων. Αξιοσημείωτο είναι το γεγονός ότι το 1940 ο Alfred Reginald Radcliffe-Brown με προεδρικό διάταγμα προέτρεπε τους Βρετανούς ανθρωπολόγους στη συστηματική μελέτη των δικτύων, βέβαια χρειάστηκαν περίπου 15 χρόνια για την εφαρμογή αυτής της συστηματικής παρακολούθησης.

Το 1948 ο A. Bavelas ίδρυσε το εργαστήριο ομαδικών δικτύων στο M.I.T και όρισε την κεντρικότητα, ενώ το 1949 ο A. Rapaport ανέπτυξε ένα μοντέλο ροής πληροφορίας βασισμένο στις πιθανότητες (θεωρία παιγνίων). Την δεκαετία του 1950, μια μικρή ομάδα επιστημόνων άρχισε να ασχολείται με την ανάπτυξη τυπικών θεωριών πάνω στη μεταφορά αυτή κι έτσι από τη δεκαετία του 1970 εμφανίστηκε μια ολόκληρη χιονοστιβάδα τεχνικών εργασιών και εξειδικευμένων εφαρμογών. Συνοψίζοντας λοιπόν τα παραπάνω καταλήγουμε πως κάπως έτσι βρέθηκαν και καθιερώθηκαν οι βασικές έννοιες της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων και δημιουργήθηκαν οι κατάλληλες συνθήκες για την ενσωμάτωση των μεθόδων αυτών μέσα στις κυρίαρχες τάσεις της ανάλυσης δεδομένων στο πλαίσιο ενός ευρέως φάσματος εφαρμογών. Έτσι άρχισε ο τομέας της ανάλυσης κοινωνικών δικτύων όπου έχουμε ανάπτυξη της θεωρίας των γράφων με πιο γενικά δομικά μοντέλα αλλά και καλύτερη υποστήριξη από Η/Υ αλλά και ανάλυση πολύπλοκων συσχετισμών ομάδων δεδομένων.

Ένας επόμενος σημαντικός σταθμός στην μετέπειτα εξέλιξη της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων προέρχεται από την ομάδα ερευνητών του Manchester University (1950s–1960s). Η διαφορά τους με τις μέχρι πρότινος προσεγγίσεις έγκειται στο γεγονός ότι αντί να εστιάσουν στην κατανόηση των κανόνων και στην δημιουργία θεσμών για την σταθερότητα της κοινωνίας στράφηκαν στην ανάλυση και εξήγηση των σχέσεων που προκύπτουν εξαιτίας της διαμάχης και της ισχύος μεταξύ των δρώντων. Στην πορεία της εξέλιξης της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων άρχισαν να χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο θεωρητικών υποθέσεων και μοντέλα στατιστικής τα οποία είναι μαθηματικά μοντέλα που εξετάζουν συνδυασμούς σχέσεων μεταξύ των σημείων ενός δικτύου και χρησιμοποιούνται συνήθως στην εξέταση των ρόλων μέσα σε ένα δίκτυο.

Ιδιαίτερα αξιοπρόσεκτο είναι το γεγονός ότι στη δεκαετία του 1960 και του 1970, ένας ολοένα αυξανόμενος αριθμός μελετητών προσπάθησαν να συνδυάσουν τις διαφορετικές θεωρίες για την εξέλιξη του τομέα. Μια ομάδα είχε δημιουργηθεί από τον Harrison White και τους μαθητές του στο Πανεπιστήμιο του Χάρβαρντ Τμήμα Κοινωνικών Σχέσεων (Harvard University Department of Social Relations): Ivan Chase, Bonnie Erickson, Harriet Friedmann, Mark Granovetter, Nancy Howell, Joel Levine, Nicholas Mullins, John Padgett, Michael Schwartz and Barry Wellman οι οποίοι ανέπτυξαν περαιτέρω την μαθηματική πλευρά της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων μεταφράζοντας πολλές σημαντικές έννοιες από τις κοινωνικές επιστήμες όπως η έννοια του «κοινωνικού ρόλου» με μαθηματική μορφή το οποίο και της επέτρεψε να μετρηθεί και να διαμορφωθεί. Απεναντίας στο Τμήμα Κοινωνικών Σχέσεων του Χάρβαρντ ο Charles Tilly,(1960s-1970s,) επικεντρώθηκε στα δίκτυα της πολιτικής και κοινοτικής κοινωνιολογίας και των κοινωνικών κινημάτων. Επίσης οι Mark Granovetter και Barry Wellman (1960s-1970s) είναι δύο εκ των πρώην μαθητών του Harrison White οι οποίοι επεξεργάστηκαν και διέδωσαν την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι τον 19^{ος} αιώνα υπήρξε ιδιαίτερη ανάπτυξη των κοινωνικών δικτύων όπου από πολύ νωρίς οι έρευνες βρήκαν απήχηση στην ψυχολογία, την ανθρωπολογία, την κοινωνιολογία αλλά και στα μαθηματικά. Αναμφισβήτητα πρόδρομοι των κοινωνικών δικτύων ήταν οι Durkheim και Ferdinand Tönnies. Από την μία ο Tönnies ισχυρίστηκε ότι οι κοινωνικές ομάδες μπορούν να υπάρχουν ως προσωπικοί και άμεσοι κοινωνικοί δεσμοί οι οποίοι είτε συνδέουν άτομα που μοιράζονται ίδιες αξίες και πεποιθήσεις είτε απρόσωποι τυπικοί κοινωνικοί δεσμοί. Από την άλλη ο Durkheim έδωσε μια μη-ατομιστική εξήγηση των κοινωνικών γεγονότων υποστηρίζοντας ότι τα κοινωνικά φαινόμενα προκύπτουν όταν αλληλεπιδρούν άτομα, συνιστούν μια πραγματικότητα που δεν μπορεί να εξηγηθεί από την άποψη των ιδιοτήτων των επιμέρους φορέων. Κάνει διάκριση μεταξύ μιας παραδοσιακής κοινωνίας «μηχανική αλληλεγγύη» που επικρατεί αν μειωθούν στο ελάχιστο οι ατομικές διαφορές, και τη σύγχρονη κοινωνία «οργανική αλληλεγγύη» που αναπτύσσεται από τη συνεργασία μεταξύ των διαφοροποιημένων ατόμων με ανεξάρτητους ρόλους. Αξίζει να επισημανθεί ότι το 1978 ιδρύεται ο επαγγελματικός σύλλογος INSNA (International Network for Social Network Analysis) και το ίδιο έτος ακολουθούν τα εξής συνέδρια: International Sunbelt Social Network Conference, 2007 στην Κέρκυρα, Ελλάδα και International Sunbelt Social Network Conference, 2006 στο Vancouver, Καναδάς. Επίσης το 1979 εκδίδονται τα πρώτα εξειδικευμένα επιστημονικά περιοδικά Social Networks εκδόσεις Elsevier και Connections, επίσημο περιοδικό του INSNA.

Τέλος ιδιαιτέρως σημαντικό είναι ότι στην αλλαγή του 20^{ου} αιώνα συναντούμε τον Simmel ο οποίος ήταν ένας από τους πρώτους μελετητές που ασχολήθηκε άμεσα με τους όρους των κοινωνικών δικτύων, εξέτασε πως οι τρίτοι μπορούν να επηρεάσουν την σχέση μεταξύ δύο ατόμων και εξέτασε πως οι δομές μιας οργάνωσης ή η γραφειοκρατία μπορούν να συντονίσουν τις αλληλεπιδράσεις σε μεγάλες ομάδες.

2. Δομή Κοινωνικών Δικτύων

2.1 Βασικά στοιχεία Κοινωνικών Δικτύων

Η ανάλυση των κοινωνικών δικτύων αφορά την κατανόηση των δεσμών μεταξύ κοινωνικών οντοτήτων και τις επιπτώσεις που συνεπάγονται οι δεσμοί αυτοί.Για την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων είναι απαραίτητη η αναφορά και η επεξήγηση των βασικών εννοιών, οι οποίες είναι : δράστης,σχεσιακός δεσμός, σχέση και κοινωνικό δίκτυο.

Δράστης(actor): Με τον όρο 'δράστης' αναφερόμαστε στις κοινωνικές οντότητες που εμπλέκονται σε ένα κοινωνικό δίκτυο. Οι δράστες μπορεί να είναι διακριτές ατομικές, εταιρικές ή συλλογικές κοινωνικές μονάδες (δηλαδή αντίστοιχα, άτομα, οργανώσεις ή φορείς). Παραδείγματα δραστών είναι οι άνθρωποι που συγκροτούν μια ομάδα, τα τμήματα μέσα σε μια εταιρία, οι δημόσιες υπηρεσίες σε μια πόλη ή τα έθνη-κράτη στο παγκόσμιο σύστημα. Η χρήση του όρου 'δράστης' που κάνουμε, δεν υπονοεί ότι αυτές οι οντότητες έχουν απαραίτητα την επιθυμία ή τη δυνατότητα να 'δράσουν' τουλάχιστον μέσα στα συγκεκριμένα πλαίσια των παρατηρήσεων και της έρευνας που κάνουμε για αυτές. Επιπλέον, πρέπει να προσθέσουμε ότι πολλές εφαρμογές των κοινωνικών δικτύων επικεντρώνονται σε σύνολα δραστών, στα οποία όλοι οι δράστες είναι του ίδιου τύπου (π.χ., άνθρωποι σε μια ομάδα εργασίας). Τα δίκτυα που αποτελούνται από δράστες του ίδιου τύπου τα ονομάζουμε *δίκτυα μιας κατηγορίας* (*one-mode networks*). Υπάρχουν μέθοδοι που μας επιτρέπουν να εξετάσουμε δράστες που προέρχονται από ριζικά διαφορετικούς τύπους ή αντιστοιχούν σε διαφορετικά επίπεδα ή ακόμη σχηματίζουν εντελώς διαφορετικά σύνολα. Για παράδειγμα, οι Galaskiewicz (1985), Galaskiewicz & Wasserman (1989) έχουν αναλύσει τις χρηματικές δωρεές, που είχαν κάνει εταιρίες σε μη κερδοσκοπικούς οργανισμούς στην περιοχή Minneapolis/St. Paul, και οι Doreian & Woodard (1990) και Woodard & Doreian (1990) έχουν μελετήσει τις επαφές πολιτών με δημόσιες υπηρεσίες.

Σχεσιακός Δεσμός: Οι δράστες συνδέονται ο ένας με τον άλλο με κοινωνικούς *δεσμούς* (*ties*). Όπως μπορούμε να δούμε στα διάφορα παραδείγματα των κοινωνικών δικτύων, η εμβέλεια και ο τύπος των δεσμών μπορούν να είναι αρκετά εκτενείς. Ένας δεσμός ορίζεται από το ότι δημιουργεί μια σύνδεση μεταξύ ενός ζεύγους δραστών. Μερικά από τα πιο κοινά παραδείγματα δεσμών που χρησιμοποιούνται στη δικτυακή ανάλυση είναι:

- Η αξιολόγηση ενός ατόμου από ένα άλλο (π.χ., εκδηλούμενη φιλία, συμπάθεια ή σεβασμός).
- Οι μεταφορές υλικών πόρων (π.χ., εμπορικές συναλλαγές, συνάψεις δανείων ή δανειοδοτήσεις).
- Οι ενώσεις ή οι όμιλοι (π.χ., κοινές συμμετοχές σε ένα κοινωνικό γεγονός ή τα μέλη της ίδιας κοινωνικής λέσχης).
- Η επικοινωνιακή αλληλεπίδραση (π.χ., συνομιλίες, ανταλλαγές μηνυμάτων).
- Η μετακίνηση μεταξύ τόπων ή καταστάσεων (π.χ., μετανάστευση, κοινωνική ή φυσική κινητικότητα).
- Οι φυσικές συνδέσεις (π.χ., ένας δρόμος, ποτάμι η γέφυρα, που συνδέει δυο μέρη).
- Οι επίσημες σχέσεις (π.χ., με την εξουσία).
- Οι βιολογικές σχέσεις (π.χ., συγγένεια ή καταγωγή).

Σχέση(Relation): Μια συλλογή δεσμών ενός συγκεκριμένου τύπου μεταξύ των μελών μιας ομάδας δραστών λέγεται ότι αποτελεί μια *σχέση*. Για παράδειγμα, οι φιλίες μεταξύ των μαθητών σε μια τάξη ή οι επίσημοι διπλωματικοί δεσμοί, που διατηρούνται μεταξύ εθνών, είναι δεσμοί που ορίζουν σχέσεις. Για οποιαδήποτε ομάδα δραστών, μπορούμε να μετρήσουμε αρκετές διαφορετικές σχέσεις.Έτσι, στο προηγούμενο παράδειγμα εκτός από τους επίσημους διπλωματικούς δεσμούς μεταξύ εθνών, μπορούμε επίσης να καταγράψουμε το χρηματικό ποσό του διακρατικού εμπορίου για κάποιο συγκεκριμένο έτος. Είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε ότι κάθε σχέση αναφέρεται σε μια συλλογή δεσμών ενός ειδικού τύπου, που μετρούνται για δυάδες δραστών, οι οποίοι προέρχονται από ένα συγκεκριμένο σύνολο.

<u>Κοινωνικό Δίκτυο</u>: Έχοντας ορίσει τους δράστες και τις σχέσεις, μπορούμε τώρα να διατυπώσουμε έναν καλύτερο ορισμό του κοινωνικού δικτύου. Ένα *κοινωνικό δίκτυο* αποτελείται από ένα ή περισσότερα (πεπερασμένα) σύνολα δραστών και από μια ή περισσότερες σχέσεις, που συνδέουν τους δράστες μεταξύ τους.

2.2 Κατηγορίες Κοινωνικών Δικτύων

Ο Park (2003) σε μια προσπάθεια κατηγοριοποίησης των δικτύων τα διακρίνει σε δύο μεγάλες κατηγορίες. Η πρώτη κατηγορία είναι τα *κοινωνικά δίκτυα* τα οποία ορίζονται ως ένα σύνολο ανθρώπων(ή οργανισμών ή άλλων κοινωνικών οντοτήτων) συνδεδεμένων μεταξύ τους με μία ή περισσότερες σχέσεις, που μπορεί να αποτελούν οποιοδήποτε είδος κοινωνικής σχέσης. Η δεύτερη κατηγορία είναι τα *δίκτυα επικοινωνίας* τα οποία αφορούν άτομα στις περισσότερες των περιπτώσεων(ή ομάδες ατόμων ή οργανισμούς πιο σπάνια) που συνδέονται μεταξύ τους από διαμορφωμένες ροές πληροφοριών. Οι Monge και Contractor υποστηρίζουν ότι τα δίκτυα επικοινωνίας έχουν ως ρόλο την ροή πληροφοριών, με αποτέλεσμα να εκφράζουν και τελικά να αναπαριστούν «τα πρότυπα (patterns) των επαφών που δημιουργούνται μέσα στο χώρο και χρόνο, από τις ροές πληροφοριών μεταξύ κοινωνικών οντοτήτων» (Monge και Contractor 2003). Στην παραπάνω ταξινόμηση ορίζονται επιπλέον και τρείς υποκατηγορίες των δικτύων επικοινωνίας, που ονομαστικά είναι : Τα 'δίκτυα με αποκλειστική διαμεσολάβηση υπολογιστών' (Computer Mediated Communication networks), στα οποία η επικοινωνία των ατόμων διεκπεραιώνεται με τη αρωγή υπολογιστικών συστημάτων συνεπώς οι υπολογιστές αποτελούν το βασικό κανάλι της ροής πληροφοριών , τα 'Internet networks' στα οποία το διαδίκτυο χρησιμεύει ως το βασικό κανάλι της ροής πληροφοριών και τέλος τα 'δίκτυα υπερσυνδέσμων' (Hyperlink networks), τα οποία αποτελούν στην ουσία παράγωγο της όλης τεχνολογικής εξέλιξης των υπολογιστών και δει του Internet.Τα δίκτυα υπερσυνδέσμων ουσιαστικά εστιάζουν στη δομή των κοινωνικών συστημάτων που αποτελούνται από διαμοιραζόμενους υπερσυνδέσμους μεταξύ των διαφόρων ιστοχώρων (websites)/ιστοσελίδων (webpages) που αντιπροσωπεύουν άτομα κυρίως (ή ομάδες ατόμων ή οργανισμούς).Σε αυτού του είδους τα δίκτυα επικοινωνίας είναι προφανές ότι οι υπερσύνδεσμοι αποτελούν το βασικό κανάλι επικοινωνίας και ανταλλαγής πληροφοριών. Στη συνέχεια της εργασίας δεν θα αναφερθούμε περεταίρω στα δίκτυα επικοινωνίας, αλλά θα επικεντρωθούμε στην ανάλυση των τύπων των κοινωνικών δικτύων.Τα κοινωνικά δίκτυα λοιπόν μπορούν να ταξινομηθούν σε δύο τύπους δικτύων, το δίκτυο *Μιας Κατηγορίας-Κατάστασης* (One-Mode Network) που αποτελείται από ένα σύνολο δρώντων και το οποίο διαφέρει από το *Δίκτυο Δυο Κατηγοριών-Καταστάσεων* (Two-Mode Network) στο ότι το δίκτυο δύο κατηγοριών αποτελείται από δύο ομάδες δρώντων διαφορετικού τύπου δεδομένων ή μια ομάδα δρώντων και μια ομάδα γεγονότων (events). O Watts κατά την ανάπτυξη της δικής του θεωρητικής οπτικής για τη «Δικτυακή κοινωνία» υποστηρίζει ότι τα *δίκτυα υπαγωγής/συνεταιρισμού* (Affiliation networks) είναι μια σημαντική κατηγορία δικτύων που αξίζει να εξεταστούν. Κι αυτό όχι μόνον γιατί οι συνεταιρισμοί είναι η βάση και για άλλα είδη κοινωνικών σχέσεων, όπως οι δεσμοί φιλίας ή οι επιχειρηματικοί δεσμοί αλλά και επειδή αναδεικνύουν ένα ευρύ φάσμα εφαρμογών, μη κοινωνικής δικτύωσης, που έχει ωστόσο κοινωνικά και οικονομικά μεγάλο ενδιαφέρον.

Δίκτυο Μιας Κατηγορίας (One-Mode Network): Στη θεωρία των κοινωνικών δικτύων, ο όρος '*κατηγορία-κατάσταση*' (mode) αναφέρεται στο διακριτό σύνολο οντοτήτων, με το οποίο μετρούνται οι σχεσιακές (δομικές) μεταβλητές (Tucker, 1963, 1964, 1966, Kroonenberg, 1983, Arabie, Carroll & DeSarbo, 1987). Όταν οι δομικές μεταβλητές μετριούνται για δράστες, που όλοι είναι του ιδίου τύπου, τότε έχουμε τα *δίκτυα μιας κατηγορίας*, αφού σ' αυτά όλες οι σχεσιακές οντότητες, δηλαδή, οι δράστες, ανήκουν σε ένα μόνο σύνολο. Για παράδειγμα, δίκτυα μιας κατηγορίας προκύπτουν από μετρήσεις σχέσεων φιλίας μεταξύ ατόμων, που ανήκουν στην ίδια ομάδα,όπως για παράδειγμα μαθητές μιας τάξης ή κάτοικοι που μένουν στην ίδια γειτονιά κ.λ.π.

<u>Δίκτυο Δυο Κατηγοριών (Two-Mode Network)</u>: Υπάρχουν όμως δομικές μεταβλητές, οι οποίες μετρούνται ως προς δύο (ή περισσότερα) σύνολα σχεσιακών οντοτήτων. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να μελετήσουμε δράστες, οι οποίοι ανήκουν σε δυο διακριτά σύνολα, όπως για παράδειγμα, το ένα σύνολο δραστών να αποτελείται από επιχειρήσεις και το δεύτερο σύνολο από μη κερδοσκοπικούς οργανισμούς. Σε μια τέτοια περίπτωση, θα μας ενδιέφερε να μελετήσουμε τις οικονομικές ροές από τις επιχειρήσεις στους μη κερδοσκοπικούς οργανισμούς, οι οποίες θα αποτελούσαν τη σχέση στο κοινωνικό δίκτυο των δυο αυτών κατηγοριών δραστών. Πιο συγκεκριμένα, οι Galaskiewicz (1985), Galaskiewicz & Wasserman (1989) έχουν αναλύσει τις χρηματικές δωρεές, που είχαν κάνει εταιρίες σε μη κερδοσκοπικούς οργανισμούς στην περιοχή Minneapolis/St. Paul των ΗΠΑ, και οι Doreian & Woodard (1990) και Woodard & Doreian (1990) έχουν μελετήσει τις επαφές πολιτών με δημόσιες υπηρεσίες. Τέτοια λοιπόν δικτυακά δεδομένα, που περιλαμβάνουν δυο σύνολα (ή δυο κατηγορίες) δραστών, δημιουργούν τα *δίκτυα δυο κατηγοριών*, με την έννοια ότι σ' αυτά οι εμπλεκόμενες σχεσιακές οντότητες, δηλαδή, οι δράστες προέρχονται από δυο διακριτά σύνολα. Άρα, τα δεδομένα των δικτύων δυο κατηγοριών περιέχουν τις μετρήσεις των δεσμών, που έχουν οι δράστες του ενός συνόλου (της μιας κατηγορίας) με τους δράστες του άλλου συνόλου (κατηγορίας). Εννοείται, φυσικά, ότι στους δεσμούς ενός τέτοιου δικτύου μπορεί να μην συμμετέχουν όλοι οι δράστες. Σ' ένα δίκτυο δυο κατηγοριών, μεταξύ των δραστών που συγκροτούν τους δικτυακούς δεσμούς, οι δράστες στο ένα σύνολο (κατηγορία) συνηθίζεται,ως αποτέλεσμα της στενής σχέσης και παράλληλης ανάπτυξης μεταξύ των επιστημών και ιδιαίτερα της Θεωρίας των Δικτύων, να αποκαλούνται *'πομποί'* (senders) ενώ οι δράστες στο άλλο σύνολο (κατηγορία) δέκτες (receivers). Οι δυο ονομασίες αυτές προέρχονται από τη μεταφορική απεικόνιση του δεσμού σαν ροή (πληροφορίας ή άλλων πόρων) μεταξύ δυο πόλων. Βέβαια, οι ονομασίες πομπός-δέκτης, συνηθίζεται να χρησιμοποιούνται ακόμη κι αν η σχέση του δικτύου δεν είναι κατευθυνόμενη.

<u>Δίκτυο Υπαγωγής (Affiliation Network)</u>: Στη θεωρία των κοινωνικών δικτύων, ένας ειδικός τύπος δικτύου δυο κατηγοριών είναι το *δίκτυο υπαγωγής* (*affiliation network*), στο οποίο υπάρχουν μεν δυο σύνολα (κατηγορίες) δομικών οντοτήτων, αλλά η μία μόνο από αυτές είναι σύνολο δραστών, ενώ η δεύτερη δομική οντότητα αποτελείται από ένα διακριτό σύνολο ταξινομήσεων σε υπο-κατηγορίες, στις οποίες το σύνολο των δραστών υπάγεται (ανήκει). Συνήθως, η δεύτερη δομική οντότητα φέρνει την ονομασία *'γεγονότα'* ή *'ομάδες'*. Με άλλα λόγια, τα δικτυακά δεδομένα ενός δικτύου υπαγωγής είναι αφενός δράστες κι αφετέρου γεγονότα/ομάδες, με την έννοια ότι κάποιοι από τους δράστες συμμετέχουν ή ανήκουν αντίστοιχα σε κάποια από τα γεγονότα/ομάδες κι αυτό ορίζει τη σχέση του δικτύου. Αξίζει να τονίσουμε ότι σε τέτοιου είδους δίκτυα η δεύτερη δομική οντότητα, τα γεγονότα/ομάδες, δεν ορίζονται σε ζεύγη (δυάδες) δραστών, αλλά σε υποσύνολα (ατομικών) δραστών. Έτσι, ένα σύνολο δραστών που υπάγεται σε κάποιο γεγονός/ομάδα είναι οι δράστες που συμμετέχουν στο γεγονός αυτό ή ανήκουν ή είναι μέλη της ομάδας αυτής. Δηλαδή, κάθε γεγονός/ομάδα ορίζεται για ένα ορισμένο υποσύνολο δραστών, οι οποίοι υπάγονται σε αυτό. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ένα σύνολο κατοίκων μιας πόλης (οι δράστες) και κάποιες λέσχες της πόλης (οι ομάδες), στις οποίες οι κάτοικοι ανήκουν ή συμμετέχουν. Ή θα μπορούσαμε να θεωρήσουμε ένα πλήθος πολιτικών οργανώσεων μιας χώρας (οι δράστες) και κάποια γεγονότα πολιτικών διαμαρτυριών (τα γεγονότα), τα οποία έχουν συμβεί σε διακριτές χρονικές περιόδους (π.χ, μεγάλες διαδηλώσεις) και στα οποία οι οργανώσεις έχουν συμμετάσχει. Φυσικά, εννοείται ότι σε κάθε λέσχη/διαδήλωση μπορούν να ανήκουν/συμμετέχουν διαφορετικοί κάτοικοι/οργανώσεις.

Οπωσδήποτε όμως, σε ένα δίκτυο υπαγωγής, ξέρουμε ποιο υποσύνολο δραστών υπάγεται σε κάθε γεγονός/ομάδα. Η πληροφορία αυτή, όταν πρόκειται για ομάδες, όπως λέσχες, σύλλογοι, διοικητικά συμβούλια, επιτροπές κ.λ.π, μπορεί (εύκολα ή δύσκολα) να βρεθεί από τους επίσημους καταλόγους των μελών των ομάδων αυτών (ανάλογα με το πόσο εύκολα προσβάσιμα είναι τέτοια αρχεία). Όταν πρόκειται για γεγονότα, όπως πολιτικές εκδηλώσεις, κοινωνικές δραστηριότητες ή συνευρέσεις, άτυπες συναντήσεις, πάρτι, δεξιώσεις, συναυλίες κ.λ.π, τότε χρειάζεται να γίνουν οι αντίστοιχες παρατηρήσεις ή καταγραφές ή αναφορές των δραστών, που συμμετείχαν ή βρέθηκαν σε αλληλεπίδραση στα γεγονότα αυτά (Bernard, Killworth&Sailer,

1980, 1982, Freeman&Romney, 1987). Μια από τις πρώτες αναλύσεις τέτοιων γεγονότων, που τώρα θεωρείται κλασική, είναι η μελέτη των Davis, Gardner&Gardner (1941) των συνεκτικών ομάδων, που προέκυψαν από τις κοινωνικές δραστηριότητες μεταξύ κάποιων γυναικών σε μια πόλη μιας νότιας πολιτείας των ΗΠΑ. Χρησιμοποιώντας, δεδομένα από εφημερίδες και συνεντεύξεις, οι μελετητές αυτοί κατέγραψαν τη συμμετοχή (υπαγωγή) δεκαοκτώ επώνυμων γυναικών σε δεκατέσσερα κοινωνικά γεγονότα οδηγούμενοι με αυτό το τρόπο στην κατανόηση των συγκεκριμένων ομαδοποιήσεων που σχημάτιζαν οι μελετούμενοι δράστες στα πλαίσια των κοινωνικών δραστηριοτήτων τους.

2.3 Αναπαράσταση Κοινωνικών δικτύων

Ένα δίκτυο μπορεί να αναπαρασταθεί με αρκετούς τρόπους. Οι δύο κυριότεροι είναι μέσω της θεωρίας των γράφων και με την χρήση του κοινωνιομετρικού συμβολισμού.

2.3.1 Συμβολισμός και Αναπαράσταση Γράφων

Ένας γράφος είναι μια τέτοια δομή, όπου κάθε στοιχείο μπορεί να μην έχει κανένα, ή να έχει πολλά προηγούμενα και επόμενα στοιχεία.Το αξιοσημείωτο με τους γράφους είναι ότι έχουν μελετηθεί ευρύτατα ως μέρος των μαθηματικών δομών (κλάδος εφαρμοσμένων μαθηματικών). Η θεωρία των γράφων είναι μεγάλο και σπουδαίο αντικείμενο μελέτης και έρευνας και διδάσκεται ως ανεξάρτητο μάθημα σε τμήματα πληροφορικής και άλλων επιστημών. Στο τομέα της πληροφορικής χρησιμοποιούνται στη μελέτη Βάσεων Δεδομένων, Γλωσσών Προγραμματισμού, Δικτύων Υπολογιστών, Λειτουργικών Συστημάτων κ.α. Στη συνέχεια της παρούσας εργασίας, θα ασχοληθούμε με περισσότερες λεπτομέρειες με τον απλό αυτό συμβολισμό της θεωρίας των γράφων και θα δείξουμε πώς αυτός μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την περιγραφή ενός κοινωνικού δικτύου, δηλαδή για την περιγραφή των δραστών και των σχέσεων τους όπως είναι καταγραμμένες από ένα σύνολο δικτυακών δεδομένων.

Ένας γράφος αποτελείται από ένα σύνολο *σημείων* (points) ή *κορυφών* (verticals) ή *κόμβων* (nodes) και ένα σύνολο *ακμών* (edges) ή *τόξων* (arcs) ή *γραμμών* (lines) που ενώνουν μερικά ή όλα τα σημεία του. Σε μαθηματική γλώσσα ένας γράφος συμβολίζεται ως: G=(V,E) όπου V = { V1,V2, … , Vn }, με n>0 είναι το σύνολο των κορυφών και E={{x,y} με x,y € V } το σύνολο των ακμών με |E| ≥0. Οι κορυφές ή οι ακμές ενός γράφου χαρακτηρίζονται από ένα μοναδικό όνομα που ονομάζεται *επιγραφη ή ετικέτα* (label). Οι κορυφές ενός γραφήματος χρησιμοποιούνται για την παράσταση δεδομένων και οι ακμές για τη σχέση μεταξύ των δεδομένων. *Υπο-γράφος* (subgraph) του παραπάνω γράφου G = (V, E) είναι ένας γράφος G΄ = (V΄, E΄) τέτοιος ώστε V΄ ⊆ V και E΄ ⊆ E.

Υποθέτουμε ότι έχουμε ένα σύνολο δραστών, το οποίο συμβολίζουμε με N και θεωρούμε ότι το σύνολο αυτό περιέχει *g* αριθμό δραστών, οπότε γράφουμε $N = \{n_1, n_2, \ldots, n_g\}$, όπου με n_i συμβολίζεται ο *i*-οστός δράστης, για $i = 1, \ldots, g$. Θεωρούμε ότι κάθε δράστης βρίσκεται σε έναν *κόμβο* (ή *κορυφή*) ενός γράφου. Με άλλα λόγια, ταυτίζουμε το σύνολο των δραστών με το σύνολο των κόμβων και χρησιμοποιούμε το ίδιο σύμβολο N και για τα δυο σύνολα αυτά. Η επιλογή του σύμβολου N οφείλεται στο γεγονός ότι η αγγλική λέξη nodes για τους κόμβους αρχίζει με το γράμμα *n*.

Μια Σχέση

Θεωρούμε τώρα ότι εξετάζουμε μια σχέση για το σύνολο δραστών N, με την οποία καταγράφεται αν ένας δράστης του συνόλου N σχετίζεται ή όχι με κάθε άλλο δράστη (μέσω της ίδιας σχέσης πάντα). Αρχικά, υποθέτουμε ότι η σχέση αυτή είναι διχοτομική. Λέμε ότι μια σχέση είναι *διχοτομική*, όταν, για κάθε ζευγάρι δραστών (n_i, n_j) ο n_i είτε σχετίζεται με τον n_j είτε όχι (μέσω της σχέσης αυτής). Επιπλέον, υποθέτουμε πρώτα ότι η σχέση που εξετάζουμε είναι κατευθυνόμενη. Με τον όρο *κατευθυνόμενη σχέση* (directed relation) εννοούμε ότι, όταν ένας δράστης n_i σχετίζεται με έναν άλλο δράστη n_j, δεν είναι απαραίτητο να ισχύει και το αντίθετο, δηλαδή κι ο δράστης n_j να σχετίζεται με τον n_i (μέσω της ίδιας σχέσης). Προς το παρόν, δεν μας ενδιαφέρει η ισχύς ή η ένταση αυτής της σχέσης, που μελετούμε δηλαδή, δεν έχει καμιά σημασία για την παρούσα ανάλυση, π.χ., πόσο συχνά σχετίζεται ή αλληλεπιδρά ο n_i με τον n_j. Γενικώς, όταν δυο δράστες σχετίζονται, λέμε ότι υπάρχει ένας *δεσμός* (*tie*) μεταξύ τους (ως προς τη μελετούμενη σχέση).

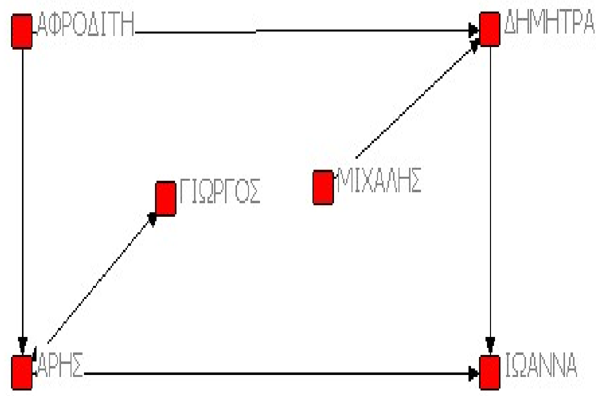
Δοθείσης λοιπόν μιας διχοτομικής και κατευθυνόμενης σχέσης στο σύνολο των δραστών N, έστω ένα διατεταγμένο ζευγάρι δραστών n_i και n_j. Τότε, επειδή η σχέση είναι διχοτομική, είτε ο πρώτος δράστης του ζευγαριού σχετίζεται με το δεύτερο είτε όχι. Επειδή λοιπόν θεωρούμε ότι η συγκεκριμένη σχέση είναι και κατευθυνόμενη, το ζευγάρι δραστών n_i και n_j πρέπει να θεωρηθεί διαφορετικό από το ζευγάρι n_j και n_i (δηλαδή, μιλάμε για διατεταγμένα ζευγάρια δραστών σε μια κατευθυνόμενη σχέση). Όλα τα διατεταγμένα ζευγάρια δραστών, για τα οποία υπάρχει δεσμός μεταξύ των δυο δραστών (ως προς την εν λόγω κατευθυνόμενη σχέση), θεωρούμε ότι ανήκουν σε μια ειδική συλλογή ζευγαριών, την οποία θα συμβολίζουμε με L. Συνεπώς, αν ένα διατεταγμένο ζευγάρι δραστών ανήκει στο σύνολο ζευγαριών L, τότε ο πρώτος δράστης του ζευγαριού σχετίζεται με το δεύτερο (με τη σχέση που εξετάζουμε). Παρατηρούμε ότι ο συνολικός αριθμός των διατεταγμένων ζευγαριών στο σύνολο L μπορεί να είναι το πολύ ίσος με $g(g – 1)$ και το λιγότερο ίσος με 0. Συμβολίζουμε το διατεταγμένο ζευγάρι δραστών n_i και n_j με $<n_i, n_j>$ και, αν υπάρχει δεσμός ως προς την κατευθυνόμενη σχέση που μελετούμε, τότε γράφουμε $n_i \rightarrow n_j$. Τα στοιχεία ή τα διατεταγμένα ζεύγη των σχετιζόμενων δραστών στο L θα συμβολίζονται με το σύμβολο *l*. Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν *t* στοιχεία στο L, δηλαδή, υπάρχουν *t* κατευθυνόμενοι δεσμοί μεταξύ των δραστών του συνόλου N, τους οποίους συμβολίζουμε με l_1, l_2, …, l_t, οπότε L = $\{l_1, l_2, …, l_t\}$. Τα στοιχεία του L μπορούν να παρασταθούν γραφικά σχεδιάζοντας μια κατευθυνόμενη γραμμή, που πηγαίνει από τον πρώτο δράστη του ζεύγους στο δεύτερο. Δηλαδή, αν ο κατευθυνόμενος δεσμός l_k (για κάποιο k = 1, 2, …, t) αντιστοιχεί στη σχέση $n_i \rightarrow n_j$, τότε στην γραφική αναπαράσταση έχουμε μια κατευθυνόμενη γραμμή, που πηγαίνει από το δράστη n_i στον n_j. Επειδή δράστες και κόμβοι (ή κορυφές) ταυτίζονται, έχει νόημα να μιλάμε στη γραφική αναπαράσταση της σχέσης η οποία μελετάται για κατευθυνόμενες γραμμές μεταξύ δραστών. Βέβαια ένας καλύτερος όρος για την κατευθυνόμενη γραμμή είναι το τόξο, που από εδώ και στο εξής θα χρησιμοποιούμε. Επιπλέον, ταυτίζουμε το σύνολο t των δεσμών μεταξύ διατεταγμένων ζευγαριών σχετιζόμενων δραστών με το σύνολο των κατευθυνόμενων γραμμών (τόξων), που είναι οι συνδέσεις μεταξύ των δραστών των ζευγαριών αυτών στη γραφική τους αναπαράσταση. Προφανώς, κάθε διατεταγμένο ζευγάρι δραστών ορίζει ένα τόξο μιας σύνδεσης και σε κάθε τόξο που συνδέει δυο δράστες αντιστοιχεί ένα διατεταγμένο ζευγάρι δραστών. Η χρήση των συμβόλων L και *l* προέρχεται από το πρώτο γράμμα της αγγλικής λέξης *Line* για τη γραμμή.

Επειδή ένας γράφος αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων N και ένα σύνολο συνδέσεων L, ο γράφος παρίσταται από το ζεύγος (N, L). Θα χρησιμοποιούμε το σύμβολο G για να συμβολίσουμε το γράφο από το πρώτο γράμμα της αντίστοιχης αγγλικής λέξης graph. Επειδή ως τώρα οι συνδέσεις μεταξύ των κόμβων του γράφου (στην πραγματικότητα μεταξύ όσων κόμβων είναι συνδεδεμένοι) είναι κατευθυνόμενες γραμμές, δηλαδή τόξα, ο γράφος G ονομάζεται *κατευθυνόμενος γράφος (directed graph)*. Πρέπει να παρατηρήσουμε ότι με το συμβολισμό της θεωρίας των γράφων, τα δυο σύνολα, από τη μια μεριά το σύνολο των δραστών και από την άλλη μεριά το σύνολο των κατευθυνόμενων συνδέσεων (τόξων) ή ισοδύναμα των διατεταγμένων ζευγών δραστών, επαρκούν για τη μαθηματική περιγραφή των σημαντικών χαρακτηριστικών ενός κοινωνικού δικτύου στο οποίο μετράται μία μόνο διχοτομική και κατευθυνόμενη σχέση. Πρέπει να παρατηρήσουμε ότι για τον τύπο των σχέσεων, που εξετάζουμε εδώ έχουμε παραβλέψει την περίπτωση ένας δράστης να συνδέεται με τον ίδιον του τον εαυτό. Ουσιαστικά για πολλές σχέσεις δεν έχει νόημα να πούμε ότι ένας δράστης σχετίζεται με τον εαυτό του. Για παράδειγμα, όταν καταγράφουμε τη σχέση φιλίας μεταξύ κάποιας ομάδας δραστών, ζητάμε από κάθε δράστη να μας πει αν είναι ή όχι φίλος με κάθε άλλο δράστη της ομάδας, φυσικά εξαιρουμένου του ιδίου. Έτσι όταν μελετάμε τέτοιες σχέσεις σαν της φιλίας το σύνολο L δεν περιέχει τους ονομαζόμενους αυτό-βρόχους (self-loops) δηλαδή συνδέσεις από κάποιο δράστη στον εαυτό του.

Υπάρχουν όμως σχέσεις που είναι *μη κατευθυνόμενες* (undirected relation) και στις οποίες δεν μπορούμε να διαχωρίσουμε τη σύνδεση που πηγαίνει από το δράστη n_i προς το δράστη n_j, από τη σύνδεση εκείνη που πηγαίνει από το δράστη n_j προς το δράστη n_i. Για παράδειγμα, μπορούμε να εξετάσουμε ένα σύνολο δραστών και να καταγράψουμε αν ο ένας '*μένει κοντά'* με έναν άλλο. Έτσι η σχέση αυτή ενώ εξακολουθεί να είναι διχοτομική τώρα είναι μη κατευθυνόμενη (ή συμμετρική), δηλαδή αν ο n_i μένει κοντά στον n_j, τότε αναγκαστικά και ο n_j μένει κοντά στον n_i. Για κάθε δύο δράστες τα δυο διατεταγμένα ζεύγη ανταποκρίνονται με τον ίδιο τρόπο στη μελετούμενη σχέση. Επομένως, στην περίπτωση των μη κατευθυνόμενων σχέσεων απαιτείται μόνο μια μέτρηση για κάθε ζεύγος και όχι δύο όπως για τις κατευθυνόμενες σχέσεις για τη καταγραφή τους. Το σύνολο L των ζευγών των συσχετιζόμενων δραστών (ή ισοδύναμα των ζευγών των συνδεδεμένων κόμβων) μπορεί να περιέχει το πολύ $g(g – 1)/2$ ζεύγη. Η σειρά στο κάθε ζεύγος δραστών δεν έχει σημασία αφού και οι δύο δράστες σχετίζονται (ή όχι) ο ένας με τον άλλο με τον ίδιο τρόπο. Έτσι στην περίπτωση αυτή, ταυτίζουμε το σύνολο L των ζευγών των συσχετιζόμενων δραστών με το σύνολο των γραμμών (ή πλευρών) που είναι οι συνδέσεις μεταξύ των δραστών των ζευγών αυτών. Κάθε ζεύγος δραστών ορίζει τη γραμμή μιας σύνδεσης και σε κάθε γραμμή που συνδέει δυο δράστες αντιστοιχεί ένα ζεύγος δραστών. Ο γράφος G = (N, L) ονομάζεται *μη κατευθυνόμενος γράφος(undirected graph)*. Τις περισσότερες φορές μιλώντας απλώς για γράφο, θα εννοούμε μη κατευθυνόμενο γράφο.

Ένα παράδειγμα στο οποίο εφαρμόζονται οι προαναφερθείσες έννοιες παρουσιάζεται ακολούθως. Έστω το σύνολο των g = 6 μαθητών: Αφροδίτη, Άρης, Γιώργος, Μιχάλης, Δήμητρα και Ιωάννα. Έχουμε λοιπόν N = {Αφροδίτη, Άρης, Γιώργος, Μιχάλης, Δήμητρα, Ιωάννα}, ένα σύνολο 6 δραστών και αναφερόμαστε στους μαθητές με τα σύμβολά τους: n_1 = Αφροδίτη, n_2 = Άρης, n_3 = Γιώργος, n_4 = Μιχάλης, n_5 = Δήμητρα, n_6 = Ιωάννα.

Ας υποθέσουμε ότι η σχέση (διχοτομική και κατευθυνόμενη) η οποία μελετάται είναι η '*σχέση της φιλίας*'. Για το σκοπό αυτό ρωτάμε κάθε μαθητή αν θεωρεί (ή όχι) σαν φίλο του κάθε άλλο μαθητή και καταγράφουμε τις απαντήσεις τους. Στα δεδομένα που προκύπτουν από την έρευνα μας αυτή, ας υποθέσουμε ότι οκτώ από τα τριάντα δυνατά διατεταγμένα ζεύγη μαθητών ικανοποιούν τη σχέση φιλίας (δηλαδή, εμφανίζονται 8 από τα 30 δυνατά τόξα) και στα υπόλοιπα 22 ζεύγη δεν καταγράφεται η σχέση φιλίας (δηλαδή, δεν εμφανίζονται 22 τόξα). Έστω, τότε, ότι τα L = 8 ζεύγη είναι τα εξής: < Αφροδίτη, Άρης >, < Αφροδίτη, Δήμητρα >, < Άρης, Ιωάννα >, < Άρης, Γιώργος >, < Γιώργος, Άρης >, < Μιχάλης, Δήμητρα >, < Δήμητρα, Ιωάννα > και < Ιωάννα, Άρης >. Έτσι, τα στοιχεία του συνόλου L είναι οι εξής οκτώ παρατηρούμενοι δεσμοί φιλίας μεταξύ των μαθητών: l_1 = < Αφροδίτη, Άρης >, l_2 = < Αφροδίτη, Δήμητρα >, … και l_8 = < Ιωάννα, Άρης >. Δηλαδή τα δεδομένα που καταγράψαμε μας λένε ότι η Αφροδίτη θεωρεί ότι είναι φίλη με τον Άρη, η Αφροδίτη επίσης θεωρεί ότι είναι φίλη με την Δήμητρα, ο Άρης θεωρεί ότι είναι φίλος με την Ιωάννα κ.τ.λ. Επίσης ενδιαφέρον παρουσιάζει να παρατηρήσουμε ότι η σχέση αυτή της φιλίας δεν είναι αμοιβαία. Αυτό σημαίνει ότι, αν ο n_i δηλώσει πως ο n_j είναι φίλος του (δηλαδή, $n_i \rightarrow n_j$), είναι πιθανό να μην υπάρχει ανταπόκριση στο αίσθημα αυτό, δηλαδή, ο n_j να μην θεωρεί φίλο τον n_i. Κάθε γράφος μπορεί να παρασταθεί σαν ένα διάγραμμα στο οποίο οι κόμβοι παριστάνονται με σημεία στο επίπεδο και τα τόξα (ή γραμμές) παριστάνονται με διανύσματα μεταξύ των δυο συνδεδεμένων σημείων. Έτσι στο παράδειγμά μας οι έξι μαθητές παριστάνονται σαν έξι σημεία στο επίπεδο. Να σημειώσουμε όμως ότι η θέση στο επίπεδο των σημείων που αναπαριστούν τους μαθητές επιλέγεται τυχαία. Για το παράδειγμά μας μπορούμε λοιπόν να πάρουμε έξι σημεία στο επίπεδο και να σχεδιάσουμε τα οκτώ τόξα, που παριστάνουν τα οκτώ διατεταγμένα ζεύγη των μαθητών που είναι φίλοι. Αυτός ο κατευθυνόμενος γράφος ή *κοινωνιόγραμμα* (όπως θα δούμε πιο κάτω ότι ονομάζεται ένας τέτοιος γράφος) αποτυπώνεται στο σχήμα 2.1.



Σχήμα 2.1: Οι έξι δράστες με τους οκτώ δεσμούς τους.

Πολλές Σχέσεις

Σε ένα σύνολο δεδομένων που περιγράφουν ένα κοινωνικό δίκτυο μπορεί να έχουμε περισσότερες από μια σχέσεις. Ο συμβολισμός της θεωρίας γράφων μπορεί να γενικευτεί για τέτοια πολυ-σχεσιακά δίκτυα συμπεριλαμβανομένων και κατευθυνόμενων και μη κατευθυνόμενων σχέσεων. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να μελετήσουμε δυο σχέσεις που μπορεί να συνδέουν (ή όχι) τις επιχειρήσεις μιας περιοχής. Η πρώτη σχέση θα μπορούσε να είναι αν δύο επιχειρήσεις συναλλάσσονται η μία με την άλλη ή όχι, ή όταν π.χ. η επιχείρηση n_i πουλά τα προϊόντα ή τις υπηρεσίες της στην επιχείρηση n_j. Η δεύτερη σχέση θα μπορούσε να είναι αν δύο επιχειρήσεις διαπλέκονται (ή όχι) διαμέσου των διοικητικών συμβουλίων τους, ή όταν π.χ. ένα μέλος του διοικητικού συμβουλίου της επιχείρησης n_i είναι επίσης μέλος και του διοικητικού συμβουλίου της επιχείρησης n_j. Είναι εύκολο να δώσουμε τη γενίκευση για πολλαπλές σχέσεις του συμβολισμού για την περίπτωση μιας μόνο διχοτομικής σχέσης που ήδη έχουμε παρουσιάσει πιο πάνω.

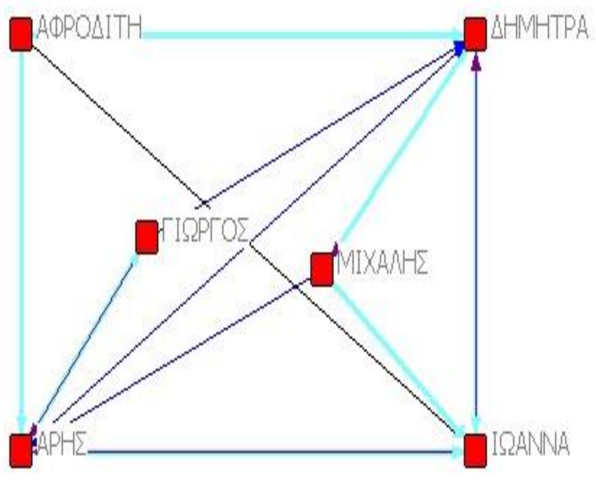
Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι ενδιαφερόμαστε για δύο τουλάχιστον σχέσεις οι οποίες ορίζονται για ζεύγη δραστών από το σύνολο N. Έστω *R* ο αριθμός αυτών των σχέσεων. Το γράμμα R προέρχεται από την αντίστοιχη αγγλική λέξη για τη σχέση, *Relation* Κάθε μία από αυτές τις σχέσεις μπορεί να παρασταθεί με έναν κατευθυνόμενο ή μη κατευθυνόμενο γράφο. Συνεπώς σε κάθε σχέση αντιστοιχεί ένα σύνολο γραμμών ή τόξων το οποίο καθορίζει ποιες συνδέσεις (κατευθυνόμενες ή όχι) εμφανίζονται στο γράφο (κατευθυνόμενο ή μη κατευθυνόμενο) για την εν λόγω σχέση. Έτσι σε κάθε σχέση αντιστοιχεί ένα σύνολο γραμμών ή τόξων L_r, του οποίου τα στοιχεία είναι L_r ζεύγη δραστών (διατεταγμένων ή όχι) ή ισοδύναμα L_r δεσμοί μεταξύ ζευγών δραστών. Εδώ ο δείκτης *r* παίρνει τιμές από 1 ως *R*, όπου *R* είναι ο συνολικός αριθμός των σχέσεων. Κάθε ένα από αυτά τα *R* σύνολα ορίζει έναν γράφο (κατευθυνόμενο ή μη κατευθυνόμενο) για τους δράστες (κόμβους) του συνόλου N. Οι γράφοι αυτοί μπορούν να αναπαρασταθούν με διάφορους τρόπους. Ενώ κάθε σχέση ορίζεται για το ίδιο σύνολο δραστών, αντιστοιχεί σε διαφορετικό σύνολο συνδέσεων (γραμμών ή τόξων). Έτσι, στην *r*-ιοστή σχέση μπορούμε να αντιστοιχήσουμε το γράφο (N, L_r), για $r = 1, 2, ..., R$.

Για παράδειγμα ας επιστρέψουμε στο προηγούμενο σύνολο των μαθητών και ας θεωρήσουμε τις εξής τρεις ($R = 3$) σχέσεις: (1) Ποιος μαθητής θεωρεί ποιον άλλον για φίλο του στην αρχή του σχολικού έτους; (2) Ποιος μαθητής θεωρεί ποιον άλλον για φίλο του στο τέλος του σχολικού έτους; (3) Ποιος μαθητής μένει κοντά σε ποιον άλλον; Οι δυο πρώτες σχέσεις είναι κατευθυνόμενες ενώ η τελευταία είναι μη κατευθυνόμενη. Ας υποθέσουμε ότι $L_1 = 8$, $L_2 = 11$ και $L_3 = 12$ είναι, αντίστοιχα, για τις τρεις σχέσεις, οι αριθμοί των σχετιζόμενων ζευγών δραστών (που αποτελούν διατεταγμένα ζεύγη μόνο για τις δύο πρώτες σχέσεις). Παρακάτω παραθέτουμε στον Πίνακα 2.1 αυτά τα τρία σύνολα.

Σχέση 1 **Φιλία στην Αρχή**	**Σχέση 2** **Φιλία στο Τέλος**	**Σχέση 3** **Γείτονες**
< Αφροδίτη, Άρης >	< Αφροδίτη, Άρης >	< Αφροδίτη, Δήμητρα >
< Αφροδίτη, Δήμητρα >	< Αφροδίτη, Δήμητρα >	< Αφροδίτη, Ιωάννα >
< Άρης, Ιωάννα >	< Άρης, Ιωάννα >	< Άρης, Γιώργος >
< Άρης, Γιώργος >	< Άρης, Γιώργος >	< Μιχάλης, Δήμητρα >
< Γιώργος, Άρης >	< Άρης, Δήμητρα >	< Μιχάλης, Ιωάννα >
< Μιχάλης, Δήμητρα >	< Γιώργος, Δήμητρα >	< Δήμητρα, Ιωάννα >
< Δήμητρα, Ιωάννα >	< Μιχάλης, Άρης >	
< Ιωάννα, Άρης >	< Μιχάλης, Δήμητρα >	
< Δήμητρα, Μιχάλης >		
< Ιωάννα, Δήμητρα >		
< Μιχάλης, Ιωάννα >		

Πίνακας 2.1: Τα ζευγάρια των μαθητών που συνδέονται ως προς τις τρεις σχέσεις.

Για μία μη κατευθυνόμενη σχέση, όπως αυτή της '*γειτνίασης*', οι μετρήσεις λαμβάνουν χώρα σε μη διατεταγμένα ζεύγη δραστών. Όπως γίνεται φανερό στην περίπτωση αυτή, όταν ένας δράστης σχετίζεται με έναν άλλον και ο δεύτερος σχετίζεται με τον πρώτο. Επομένως, αφού η Αφροδίτη μένει κοντά στη Δήμητρα, τότε και η Δήμητρα μένει κοντά στην Αφροδίτη. Όταν καταγράφουμε τα ζεύγη των συσχετιζόμενων δραστών σε μία μη κατευθυνόμενη σχέση (δηλαδή, όταν καταγράφουμε τις γραμμές των συνδέσεων), είναι προφανές ότι κάθε ζεύγος μπορεί να καταγραφεί το πολύ μια φορά. Θα χρησιμοποιούμε το συμβολισμό (• , •) για ζεύγη δραστών, στους οποίους εμφανίζεται δεσμός ως προς μία μη κατευθυνόμενη σχέση και το συμβολισμό < • , • > για δεσμούς ως προς μια κατευθυνόμενη σχέση. Η παρουσίαση τέτοιων καταλόγων σχετιζόμενων ζευγών μπορεί να μην είναι ένας εποπτικός τρόπος για την αναπαράσταση των πολλαπλών σχέσεων. Ένας εναλλακτικός τρόπος είναι να παρουσιαστούν τα τρία σύνολα L_1, L_2 και L_3 γραφικά. Τότε έχουμε δύο δυνατότητες, είτε να βάλουμε τόξα για κατευθυνόμενους γράφους ή γραμμές για μη κατευθυνόμενους γράφους σε τρία σχήματα (ένα για κάθε σχέση), είτε να δώσουμε ένα ενιαίο σχήμα, στο οποίο ταυτόχρονα περιέχονται τα σημεία που αντιπροσωπεύουν τους έξι δράστες και όλα τα τόξα ή οι γραμμές που αντιστοιχούν σε όλες τις σχέσεις. Βέβαια στη δεύτερη περίπτωση, πρέπει να χρησιμοποιήσουμε διαφορετικούς τύπους ή χρωματισμούς γραμμών για να αποδώσουμε τις συνδέσεις για διαφορετικές σχέσεις. Πιο συγκεκριμένα και όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.2, έχουμε χρησιμοποιήσει τρεις διαφορετικούς χρωματισμούς γραμμών για τις τρεις διαφορετικές σχέσεις: γραμμή χρώματος μωβ για τη σχέση 1 (φιλία στην αρχή της χρονιάς), γραμμή χρώματος μπλε για τη σχέση 2 (φιλία στο τέλος της χρονιάς) και χρώματος μαύρο για τη σχέση 3 (σχέση γειτνίασης). Επειδή η *φιλία* είναι μια κατευθυνόμενη σχέση χρησιμοποιούμε βέλη για να δείξουμε την κατεύθυνση των τόξων. Επειδή η *γειτνίαση* είναι μια μη κατευθυνόμενη σχέση δεν βάζουμε βέλη στις αντίστοιχες γραμμές (γραμμές μαύρου χρώματος).Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να αναφερθεί ότι για την κατασκευή των σχημάτων-παραδειγμάτων 2.1 και 2.2 έχει χρησιμοποιηθεί το εργαλείο οπτικής αναπαράστασης κοινωνικών δικτύων *UCINET* το οποίο και θα αναλυθεί εκτενέστερα σε επόμενο κεφάλαιο(κεφάλαιο 5).Ειδικά για το σχήμα 2.2 αξίζει να επισημάνουμε ότι η παρουσία μίας επιπλέον γραμμής χρώματος γαλάζιου και μεγαλύτερου πάχους από τις υπόλοιπες γραμμές, υποδηλώνει την ύπαρξη δυάδων κόμβων οι οποίοι σχετίζονται μεταξύ τους με περισσότερες από μία σχέσεις γεγονός που γίνεται φανερό και από τον πίνακα 2.1.



Σχήμα 2.2: Οι έξι δράστες και τα τρία σύνολα σχέσεων σε ένα γράφο.

Για να συνοψίσουμε έχουμε ξεκινήσει στην παράγραφο αυτή υποθέτοντας ότι μας δίνεται ένα συγκεκριμένο σύνολο δραστών N, το οποίο περιλαμβάνει g δράστες. Επίσης υποθέτουμε ότι έχουμε R σχέσεις και για κάθε σχέση, υπάρχει ένα σύνολο συνδέσεων (τόξων ή γραμμών), L_1, L_2, …, L_R. Αν είναι τόξα το σύνολο των συνδέσεων μπορεί να έχει το πολύ $g(g – 1)$ τόξα. Αν είναι γραμμές το σύνολο των συνδέσεων μπορεί να έχει το πολύ $g(g – 1)/2$ γραμμές. Αυτά τα τόξα ή γραμμές συνδέουν αντίστοιχα διατεταγμένα ή μη διατεταγμένα ζεύγη σχετιζόμενων δραστών ως προς κάθε σχέση. Κατά συνέπεια για να περιγραφεί πλήρως το σύνολο αυτών των δικτυακών δεδομένων, χρειάζεται να καθορισθούν το σύνολο N και τα R σύνολα συνδέσεων (τόξων ή γραμμών) L_1, L_2, …, L_R.

2.3.2 Κοινωνιομετρικός Συμβολισμός

Η κοινωνιομετρία είναι μια επιστημονική μέθοδος μέτρησης των κοινωνικών αποστάσεων, μια μέθοδος δηλαδή έρευνας των συμπαθειών και αντιπαθειών, στον εκάστοτε κάθε φορά εξεταζόμενο πληθυσμό. Ερευνώντας τη δυναμική της διαδικασίας δημιουργίας πλέγματος κοινωνικών σχέσεων καταλήγει σε συμπεράσματα που βοηθούν τις κοινωνικές διευθετήσεις (συνύπαρξη ατόμων, συνεργασία σε μια σχολική τάξη κ.λ.π.)Το κοινωνιόγραμμα μας βοηθά να μετρήσουμε και να περιγράψουμε όλες τις διαπροσωπικές σχέσεις. Κυρίως όμως, μετρά και περιγράφει τις σχέσεις εκείνες που αναφέρονται στις διαπροσωπικές συμπάθειες ή αντιπάθειες, έλξεις ή απώσεις, εκλογές ή απορρίψεις σε μια συγκεκριμένη κατάσταση μιας ομάδας. Ιδρυτής της κοινωνιομετρίας είναι ο Moreno που με τους κοινωνιομετρικούς ελέγχους (κοινωνιογράμματα) που ανακάλυψε βοήθησε στην ερμηνεία και διαπίστωση των αντιπαθειών ή συμπαθειών που τυχόν υπάρχουν, ανάμεσα στα μέλη μιας εξεταζόμενης ομάδας. Η μέθοδος αυτή αποτελεί μέχρι και σήμερα μια από τις εγκυρότερες τεχνικές αποτύπωσης και ανάδειξης της εσωτερικής δυναμικής των ομάδων με σημαντική συνδρομή στο χώρο των Επιστημών της Αγωγής όπως και σε ποικίλα περιβάλλοντα οργανισμών για να αποκαλύψει και να εξετάσει τις αλληλεπιδράσεις ανάμεσα στα πρόσωπα που συγκροτούν τις επιμέρους δομές. Η μετεξέλιξη της μεθόδου, με σαφέστερες κοινωνιολογικές αναφορές και τη συνδρομή των μαθηματικών, συγκρότησε την κρίσιμη μάζα για την ανάπτυξη της τεχνικής της ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων (Social Network Analysis).

Η κοινωνιομετρία έχει αναπτυχθεί και επεκταθεί κατά τη διάρκεια του προηγούμενου μισού αιώνα τόσο πολύ έτσι ώστε οι αντίστοιχες μελέτες να ονομάζονται τώρα απλά κοινωνιολογικές ή μερικές φορές κοινωνικές-ψυχολογικές. Οι πρώτοι επιστήμονες που ασχολήθηκαν με την κοινωνιομετρία δημοσίευσαν ένα μεγάλο μέρος των ερευνών τους στο περιοδικό *Sociometry,* το οποίο αρχικά ονομαζόταν *Social Psychology* και, έπειτα *Social Psychology Quarterly* στα τέλη της δεκαετίας του 1970. Ο Moreno διετέλεσε ιδρυτικό μέλος της συντακτικής επιτροπής του *Sociometry*. Ο Moreno και άλλοι ερευνητές ανέπτυξαν ένα πολύ χρήσιμο συμβολισμό για τα κοινωνικά δίκτυα ο οποίος ονομάζεται κοινωνιομετρικός συμβολισμός. Τα κοινωνιογράμματα και οι κοινωνιοπίνακες χρησιμοποιήθηκαν για πρώτη φορά από τον Moreno (1934), που έδειξε πώς αυτά θα μπορούσαν να αναπαραστήσουν τις σχεσιακές αλληλεπιδράσεις που απεικονίζονται σε ένα κοινωνικό δίκτυο. Η εστίαση της έρευνας του Moreno και ενός μεγάλου μέρους της κοινωνιομετρικής βιβλιογραφίας των δεκαετιών του 1930 και του 1940 επικεντρωνόταν στο πόσο χρήσιμο είναι να απεικονιστούν οι διαπροσωπικές αλληλεπιδράσεις χρησιμοποιώντας κοινωνιογράμματα ακόμη και για σύνολα με πολύ μεγάλο πλήθος δραστών. Ο Moreno (1934) και ο Northway (1940) ήταν οι πρώτοι που θεμελίωσαν τους κανόνες για τη σχεδίαση των κοινωνιογραμμάτων. Αυτοί οι πρωτοπόροι κοινωνιομετρητές προσπαθούσαν να βρουν τεχνικές για να μελετήσουν την αποδοχή κάθε δράστη από το σύνολο των δραστών και για να προσδιορίσουν ποιες επιλογές των δραστών ήταν οι πιο σημαντικές για τη δομή της ομάδας. Οι Lindzey & Byrne (1968) στηριζόμενοι στις αρχικές οδηγίες του Moreno, έχουν παρουσιάσει μια πολύ καλή συζήτηση πάνω στο θέμα της μέτρησης των σχέσεων. Στη δεκαετία του 1980 εξ αιτίας των καινοτομιών που επετεύχθησαν στην πληροφορική παρατηρήθηκε μια αναθέρμανση του ενδιαφέροντος για τις γραφικές αναπαραστάσεις των δεδομένων των κοινωνικών δικτύων (Klovdahl, 1986). Στην πραγματικότητα ο Moreno προτιμούσε τη χρήση των κοινωνιογραμμάτων περισσότερο από τους κοινωνιοπίνακες και είχε δημοσιεύσει αρκετά επιχειρήματα εναντίον των υπερασπιστών των κοινωνιοπινάκων όπως ήταν ο Katz.

Παρότι διαρκώς αυξάνονταν το ενδιαφέρον για τα διαγράμματα σαν τα κοινωνιογράμματα, οι μελετητές δεν ήταν ευχαριστημένοι με το γεγονός ότι διαφορετικοί ερευνητές χρησιμοποιώντας τα ίδια δεδομένα μπορούσαν να παραγάγουν τόσα πολλά διαφορετικά (σε εμφάνιση) κοινωνιογράμματα, τόσα όσοι και οι ίδιοι οι ερευνητές. Όπως έχουμε αναφέρει, η τοποθέτηση των δραστών και των γραμμών (ή τόξων) στο δισδιάστατο χώρο είναι απολύτως αυθαίρετη. Συνεπώς η χρήση των κοινωνιοπινάκων για το συμβολισμό των δεδομένων των κοινωνικών δικτύων διαρκώς αυξάνονταν στη δεκαετία του 1940. Στη βιβλιογραφία της δεκαετίας του 1940 υπάρχουν ποικίλες μέθοδοι για την ανάλυση και την επεξεργασία των κοινωνιοπινάκων (Dodd, 1940, Katz, 1947, Festinger, 1949, Luce & Perry, 1949, Harary, Norman & Cartwright, 1965). Οι Forsyth & Katz (1946) υποστήριζαν τη χρήση των κοινωνιοπινάκων έναντι των κοινωνιογραμμάτων για την τυποποίηση της ποσοτικοποίησης των κοινωνικών αλληλεπιδράσεων και μια πιο αντικειμενική αναπαράσταση των δικτυακών δεδομένων. Η έρευνα αυτή εμφανίζεται να είναι η πρώτη που εστιάζεται στις παραγόμενες υπό-ομαδοποιήσεις των δραστών. Ο Katz (1947) πρότεινε μια κανονική ανάλυση του κοινωνιοπίνακα για να επιτύχει τη σύγκριση του παρατηρούμενου κοινωνιοπίνακα με έναν ιδεατό κοινωνιοπίνακα μια ιδέα που για πρώτη φορά προτάθηκε από τον Northway (1940, 1951, 1952). Έδειξε επίσης πώς οι κοινωνιοπίνακες θα μπορούσαν να αναδιαταχθούν μέσω των πινάκων μετάθεσης για να προσδιορισθούν κάποιες υποομάδες δραστών και πώς οι επιλογές ενός συγκεκριμένου δράστη θα μπορούσαν να ιδωθούν σαν ένα πολυδιάστατο διάνυσμα. Ο Festinger (1949) εφάρμοζε τον πολλαπλασιασμό των πινάκων στους κοινωνιοπίνακες και περιέγραφε πώς τα γινόμενα ενός κοινωνιοπίνακα με τον εαυτό του (ιδιαίτερα οι τετραγωνικές και κυβικές δυνάμεις) μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον προσδιορισμό κλικών ή υποομάδων όμοιων δραστών (Chabot, 1950). Επειδή τέτοιες δυνάμεις έχουν μία απλή ερμηνεία στο πλαίσιο της θεωρίας των γράφων, αυτή η έρευνα διευκόλυνε το πέρασμα στην εποχή των θεωρητικών προσεγγίσεων, με βάση τη θεωρία των γράφων, για την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων. Οι Luce & Perry (1949) και Luce (1950) πρότειναν μια από τις πρώτες τεχνικές για τον προσδιορισμό κλικών ή υποομάδων δραστών χρησιμοποιώντας μάλλον εξεζητημένους για την περίοδο εκείνη κοινωνιομετρικούς υπολογισμούς, κάτω από ένα επιμελημένο σύνολο θεωρημάτων τα οποία περιέγραφαν τις ιδιότητες και τη μοναδικότητα της προσέγγισής τους (που είναι η ονομαζόμενη *ανάλυση των n-κλικών*). Οι Bavelas (1948, 1950) και Leavitt (1951) εισήγαγαν την έννοια της κεντρικότητας στην ανάλυση των κοινωνικών δικτύων. Από το τέλος της δεκαετίας του 1950, οι ερευνητές είχαν αρχίσει να σκέφτονται για τους ηλεκτρονικούς υπολογισμούς των κοινωνιομετρικών δεδομένων (Beum&Criswell, 1947, Katz, 1950, Beum&Brundage, 1950), στις περιπτώσεις που αυτά αποτελούνται από ένα μεγάλο πλήθος κοινωνιοπινάκων. Η έρευνα των Katz (1953), MacRae (1960), Wright&Evitts (1961), Coleman (1964), Hubbell (1965) καθώς και οι μέθοδοι που διαπραγματευόταν ο Mitchell (1969), στηριζόταν εκτενώς στους υπολογιστές για τον προσδιορισμό διαφόρων μέτρων με βάση τη θεωρία των γράφων. Η δεκαετία του 1950 και τα πρώτα χρόνια της δεκαετίας του 1960 έγιναν η εποχή της θεωρίας των γράφων στην κοινωνιομετρία.

Η διαχωριστική γραμμή μεταξύ των κοινωνιομετρικών προσεγγίσεων και των προσεγγίσεων με βάση τη θεωρία των γράφων για την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων άρχισε να γίνεται πιο θολή μετά την πρώτη περίοδο του κλάδου καθώς οι υπολογιστές άρχιζαν να διαδραματίζουν ένα μεγαλύτερο ρόλο στην ανάλυση των δεδομένων. Τα κοινωνονιογράμματα εξασθένιζαν σε σημασία καθώς οι κοινωνιοπίνακες γινόντουσαν πιο δημοφιλείς και καθώς επικρατούσαν περισσότεροι μαθηματικοί και στατιστικοί δείκτες που χρησιμοποιούσαν τους κοινωνιοπίνακες σε αντίθεση με τις αρχικές ανησυχίες του Moreno (1946). Η ιστορία βέβαια έγειρε την πλάστιγγα προς την πλευρά του σχήματος συμβολισμού των κοινωνιοπινάκων. Πράγματι, οι περισσότερες ερευνητικές εργασίες και τα βιβλία της μεθοδολογίας των κοινωνικών δικτύων αρχίζουν με τον ορισμό ενός κοινωνιοπίνακα. Για τις περισσότερες μεθόδους των κοινωνικών δικτύων ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός είναι πιθανώς ο μόνος απαραίτητος. Είναι επίσης το προτιμούμενο σχήμα συμβολισμού από τα περισσότερα υπολογιστικά προγράμματα ανάλυσης δικτύων. Εντούτοις, είναι σημαντικό να παρατηρήσουμε, ότι ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός δεν μπορεί εύκολα να ποσοτικοποιήσει ή να εκφράσει τα χαρακτηριστικά των δραστών και για αυτό είναι περιορισμένης εμβέλειας. Είναι χρήσιμος, κυρίως όταν δεν μετριούνται τα χαρακτηριστικά των δραστών. Όμως η σχέση, που υπάρχει μεταξύ του κοινωνιομετρικού συμβολισμού και του γενικότερου συμβολισμού της θεωρίας των γράφων είναι ένας παράγοντας ο οποίος συμβάλλει στη δημοτικότητα αυτής της προσέγγισης. Συγκεκριμένα λοιπόν ονομάζουμε *κοινωνιομετρικά δεδομένα,* ένα σύνολο δεδομένων, που περιγράφουν το κοινωνικό δίκτυο μιας ομάδας ανθρώπων, στο οποίο μετρούνται οι συναισθηματικές σχέσεις μεταξύ των μελών της ομάδας.

Τα σχεσιακά δεδομένα συχνά παρουσιάζονται σε δισδιάστατους πίνακες που ονομάζονται *κοινωνιοπίνακες* (*sociomatrices*). Οι δυο διαστάσεις ενός κοινωνιοπίνακα αποτελούνται από τους δράστες-πομπούς (σειρές) και τους δράστες-δέκτες (στήλες). Προφανώς όταν έχουμε ένα δίκτυο μιας κατηγορίας, ο κοινωνιοπίνακας είναι τετραγωνικός. Όταν η σχέση ενός κοινωνικού δικτύου είναι διχοτομική, ο κοινωνιοπίνακας ταυτίζεται με αυτόν που στη θεωρία γράφων ονομάζεται *πίνακας γειτνίασης*. Στην περίπτωση αυτή, η αντίστοιχη γραφική παράσταση του γράφου ονομάζεται *κοινωνιόγραμμα*. Έτσι ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός μπορεί να θεωρηθεί συμπληρωματικός του συμβολισμού της θεωρίας των γράφων που περιγράψαμε παραπάνω. Θα σπάσουμε λοιπόν την παρουσίαση του κοινωνιομετρικού συμβολισμού και των κοινωνιοπινάκων σε δυο τμήματα. Πρώτα, θα περιγράψουμε πώς μπορούμε να κατασκευάσουμε τους δισδιάστατους κοινωνιομετρικούς πίνακες, όταν υπάρχει μόνο ένα σύνολο δραστών και μόνο μία σχέση και μετά όταν έχουμε ένα σύνολο δραστών αλλά περισσότερες της μίας σχέσεις.

Μια Σχέση

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε μια μοναδική σχέση που μετριέται σε ένα σύνολο g δραστών, το σύνολο N = $\{n_1, n_2, ..., n_g\}$. Θα συμβολίζουμε με X αυτήν τη σχέση που υποθέτουμε ότι είναι κατευθυνόμενη και σε αυτήν κάθε δεσμός δραστών παίρνει διακριτές τιμές (που θα ορισθούν στη συνέχεια). Η σχέση αυτή μετριέται στα διατεταγμένα ζευγάρια των δραστών, που μπορούν να σχηματισθούν μεταξύ όλων των μελών του συνόλου N. Ας θεωρήσουμε τώρα τις μετρήσεις, που λαμβάνονται για κάθε διατεταγμένο ζεύγος δραστών. Έστω x_{ij} η τιμή του δεσμού από τον *i*-οστό δράστη στον *j*-οστό δράστη για τη σχέση X. Θέτουμε τώρα αυτές τις μετρήσεις σε έναν *κοινωνιοπίνακα*. Στις γραμμές και τις στήλες αυτού του κοινωνιοπίνακα καταχωρούνται οι δράστες με την ίδια σειρά. Επειδή υπάρχουν g δράστες, ο πίνακας είναι μεγέθους $g \times g$. Ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός χρησιμοποιεί τέτοιους πίνακες για να αναπαραστήσει τις μετρήσεις στους δεσμούς του κοινωνικού δικτύου. Για τη σχέση X, έστω X΄ ο αντίστοιχος κοινωνιοπίνακας. Ο πίνακας αυτός έχει g γραμμές και g στήλες. Η τιμή του δεσμού από τον n_i στον n_j τοποθετείται στο (*i,j*)-οστό στοιχείο του πίνακα X΄. Δηλαδή, τα στοιχεία του πίνακα X΄ = $\{x_{ij}\}$ ορίζονται ως εξής: x_{ij}= η τιμή του δεσμού από τον n_i στον n_j για τη σχέση X, όπου τα *i* και *j* ($i \neq j$) παίρνουν ως τιμές όλους τους ακέραιους αριθμούς από το 1 ως το g. Ας παρατηρήσουμε ότι τα στοιχεία του πίνακα X΄ μπορούν να ιδωθούν σαν οι κωδικοποιημένες τιμές της σχέσης X. Στην ειδική περίπτωση που η σχέση είναι διχοτομική, τότε οι τιμές που παίρνει ο δεσμός είναι απλά 0 (όταν δεν υπάρχει σχέση μεταξύ n_i και n_j) και 1 (όταν υπάρχει σχέση μεταξύ n_i και n_j). Τα ζευγάρια που αποτελούνται από τον ίδιο δράστη δυο φορές, (n_i, n_i), όπου i = 1, 2, ..., g, καλούνται *αυτό-επιλογές* (self-loops) για μια συγκεκριμένη σχέση και συνήθως δεν ορίζονται. Αυτές οι αυτό-επιλογές βρίσκονται κατά μήκος της κυρίας διαγωνίου (diagonal) του κοινωνιοπίνακα και κατά συνέπεια όλα τα στοιχεία της κυρίας διαγωνίου ενός κοινωνιοπίνακα δεν είναι ορισμένα (είναι απόντα). Πάντως υπάρχουν καταστάσεις στις οποίες οι αυτό-επιλογές μπορεί να έχουν νόημα. Σε τέτοιες περιπτώσεις, τα διαγώνια στοιχεία $\{x_{ii}\}$ του κοινωνιοπίνακα είναι ορισμένα. Συνήθως, θα θεωρούμε ότι τα διαγώνια στοιχεία ενός κοινωνιοπίνακα δεν είναι ορισμένα αφού οι περισσότερες μέθοδοι ανάλυσης των κοινωνικών δικτύων αγνοούν τα στοιχεία αυτά.

Ας υποθέσουμε λοιπόν ότι όλοι οι δεσμοί της σχέσης X παίρνουν κάποιες διακριτές τιμές. Ειδικότερα, θα υποθέσουμε ότι όλες οι δυνατές τιμές των δεσμών της σχέσης αυτής προέρχονται από το σύνολο {0, 1, 2, ..., C – 1}, για κάποιο C = 2, 3, ... Αν η σχέση είναι διχοτομική, τότε οι δεσμοί μπορούν να πάρουν C = 2 τιμές. Επομένως, το C ορίζεται ως το πλήθος των διαφορετικών τιμών που μπορεί να πάρει ο δεσμός. Αν οι δεσμοί της σχέσης παίρνουν διακριτές τιμές αλλά διαφορετικές από τους ακέραιους που βρίσκονται στο διάστημα από 0 ως C – 1 τότε μπορούμε εύκολα να μετασχηματίσουμε τις πραγματικές τιμές σε τιμές για αυτό το διάστημα. Π.χ. αν οι δεσμοί της σχέσης μπορούν να πάρουν τις τιμές -1, 0, 1, τότε είναι δυνατό να μετασχηματίσουμε το -1 στο 0, το 0 στο 1 και το +1 στο 2 (έτσι ώστε C = 3). Ένα καλό χαρακτηριστικό του κοινωνιομετρικού συμβολισμού είναι η δυνατότητά του να χειρίζεται σχέσεις με δεσμούς που παίρνουν τιμές. Στο κομμάτι που ακολουθεί μεταβαίνουμε στην εφαρμογή του κοινωνιομετρικού συμβολισμού από την ειδική περίπτωση ενός κοινωνικού δικτύου που το χαρακτηρίζει μία μοναδική σχέση, στην πιο γενικευμένη περίπτωση ενός κοινωνικού δικτύου πολλαπλών σχέσεων.

Πολλές Σχέσεις

Υποθέτουμε ότι έχουμε τις *R* σχέσεις X_1, X_2, …, X_R, που μελετώνται σε ένα μοναδικό σύνολο δραστών. Στην προηγούμενη παράγραφο προχωρήσαμε στην ανάλυση μίας πλειότιμης σχέσης για ένα συγκεκριμένο σύνολο δραστών. Συνεπώς αποδώσαμε σε κάθε δεσμό αυτής της σχέσης, μία διακριτή τιμή που τον χαρακτηρίζει μέσα από ένα συγκεκριμένο σύνολο τιμών. Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο και σε αυτή την περίπτωση των πολλαπλών σχέσεων, υποθέτουμε ότι οι δεσμοί για κάθε μία από τις σχέσεις αυτές παίρνουν τιμές και οι τιμές των δεσμών για τη κάθε σχέση X_r (για r = 1, 2, …, *R*) βρίσκονται στο σύνολο {0, 1, 2, ..., C_r – 1}. Ας θεωρήσουμε τώρα τις μετρήσεις σε κάθε δυνατό διατεταγμένο ζεύγος δραστών. Έστω x_{ijr} η τιμή του δεσμού από τον *i*-οστό δράστη στον *j*-οστό δράστη για την *r*-οστή σχέση. Θέτουμε τώρα αυτές τις μετρήσεις σε μια συλλογή κοινωνιοπινάκων, όπου κάθε κοινωνιοπίνακας αντιστοιχεί σε κάθε μια σχέση. Στις γραμμές και τις στήλες αυτού του κοινωνιοπίνακα καταχωρούνται οι δράστες με την ίδια σειρά. Με τον τρόπο αυτό, οι γραμμές και οι στήλες όλων των κοινωνιοπινάκων ορίζονται όμοια. Κάθε πίνακας επομένως, έχει μέγεθος *g* x *g*. Έστω μία από τις σχέσεις ας πούμε η X_r, και έστω X'_r ο αντίστοιχος κοινωνιοπίνακας για τη σχέση αυτή. Η τιμή του δεσμού από τον n_i στον n_j τοποθετείται στο (*i,j*)-οστό στοιχείο του πίνακα X'_r. Δηλαδή, τα στοιχεία του πίνακα $X'_r = \{x_{ijr}\}$ αυτού ορίζονται ως εξής: x_{ijr} = η τιμή του δεσμού από τον n_i στον n_j για τη σχέση X_r, όπου τα *i* και *j* ($i \neq j$) παίρνουν τιμές όλους τους ακέραιους αριθμούς από το 1 ως το *g* και r = 1, 2, ..., *R*. Όπως ήδη είπαμε οι ακέραιες τιμές που παίρνει το x_{ijr} βρίσκονται στο διάστημα από 0 ως C_r – 1. Τα στοιχεία του πίνακα X'_r μπορούν να ιδωθούν σαν οι κωδικοποιημένες τιμές της σχέσης X_r. Υπάρχουν *R* κοινωνιοπίνακες τάξης *g* x *g*, ένας για κάθε σχέση, ορισμένοι για τους δράστες του συνόλου Ν. Στην πραγματικότητα, θα μπορούσαμε να δούμε αυτούς τους *R* κοινωνιοπίνακες σαν τα στρώματα (ή επίπεδα) σε ένα τρισδιάστατο πίνακα τάξης *g* x *g* x *R*. Οι γραμμές αυτών των κοινωνιοπινάκων αντιστοιχούν στους δράστες-πομπούς, οι στήλες στους δράστες-δέκτες και τα στρώματα (ή επίπεδα) στις σχέσεις. Αυτός ο πίνακας, που μερικές φορές αναφέρεται ως υπέρ-κοινωνιοπίνακας, αναπαριστά όλες τις πληροφορίες σε ένα πολυ-σχεσιακό δίκτυο.

Ας επιστρέψουμε τώρα στο παράδειγμά μας της προηγούμενης παραγράφου, που αποτελείται από μια συλλογή από g = 6 μαθητές και R = 3 σχέσεις: (1) Φιλία στην αρχή του σχολικού έτους. (2) Φιλία στο τέλος του σχολικού έτους. Και (3) γειτνίαση κατοικίας των μαθητών. Και οι τρεις σχέσεις είναι διχοτομικές, οπότε $C_1 = C_2 = C_3 = 2$. Αυτές οι τρεις σχέσεις απεικονίζονται ενιαία σε ένα πολύ-μεταβλητό ή πολυ-σχεσιακό κοινωνιόγραμμα στο Σχήμα 2.2. Στον παρακάτω Πίνακα 2.2, δίνουμε τους τρεις διχοτομικούς κοινωνιοπίνακες τάξης 6 x 6 για τις τρεις σχέσεις. Σημειώστε πως στον Πίνακα 2.2, το "1" στο κελί (*i, j*) για τον *r*-οστό κοινωνιοπίνακα σημαίνει ότι $n_i \rightarrow n_j$ για τη σχέση X_r.Για να εξηγήσουμε καλύτερα το παράδειγμα, ας δούμε την πρώτη σχέση και το πρώτο τόξο στο L_1. Στην προηγούμενη παράγραφο είχαμε πει ότι το τόξο αυτό είναι l_1 = < Αφροδίτη, Άρης >. Ο δεσμός Αφροδίτη ⟶ Άρης αναπαριστάται γραφικά από το τόξο l_1.

Σχέση 1:Φιλία στην αρχή του σχολικού έτους

	Αφροδίτη	Άρης	Γιώργος	Μιχάλης	Δήμητρα	Ιωάννα
Αφροδίτη	-	1	0	0	1	0
Άρης	0	-	1	0	0	1
Γιώργος	0	1	-	0	0	0
Μιχάλης	0	0	0	-	1	0
Δήμητρα	0	0	0	1	-	1
Ιωάννα	0	1	0	0	0	-

Σχέση 2:Φιλία στο τέλος του σχολικού έτους

	Αφροδίτη	Άρης	Γιώργος	Μιχάλης	Δήμητρα	Ιωάννα
Αφροδίτη	-	1	0	0	1	0
Άρης	0	-	1	0	1	1
Γιώργος	0	0	-	0	1	0
Μιχάλης	0	1	0	-	1	0
Δήμητρα	0	0	0	1	-	1
Ιωάννα	0	0	0	0	0	-

Σχέση 3:Γειτνίαση κατοικίας

	Αφροδίτη	Άρης	Γιώργος	Μιχάλης	Δήμητρα	Ιωάννα
Αφροδίτη	-	0	0	0	1	1
Άρης	0	-	1	0	0	0
Γιώργος	0	1	-	0	0	0
Μιχάλης	0	0	0	-	1	1
Δήμητρα	1	0	0	1	-	1
Ιωάννα	1	0	0	1	1	-

Πίνακας 2.2: Οι κοινωνιοπίνακες για τους 6 μαθητές και τις τρεις σχέσεις του κοινωνιογράμματος του Σχήματος 2.2

Άρα, υπάρχει ένα τόξο στο κοινωνιόγραμμα από την Αφροδίτη στον Άρη για την πρώτη σχέση που δείχνει ότι Αφροδίτη επιλέγει τον Άρη σαν φίλο της στην αρχή του σχολικού έτους. Το πρώτο στοιχείο του L_1 είναι ακριβώς αυτό το τόξο. Αυτό το τόξο δείχνει πώς ο αντίστοιχος δεσμός αναπαριστάται με το συμβολισμό της θεωρίας των γράφων. Ας δούμε τώρα πώς αυτός ο δεσμός κωδικοποιείται με τον κοινωνιομετρικό συμβολισμό. Παίρνουμε τον πρώτο κοινωνιοπίνακα του Πίνακα 2.2. Ψάχνουμε το στοιχείο του πίνακα αυτού με την Αφροδίτη (n_1) ως πομπό (πρώτη γραμμή) και τον Άρη (n_2) ως δέκτη (δεύτερη στήλη) στη σχέση X_1. Το στοιχείο αυτό είναι το κελί (1,2) του κοινωνιοπίνακα, που παίρνει την τιμή 1. Άρα: x_{121} = η τιμή του δεσμού από τον n_1 στον n_2 για τη σχέση X_1 = 1.

Παρατηρούμε επίσης ότι $x_{211} = 0$, που σημαίνει ότι ο Άρης δεν επιλέγει την Αφροδίτη σαν φίλη του στην αρχή του σχολικού έτους. Δηλαδή, αυτή η φιλία είναι σαφώς μονόπλευρη και δεν ανταποδίδεται. Όπως βλέπουμε ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός είναι απλός αρκεί να έχει κανείς συνηθίσει να διαβάζει πληροφορίες από δισδιάστατους κοινωνιοπίνακες. Επίσης να παρατηρήσουμε πως τα διαγώνια στοιχεία και των τριών κοινωνιοπινάκων στον Πίνακα 2.2 δεν είναι ορισμένα (–) εξ ορισμού, αφού δεν έχει νόημα ένας μαθητής να επιλέξει τον εαυτό του σαν φίλο ενώ εξίσου δεν υπάρχει νόημα να καταγράψουμε αν ένας μαθητής κατοικεί κοντά στον εαυτό του. Αυτοί οι κοινωνιοπίνακες είναι οι πίνακες γειτνίασης για τους δύο κατευθυνόμενους γράφους και για ένα μη κατευθυνόμενο γράφο ως προς τις τρεις διχοτομικές σχέσεις. Οι γράφοι και οι κοινωνιοπίνακες αναπαριστούν ακριβώς τις ίδιες πληροφορίες. Στο συμβολισμό της θεωρίας των γράφων υπάρχουν δύο σύνολα τόξων και ένα σύνολο γραμμών, L_1, L_2, L_3, τα οποία καταγράφουν τα διατεταγμένα ζεύγη μαθητών, που είναι συνδεδεμένα για τις πρώτες δυο σχέσεις, και τα (μη διατεταγμένα) ζεύγη μαθητών, που είναι συνδεδεμένα για την τρίτη σχέση. Αν ένα διατεταγμένο ζεύγος περιέχεται στο πρώτο ή στο δεύτερο σύνολο L, τότε υπάρχει ένα τόξο που ξεκινά από τον πρώτο μαθητή (τον πομπό) και κατευθύνεται προς το δεύτερο μαθητή (το δέκτη). Και αν ένα μη διατεταγμένο ζεύγος δραστών περιέχεται στο τρίτο σύνολο γραμμών, τότε υπάρχει μια γραμμή μεταξύ των δυο μαθητών του ζεύγους αυτού. Στον κοινωνιομετρικό συμβολισμό, η τιμή στο αντίστοιχο κελί του κοινωνιοπίνακα είναι η μονάδα(1).Θα πρέπει να επισημάνουμε το γεγονός ότι η τρίτη σχέση σε αυτό το σύνολο δικτυακών δεδομένων είναι μη κατευθυνόμενη. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει μια γραμμή από τον n_i προς τον n_j αν και μόνον αν υπάρχει μια γραμμή από τον n_j προς τον n_i,έτσι κωδικοποιήσαμε αυτήν τη σχέση στον κοινωνιοπίνακα του Πίνακα 2.2. Επίσης ο κοινωνιοπίνακας για μια μη κατευθυνόμενη σχέση όπως παρατηρούμε είναι συμμετρικός δηλαδή, $x_{ij}= x_{ji}$. Ένα πολύ καλό χαρακτηριστικό του κοινωνιομετρικού συμβολισμού είναι ότι μπορεί εύκολα να χειρίζεται και τις κατευθυνόμενες και τις μη κατευθυνόμενες σχέσεις.

Σύνοψη

Όπως έχουμε πει σε αυτήν την παράγραφο, ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός είναι ο παλαιότερος κι ίσως κι ο ευκολότερος τρόπος αναπαράστασης των δεσμών μεταξύ των δραστών ενός συνόλου σε ένα κοινωνικό δίκτυο. Ένας απλός δισδιάστατος κοινωνιοπίνακας ορίζεται για κάθε σχέση και τα στοιχεία αυτού του πίνακα κωδικοποιούν τους δεσμούς σε ζεύγη δραστών. Είναι επίσης εύκολη η γενίκευση για πλειότιμες σχέσεις με δεσμούς που παίρνουν διακριτές τιμές. Τα στοιχεία του κοινωνιοπίνακα σε αυτή τη περίπτωση είναι οι τιμές των δεσμών που προέρχονται από το εκάστοτε κάθε φορά σύνολο τιμών (ευρύτερο, όχι μόνο 0 και 1). Ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός είναι πολύ διαδεδομένος, είναι ο προτιμώμενος συμβολισμός για τους δικτυακούς υπολογισμούς, και αυτόν θα χρησιμοποιούμε ως επί το πλείστον στην εργασία αυτή. Όμως όπως έχουμε ήδη αναφέρει υπάρχουν σύνολα δικτυακών δεδομένων, για τα οποία ο κοινωνιομετρικός συμβολισμός δύσκολα μπορεί να χρησιμοποιηθεί, ιδιαίτερα στην περίπτωση που έχουμε δεδομένα με πληροφορίες για τα χαρακτηριστικά των δραστών(attribute-based data). Για παράδειγμα αν ξέραμε την εθνικότητα των μαθητών του βασικού μας παραδείγματος (που κωδικοποιείται σε κάποια ονομαστική κλίμακα), θα ήταν δύσκολο να συμπεριλάβουμε αυτήν την πληροφορία στους τρεις κοινωνιοπίνακες. Συνοψίζοντας θα λέγαμε πως οι κοινωνιοπίνακες είναι τα κατάλληλα εργαλεία για την αναπαράσταση και τον συμβολισμό των δικτυακών δεδομένων.

3. Βασικές έννοιες από τη θεωρία των γράφων

Οι γράφοι είναι τα μαθηματικά μοντέλα για τα κοινωνικά δίκτυα που ορίζονται με βάση διχοτομικές σχέσεις. Πρόκειται λοιπόν για ένα σύνολο από κόμβους (κορυφές) που ενώνονται μεταξύ τους με ακμές και ορίζεται από τον τρόπο με τον οποίο συνδέονται οι κορυφές (κόμβοι). Αν οι ακμές προσανατολίζονται οριζόμενες από διατεταγμένα ζεύγη κόμβων, τότε ο γράφος αποκαλείται *κατευθυνόμενος* (directed graph). Αν οι ακμές δεν προσανατολίζονται και ορίζονται απλώς από διμελή σύνολα και όχι διατεταγμένα ζεύγη, τότε αποκαλείται *μη κατευθυνόμενος* (undirected graph).

3.1 Μη Κατευθυνόμενοι Γράφοι

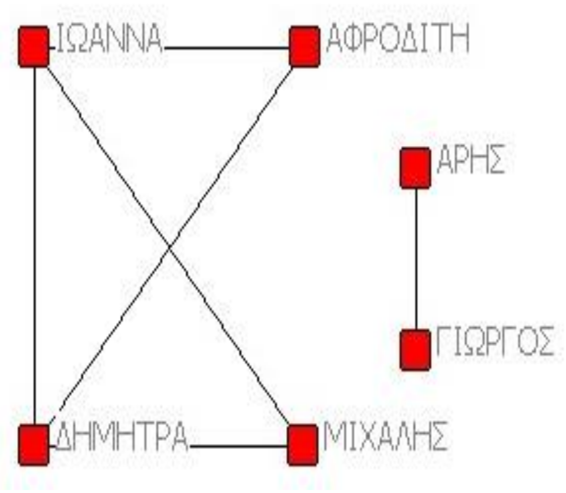
Στην παράγραφο αυτή θα ασχοληθούμε με την περίπτωση των μη κατευθυνόμενων σχέσεων, οπότε ο αντίστοιχος γράφος θα ονομάζεται μη κατευθυνόμενος γράφος ή απλώς γράφος, δηλαδή όταν το μη κατευθυνόμενος δεν θα αναφέρεται, συνήθως θα εννοείται. Οι μη κατευθυνόμενες σχέσεις περιλαμβάνουν τέτοιες καταστάσεις, όπως τη συμμετοχή σε επίσημες οργανώσεις ή άτυπες ομάδες, σχέσεις συγγένειας (π.χ., “γάμου” ή “συγγένειας εξ αίματος”), σχέσεις εγγύτητας (π.χ., “γειτνίασης κατοικίας”) και διάφορες αλληλεπιδράσεις (π.χ., “συνεργασίας”). Σε ένα γράφο, οι *κόμβοι* αναπαριστούν τους δράστες και οι *γραμμές* των συνδέσεων των κόμβων τους δεσμούς μεταξύ των δραστών.

Ένας *γράφος* G αποτελείται από δύο σύνολα: ένα σύνολο κόμβων, N = $\{n_1, n_2, \ldots, n_g\}$, και ένα σύνολο γραμμών (συνδέσεων), L = $\{l_1, l_1, \ldots, l_L\}$, μεταξύ ζευγαριών κόμβων. Υπάρχουν g κόμβοι και L γραμμές. Σε ένα γράφο, κάθε γραμμή αντιστοιχεί σε ένα μη διατεταγμένο ζευγάρι διακριτών κόμβων $l_k = (n_i, n_j)$. Αφού οι γραμμές είναι μη διατεταγμένα ζευγάρια κόμβων, η γραμμή μεταξύ των κόμβων n_i και n_j, είναι η ίδια με τη γραμμή μεταξύ των κόμβων n_j και n_i ($l_k = (n_i, n_j) = (n_j, n_i)$). Θα αποκλείσουμε τη δυνατότητα να έχουμε μια γραμμή μεταξύ ενός κόμβου και του εαυτού του (n_i, n_i). Τέτοιες γραμμές, που καλούνται *αυτο-*

βρόχοι (*self-loops*), δεν θα μας απασχολήσουν στην παρούσα εργασία. Επίσης, δεν θα συναντήσουμε ένα μη διατεταγμένο ζευγάρι κόμβων να περιλαμβάνεται περισσότερες από μία φορές στο σύνολο γραμμών. Με άλλα λόγια, δεν μπορεί να υπάρχουν περισσότερες από μία γραμμές μεταξύ ενός ζευγαριού κόμβων. Ένας γράφος, που δεν έχει κανέναν αυτο-βρόχο και δεν περιλαμβάνει περισσότερες από μια γραμμές μεταξύ κάθε ζευγαριού κόμβων, ονομάζεται *απλός γράφος*. Σε ένα γράφο ενός κοινωνικού δικτύου με μία μόνο μη κατευθυνόμενη διχοτομική σχέση, οι κόμβοι αναπαριστούν τους δράστες και οι γραμμές τους δεσμούς, που υπάρχουν μεταξύ των ζευγαριών των δραστών στη σχέση αυτή. Μια γραμμή $l_k = (n_i, n_j)$ περιέχεται στο σύνολο γραμμών, L, αν υπάρχει ένας ενεργός δεσμός (active tie) μεταξύ των δύο δραστών στο δίκτυο, οι οποίοι αναπαριστώνται από τους κόμβους n_i και n_j στο γράφο. Τα δύο αυτά σύνολα (κόμβοι και γραμμές) ορίζουν ένα γράφο. Έτσι, μπορούμε να συμβολίσουμε ένα γράφο G, με σύνολο κόμβων N και σύνολο γραμμών L, ως G = (N, L). Αν, δεν υπάρχει όμως καμία ασάφεια για το σύνολο των κόμβων και το σύνολο των γραμμών, θα αναφερόμαστε στο γράφο απλά σαν G. Δύο κόμβοι, n_i και n_j, ονομάζονται *γειτονικοί* (ή γείτονες) (adjacent) αν γραμμή $l_k = (n_i, n_j)$ ανήκει στο σύνολο γραμμών L του γράφου. Ένας κόμβος λέγεται *προσπίπτων* (*incident*) σε μια γραμμή και η γραμμή λέγεται προσπίπτουσα στον κόμβο, αν ο κόμβος είναι μέλος του μη διατεταγμένου ζευγαριού κόμβων, που ορίζει τη γραμμή. Για παράδειγμα, οι κόμβοι n_i και n_j είναι προσπίπτοντες στη γραμμή $l_k = (n_i, n_j)$. Κάθε γραμμή είναι προσπίπτουσα στους δύο κόμβους του μη διατεταγμένου ζευγαριού κόμβων, που ορίζουν τη γραμμή.

Ένας γράφος που περιέχει μόνο έναν κόμβο (N = 1) λέγεται *τετριμμένος*. Όλοι οι άλλοι γράφοι είναι μη τετριμμένοι. Ένας γράφος που περιέχει *N* κόμβους αλλά καμία γραμμή στο αντίστοιχο σύνολο γραμμών(*L* = 0), είναι *κενός*. Οι τετριμμένοι και οι κενοί γράφοι έχουν μηδαμινό ενδιαφέρον. Στα κοινωνικά δίκτυα, θα αντιστοιχούσαν σε ένα δίκτυο, που αποτελείται από ένα μόνο δράστη (ο τετριμμένος γράφος), και σε ένα δίκτυο, που αποτελείται από περισσότερους από έναν δράστες αλλά δεν υπάρχει κανένας δεσμός μεταξύ τους (ο κενός γράφος). Ένας γράφος G = (N, L) μπορεί επίσης να παρουσιαστεί σε ένα διάγραμμα, στο οποίο τα σημεία απεικονίζουν τους κόμβους και μια γραμμή σχεδιάζεται μεταξύ δύο σημείων αν υπάρχει μια γραμμή (σύνδεση) μεταξύ των αντίστοιχων δύο κόμβων στο σύνολο γραμμών, L. Η θέση των σημείων στο επίπεδο του διαγράμματος είναι αυθαίρετη και το μήκος των γραμμών μεταξύ των σημείων δεν έχει σημασία. Οι μόνες πληροφορίες στο γράφο δίνονται από το σύνολο των κόμβων και την παρουσία ή την απουσία των γραμμών μεταξύ των ζευγαριών των κόμβων. Στην ανάλυση των κοινωνικών δικτύων, ένα τέτοιο διάγραμμα συχνά αναφέρεται σαν *κοινωνιόγραμμα*.

Σύνολο Δραστών	Σύνολο δεσμών	Δράστης	Μένει κοντά με
n1	l1 = (n1, n5)	Αφροδίτη	Δήμητρα, Ιωάννα
n2	l2 = (n1, n6)	Άρης	Γιώργος
n3	l3 = (n2, n3)	Γιώργος	Άρης
n4	l4 = (n4, n5)	Μιχάλης	Δήμητρα, Ιωάννα
n5	l5 = (n4, n6)	Δήμητρα	Ιωάννα, Αφροδίτη, Μιχάλης
n6	l6 = (n5, n6)	Ιωάννα	Αφροδίτη, Δήμητρα, Μιχάλης



Σχήμα 3.1: Ο γράφος της σχέσης "γειτνίασης κατοικίας" για τους έξι μαθητές.

Ένα παράδειγμα ενός γράφου δίνεται στο Σχήμα 3.1. Εμφανίζεται ένας μικρός γράφος έτσι ώστε όλα τα στοιχεία του να μπορούν εύκολα να αναγνωριστούν. Παρατίθενται επίσης τα σύνολα των κόμβων και των γραμμών. Σε αυτό το παράδειγμα βλέπουμε τους έξι κόμβους να αναπαριστούν τους έξι μαθητές και τη μη κατευθυνόμενη σχέση γειτνίασης κατοικίας των μαθητών. Συνεπώς, για το συγκεκριμένο παράδειγμα υπάρχουν N = 6 κόμβοι και L = 6 γραμμές (συνδέσεις). Μια γραμμή μεταξύ δύο κόμβων δείχνει ότι οι μαθητές που αναπαριστώνται από αυτούς τους κόμβους μένουν ο ένας κοντά στον άλλο. Για παράδειγμα, η Ιωάννα, n_6, και η Αφροδίτη, n_1, μένουν κοντά η μία στην άλλη και για αυτό η γραμμή (n_1, n_6) περιλαμβάνεται στο σύνολο των δεσμών. Η Αφροδίτη, n1, και ο Γιώργος, n_3, δεν μένουν κοντά ο ένας στον άλλο και για αυτό η γραμμή (n_1, n_3) δεν περιέχεται στο σύνολο των δεσμών. Τα κοινωνικά δίκτυα μπορούν να μελετηθούν σε διάφορα επίπεδα: δράστη, ζεύγους ή δυάδας, τριάδας, υποομάδας και συνολικού γράφου. Στη θεωρία των γράφων, αυτά τα επίπεδα αντιστοιχούν σε διαφορετικούς *υπογράφους*. Πολλές μέθοδοι των κοινωνικών δικτύων εξετάζουν τους υπογράφους που περιλαμβάνονται σε ένα γράφο. Για παράδειγμα, οι δυάδες και οι τριάδες είναι (στοιχειώδεις) υπογράφοι.

3.1.1 Βαθμός και Πυκνότητα

<u>Βαθμός</u>

Ο *βαθμός (degree)* ενός κόμβου n_i, που συμβολίζεται σαν $d(n_i)$, είναι ο αριθμός των γραμμών, που είναι προσπίπτουσες στον κόμβο αυτό (δηλαδή, “ξεκινούν” από τον κόμβο, παρότι στην περίπτωση της μη κατευθυνόμενης σχέσης η κατεύθυνση δεν έχει κανένα νόημα). Ισοδύναμα, ο βαθμός ενός κόμβου είναι ο αριθμός των γειτονικών κόμβων. Ο βαθμός ενός κόμβου παίρνει ακέραιες τιμές από 0, αν κανένας κόμβος δεν είναι γειτονικός του δοθέντος κόμβου, ως το πολύ g – 1, αν ο εστιάζων κόμβος είναι γειτονικός με όλους τους άλλους κόμβους του γράφου. Ένας κόμβος με βαθμό ίσο με 0 λέγεται *απομονωμένος* (isolated). Ο βαθμός ενός κόμβου, $d(n_i)$, βρίσκεται μετρώντας τον αριθμό των προσπιπτουσών γραμμών στον κόμβο αυτό.Άρα με βάση τα παραπάνω, γυρνώντας πίσω στο παράδειγμα του Σχήματος 3.1, οι βαθμοί των κόμβων είναι: $d(n_1) = 2$, $d(n_2) = 1$, $d(n_3) = 1$, $d(n_4) = 2$, $d(n_5) = 3$ και $d(n_6) = 3$. Οι βαθμοί είναι πολύ εύκολο να υπολογιστούν και μπορούν να είναι αρκετά χρήσιμοι σε πολλές εφαρμογές. Για παράδειγμα, αν παρατηρούσουμε παιδιά που παίζουν μαζί και αναπαριστούσαμε τα παιδιά με αντίστοιχους κόμβους και τις περιπτώσεις ζευγαριών παιδιών που παίζουν μαζί με τις αντίστοιχες γραμμές ενός γράφου, τότε ένας κόμβος με μικρό βαθμό θα δήλωνε ένα παιδί που παίζει με λίγα άλλα παιδιά και ένας κόμβος με μεγάλο βαθμό θα δήλωνε ένα παιδί που παίζει με πολλά άλλα παιδιά. Έτσι, ο βαθμός ενός κόμβου είναι ένα μέτρο της *δραστηριότητας* του δράστη, που ο κόμβος αναπαριστά, και είναι η βάση για ένα από τα μέτρα κεντρικότητας της θεωρίας των κοινωνικών δικτύων. Σε πολλές εφαρμογές, είναι χρήσιμο να συνοψιστούν οι βαθμοί όλων των δραστών του δικτύου. Ο μέσος βαθμός κόμβων είναι ένα στατιστικό μέτρο, που εκφράζει τη μέση τιμή των βαθμών των κόμβων στο γράφο. Συμβολίζοντας το μέσο βαθμό ως $\bar{d}$, έχουμε:

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^{g} d(n_i)}{g} = \frac{2 \cdot L}{g} \qquad (3.1)$$

Θα μπορούσε κανείς να ενδιαφερθεί για τη μεταβλητότητα των βαθμών των κόμβων. Αν όλοι οι βαθμοί όλων των κόμβων είναι ίσοι, ο γράφος λέγεται ότι είναι *d-κανονικός*, όπου το *d* είναι η σταθερή τιμή για όλους τους βαθμούς ($d(n_i) = d$, για όλα τα i και για κάποια τιμή d). Η *d*-κανονικότητα μπορεί να θεωρηθεί ως ένα μέτρο της ομοιομορφίας του κοινωνικού δικτύου. Θα συζητήσουμε την *d*-κανονικότητα με περισσότερες λεπτομέρειες παρακάτω στα πλαίσια των κατευθυνόμενων γράφων. Αν ένας γράφος δεν είναι *d*-κανονικός, οι βαθμοί των κόμβων του διαφέρουν μεταξύ τους. Η μεταβλητότητα των βαθμών των κόμβων ενός μη d-κανονικού γράφου, η οποία συμβολίζεται με S_D^2, υπολογίζεται ως εξής:

$$S_D^2 = \frac{\sum_{i=1}^{g}\left[d\left(n_i\right)-\bar{d}\right]^2}{g} \qquad (3.2)$$

Ένας γράφος, που είναι d-κανονικός, έχει S_D^2 = 0. Η μεταβλητότητα στους βαθμούς των κόμβων υποδηλώνει ότι οι δράστες που αναπαριστώνται από τους κόμβους διαφέρουν σε "δραστηριότητα", όπως αυτή μετράται από τον αριθμό των δεσμών που έχουν με άλλους κόμβους. Η μεταβλητότητα των βαθμών των κόμβων είναι ένα μέτρο της *κεντρικότητας* (centricity) των γράφων στη θεωρία των κοινωνικών δικτύων. Οι βαθμοί των κόμβων αποτελούν μια σημαντική ιδιότητα του γράφου και συχνά επιθυμούμε να ελέγξουμε ή να ρυθμίσουμε το σύνολο των βαθμών των κόμβων ενός γράφου, όταν χρησιμοποιούμε στατιστικά μοντέλα για να μελετήσουμε τις τάσεις προς τις δικτυακές ιδιότητες υψηλής τάξης (όπως η αμοιβαιότητα). Θα επιστρέψουμε στη έννοια του βαθμού για κάθε κόμβο ενός γράφου και όλων των συναφών με αυτόν εννοιών, που προαναφέρθησαν, στη περίπτωση των κατευθυνόμενων γράφων παρακάτω.

<u>Πυκνότητα</u>

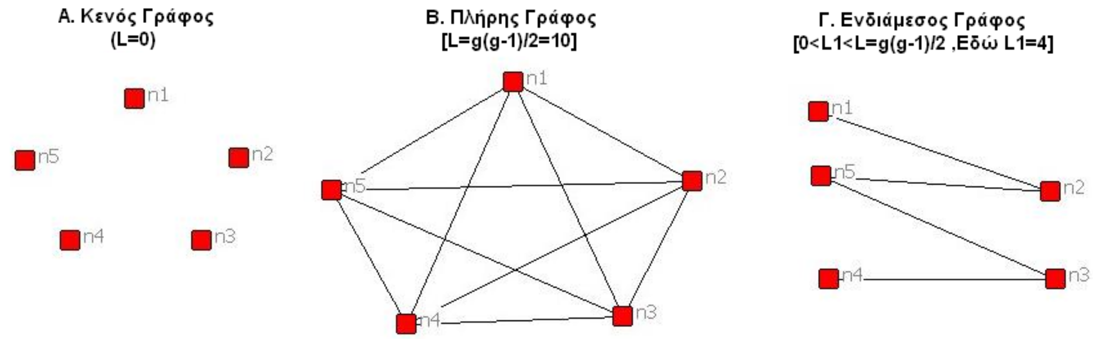
Ο βαθμός είναι μια έννοια, που εξετάζει τον αριθμό των γραμμών, οι οποίες προσπίπτουν σε κάθε κόμβο σε ένα γράφο. Μπορούμε επίσης να εξετάσουμε τον αριθμό και το ποσοστό των γραμμών συνολικά σε ένα γράφο. Ένας γράφος μπορεί να έχει μόνο ένα συγκεκριμένο πλήθος γραμμών. Ο μέγιστος δυνατός αριθμός γραμμών που μπορούμε να συναντήσουμε στον εκάστοτε γράφο που μελετάμε καθορίζεται από το συνολικό αριθμό των κόμβων. Αφού υπάρχουν *g* κόμβοι στον γράφο και οι αυτο-βρόχοι εξαιρούνται (δεν υπολογίζονται), υπάρχουν 2 x *g* δυνατά μη διατεταγμένα ζευγάρια κόμβων και, άρα, το πολύ $\frac{g\cdot\left(g-1\right)}{2}$ γραμμές θα μπορούσαν να υπάρχουν στο γράφο. Αυτός είναι ο μέγιστος αριθμός γραμμών, οι οποίες μπορεί να εμφανιστούν σε ένα γράφο. Ας θεωρήσουμε τώρα τι ποσοστό από αυτές τις γραμμές εμφανίζονται στην πραγματικότητα. Η *πυκνότητα (density)* ενός γράφου είναι το ποσοστό των γραμμών, που υπάρχουν πραγματικά σε ένα γράφο. Ορίζεται σαν ο λόγος (το πηλίκο) του αριθμού *L* των γραμμών, που υπάρχουν στην πραγματικότητα στο συγκεκριμένο γράφο (ενεργοί δεσμοί), διαιρούμενου με το μέγιστο πλήθος των δυνατών γραμμών (που θα μπορούσαν δηλαδή να υπάρξουν αν όλοι οι κόμβοι ήταν συνδεδεμένοι με όλους τους άλλους κόμβους) στο γράφο αυτό. Συνεπώς, η πυκνότητα ενός γράφου, που συμβολίζεται με Δ, υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta = \frac{L}{\frac{g\cdot(g-1)}{2}} = \frac{2\cdot L}{g\cdot(g-1)} \qquad (3.3)$$

Η πυκνότητα ενός γράφου κυμαίνεται από 0, αν δεν υπάρχει καμία γραμμή (L = 0), μέχρι 1, αν υπάρχουν όλες οι δυνατές γραμμές ($\frac{g\cdot(g-1)}{2}$). Όταν όλες οι γραμμές εμφανίζονται (είναι παρούσες), τότε όλοι οι κόμβοι είναι γειτονικοί μεταξύ τους και ο γράφος λέγεται *πλήρης*. Συνήθως, ένας πλήρης γράφος με g κόμβους συμβολίζεται ως, K_g. Ένας πλήρης γράφος περιέχει όλες τις ($\frac{g\cdot(g-1)}{2}$*)* δυνατές γραμμές, η πυκνότητα του είναι ίση με 1 και όλοι οι βαθμοί των κόμβων είναι ίσοι με g *- 1*. Ένα παράδειγμα πλήρους γράφου, θα μπορούσε να αποτελέσει ένα κοινωνικό δίκτυο πάνω στο οποίο θα εξετάζονταν μία *σχέση επικοινωνίας*, όπου όλοι οι g δράστες του δικτύου θα επικοινωνούσαν με όλους τους υπόλοιπους. Υπάρχει μια απευθείας σχέση μεταξύ της πυκνότητας ενός γράφου και του μέσου βαθμού των κόμβων στο γράφο. Παρατηρώντας ότι το σύνολο των βαθμών είναι ίσο με 2*L* (αφού κάθε γραμμή μετράται δύο φορές, μία φορά για κάθε έναν από τους δύο κόμβους, οι οποίοι είναι προσπίπτοντες με αυτή (δείτε εξίσωση (3.1)), μπορούμε να συνδυάσουμε τις εξισώσεις (3.3) και (3.1), για να πάρουμε:

$$\Delta = \frac{\overline{d}}{(g-1)} \qquad (3.4)$$

Με άλλα λόγια, η πυκνότητα ενός γράφου είναι το μέσο ποσοστό των γραμμών, που προσπίπτουν στους κόμβους του γράφου. Το Σχήμα 3.2 παρουσιάζει ένα παράδειγμα ενός κενού γράφου, ενός πλήρους γράφου και ενός γράφου με έναν ενδιάμεσο αριθμό γραμμών (L = 4) για σύνολο κόμβων N = 5.



Σχήμα 3.2: Σχηματική απεικόνιση ενός κενού (Σχήμα Α), ενός πλήρους (Σχήμα Β) και ενός ενδιάμεσου γράφου (Σχήμα Γ)

Ως *υπογράφος* του γράφου G = (N, L), ορίζεται ένας γράφος $G_s = (N_s, L_s)$, όταν το σύνολο κόμβων του G_s είναι υποσύνολο του συνόλου των κόμβων του G και το σύνολο γραμμών του G_s είναι υποσύνολο του συνόλου των γραμμών του G, δηλαδή, όταν $N_s \subseteq N$ και $L_s \subseteq L$. Μπορούμε τότε να ορίσουμε την πυκνότητα ενός υπογράφου G_s, την οποία συμβολίζουμε με Δ_s. Η πυκνότητα του υπογράφου G_s ορίζεται ως ο αριθμός των υπαρχόντων γραμμών στον υπογράφο διαιρούμενος με τον αριθμό των γραμμών, που θα μπορούσαν να υπάρξουν στον υπογράφο αυτό. Ο αριθμός των κόμβων στον υπογράφο G_s συμβολίζεται με g_s και ο αριθμός των γραμμών στον υπογράφο, με L_s. Το πλήθος όλων των δυνατών γραμμών στον υπογράφο ισούται με $g_s(g_s - 1)/2$. Επομένως, η πυκνότητα του υπογράφου είναι:

$$\Delta_s = \frac{2 \cdot L_s}{g_s \cdot (g_s - 1)} \qquad (3.5)$$

Η πυκνότητα ενός υπογράφου εκφράζει το ποσοστό των δεσμών, που εμφανίζονται (είναι παρόντες) μεταξύ ενός υποσυνόλου των δραστών σε ένα δίκτυο. Αυτό το μέτρο χρησιμοποιείται για να προσδιορισθεί η συνεκτικότητα των υποομάδων και για να κατασκευαστούν τα μοντέλα των block (Block Models) και διάφορες άλλες σχετικές απλουστευμένες αναπαραστάσεις των κοινωνικών δικτύων.

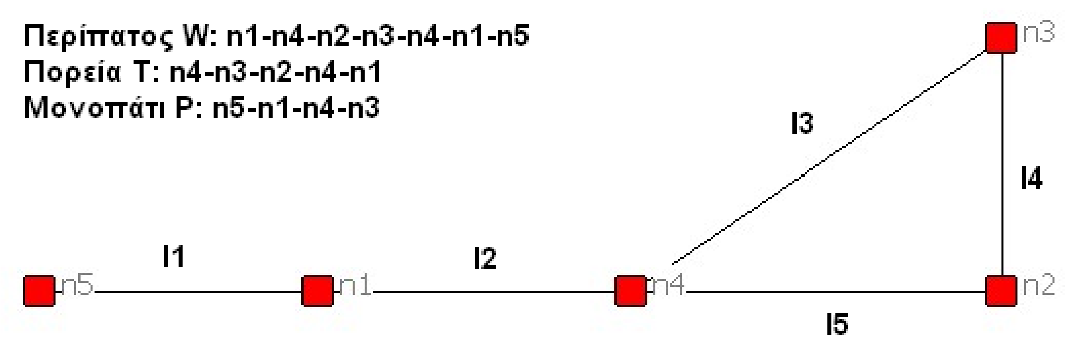
3.1.2 Περίπατοι, Πορείες και Μονοπάτια

Ένας *περίπατος* (walk) σε ένα γράφο είναι μια ακολουθία διαδοχικών κόμβων και γραμμών, που αρχίζει και τελειώνει με κόμβους, στην οποία κάθε κόμβος είναι προσπίπτων στις γραμμές, που προηγούνται και έπονται σε αυτόν. Ο κατάλογος των στοιχείων (τα περιεχόμενα) ενός περίπατου, που συμβολίζεται με *W* από την αγγλική λέξη walk, αποτελούν μια εναλλασσόμενη σειρά από κόμβους και γραμμές, της μορφής: 'κόμβος, γραμμή, κόμβος, γραμμή, κόμβος, ..., γραμμή, κόμβος'. Ο πρώτος και ο τελευταίος κόμβος μπορεί να είναι διαφορετικοί. Επιπλέον, κάποιοι κόμβοι ή κάποιες γραμμές μπορεί να επαναλαμβάνονται στη σειρά αυτή για περισσότερες από δύο φορές. Το *μήκος* ενός περίπατου ορίζεται ως το συνολικό πλήθος των γραμμών σε αυτόν. Αν μια γραμμή περιλαμβάνεται περισσότερες από μία φορές στον περίπατο, στον υπολογισμό του μήκους, μετριέται κάθε φορά που εμφανίζεται.

Μια *πορεία* (*trail*) είναι ένας περίπατος, στα περιεχόμενα (τη λίστα των στοιχείων) του οποίου όλες οι γραμμές είναι διακριτές (δηλαδή, καμία γραμμή δεν επαναλαμβάνεται), ενώ κάποιοι κόμβοι μπορεί να εμφανίζονται οι ίδιοι περισσότερες από δυο φορές. Στο παράδειγμα της επικοινωνίας, σε μια πορεία κανένας επικοινωνιακός δεσμός (κανάλι επικοινωνίας) δεν χρησιμοποιείται περισσότερες από μια φορές. Το μήκος της πορείας είναι ο αριθμός των γραμμών που περιέχει.

Ένα *μονοπάτι* (*path*) είναι ένας περίπατος στον οποίο όλοι οι κόμβοι και όλες οι γραμμές που περιλαμβάνονται στη λίστα των στοιχείων του (περιεχόμενα) είναι διακριτοί. Για παράδειγμα, σε ένα μονοπάτι σε ένα δίκτυο επικοινωνίας δεν υπάρχει κανένας δράστης, από τον οποίο να περνά η ροή της πληροφορίας για περισσότερες από μία φορές. Το μήκος του μονοπατιού είναι ο αριθμός των γραμμών σε αυτό.

Από τα παραπάνω γίνεται φανερό ότι κάθε μονοπάτι αποτελεί και μία πορεία και κάθε πορεία αποτελεί ένα περίπατο. Δηλαδή, ο περίπατος είναι ο γενικότερος τύπος και το μονοπάτι είναι ο ειδικότερος τύπος διαδρομής σε ένα γράφο. Συνήθως, στις εφαρμογές των κοινωνικών δικτύων, επικεντρωνόμαστε στα μονοπάτια παρά στους περιπάτους. Στο σχήμα 3.3 που ακολουθεί παρουσιάζεται η εφαρμογή όλων των προαναφερθεισών εννοιών (περίπατος, πορεία, μονοπάτι) σε ένα γράφο.Αξίζει να επισημάνουμε ότι οι ενδιάμεσες γράμμες που ενώνουν τους κόμβους και στους τρεις τύπους διαδρομών εννοούνται και για αυτό παραλείπονται. Η χρησιμοποίηση τους όμως στην περιγραφή της οποιασδήποτε διαδρομής δεν αποτελεί λάθος. Για παράδειγμα ένα μονοπάτι μεταξύ δύο κόμβων του γράφου του σχήματος 3.3 θα μπορούσε να περιγραφεί και ως: n_1-l_2-n_4-l_5-n_2.



Σχήμα 3.3: Περίπατοι, πορείες και μονοπάτια σε μη κατευθυνόμενο γράφο

Ένα παράδειγμα πορείας, στο παραπάνω σχήμα 3.3, είναι και η: n_4-n_2-n_3-n_4, ενώ ένα απ τα μονοπάτια του σχήματος αυτού είναι το: n_1-n_4-n_2.Γίνεται εμφανές ότι και στα δύο παραδείγματα διαδρομών πάνω στον γράφο του παραπάνω σχήματος ισχύουν οι κανόνες που ορίζουν τόσο τις πορείες όσο και τα μονοπάτια σε ένα γράφο. Δηλαδή καμία επαναλαμβανόμενη γραμμή στις πορείες, και αντίστοιχα, καμία επαναλαμβανόμενη γραμμή και κανένας επαναλαμβανόμενος κόμβος στα μονοπάτια. Άξιο αναφοράς είναι και το γεγονός ότι μπορεί να υπάρχουν περισσότερα από δύο μονοπάτια μεταξύ δύο κόμβων. Για παράδειγμα, στο γράφο του σχήματος 3.3, υπάρχουν δύο μονοπάτια μεταξύ του n_1 και του n_2: το n_1-n_4-n_2 και το n_1-n_4-n_3-n_2.

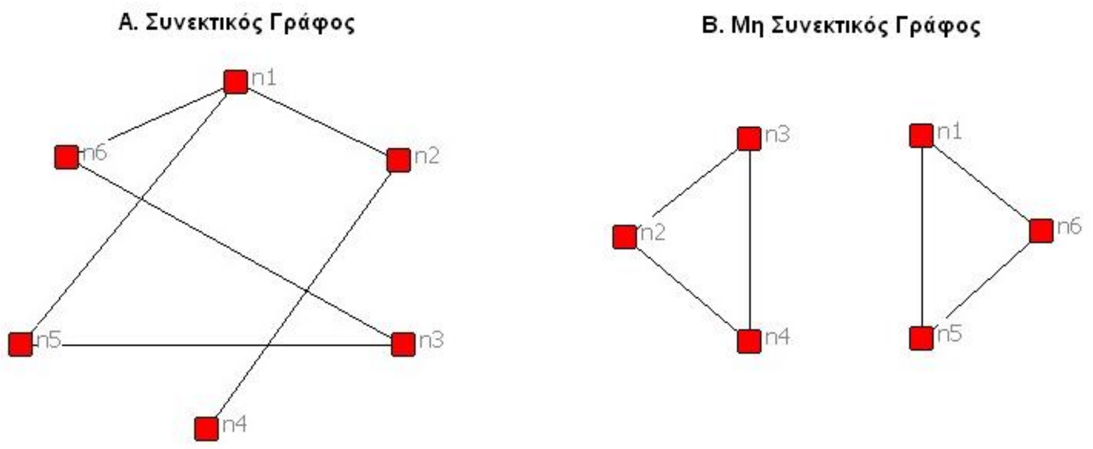
Αν υπάρχει ένα μονοπάτι μεταξύ των κόμβων n_i και n_j, τότε οι κόμβοι αυτοί λέγονται *προσπελάσιμοι* (reachable) ο ένας από τον άλλον. Για παράδειγμα, αν θεωρήσουμε ένα δίκτυο επικοινωνιών μεταξύ ανθρώπων στο οποίο οι γραμμές στο γράφο αναπαριστούν τα κανάλια μετάδοσης της πληροφορίας (δηλαδή, των μηνυμάτων μεταξύ των ανθρώπων που επικοινωνούν), τότε στην περίπτωση που δύο δράστες είναι προσπελάσιμοι μεταξύ τους, ένα μήνυμα που ξεκινά από τον ένα δράστη περνά από κάποιους ενδιάμεσους δράστες μέχρι να φθάσει στο δεύτερο δράστη. Αν δύο δράστες δεν είναι προσπελάσιμοι μεταξύ τους, τότε δεν υπάρχει κανένα μονοπάτι από τον ένα στον άλλο και, άρα, δεν υπάρχει κανένας τρόπος το μήνυμα του ενός να ταξιδεύσει για να φθάσει στον άλλον.

Ένας *κλειστός περίπατος* είναι ένας περίπατος που ξεκινά και τελειώνει με τον ίδιο κόμβο. Ένας *κύκλος* είναι ένας κλειστός περίπατος, που περιλαμβάνει τουλάχιστον τρεις κόμβους και στον οποίον όλες οι γραμμές είναι διακριτές (δεν επαναλαμβάνονται), όπως κι όλοι οι κόμβοι είναι διακριτοί εκτός από τον πρώτο και τον τελευταίο. Ένας γράφος, που δεν περιλαμβάνει κανένα κύκλο, ονομάζεται *ακυκλικός*. Ο γράφος του σχήματος 3.3 δεν είναι ακυκλικός, λόγω της ύπαρξης του κύκλου $W = n_4 - n_2 - n_3 - n_4$. Ένας κλειστός περίπατος, στον οποίον κάθε γραμμή του γράφου χρησιμοποιείται τουλάχιστον μια φορά, ονομάζεται *γύρος* (tour).

Ένας γράφος ονομάζεται *γράφος Euler* (Eulerian Graph) αν υπάρχει μια κλειστή πορεία, η οποία περνά από κάθε γραμμή του γράφου ακριβώς μια φορά. Ένας γράφος ονομάζεται *γράφος Hamilton (*Hamiltonian Graph*)* αν υπάρχει ένας κύκλος, που περνά από κάθε κόμβο του γράφου ακριβώς μια φορά.

3.1.3 Συνεκτικότητα

Μια σημαντική ιδιότητα ενός γράφου είναι, αν όλοι οι κόμβοι του συνδέονται ή όχι μεταξύ τους. Ένας γράφος λέγεται *συνεκτικός* (connected) αν υπάρχει ένα μονοπάτι μεταξύ κάθε ζευγαριού κόμβων του γράφου. Δηλαδή, σε ένα συνεκτικό γράφο, κάθε δύο (ζεύγος) κόμβοι είναι προσπελάσιμοι ο ένας με τον άλλον. Αν σε ένα γράφο δεν συνδέονται μεταξύ τους όλοι του οι κόμβοι, τότε ο γράφος λέγεται *μη συνεκτικός*. Ας θεωρήσουμε το παράδειγμα των επικοινωνιών μεταξύ των υπαλλήλων μιας επιχείρησης. Αν ο γράφος, που αναπαριστά τις επικοινωνίες μεταξύ των υπαλλήλων, είναι συνεκτικός, τότε τα μηνύματα μπορούν να ταξιδέψουν από έναν οποιοδήποτε υπάλληλο προς κάθε άλλο υπάλληλο, μέσω των καναλιών επικοινωνίας που ανά ζεύγη σχηματίζουν μεταξύ τους οι δράστες (υπάλληλοι). Ωστόσο, αν ο γράφος που αναπαριστά αυτό το δίκτυο είναι μη συνεκτικός, τότε υπάρχουν δύο τουλάχιστον δράστες (υπάλληλοι), οι οποίοι δεν μπορούν να ανταλλάξουν μηνύματα ο ένας προς τον άλλο χρησιμοποιώντας τα κανάλια επικοινωνίας του δικτύου αυτού.



Σχήμα 3.4: Συνεκτικός και Μη Συνεκτικός Γράφος

Οι κόμβοι σε ένα μη συνεκτικό γράφο μπορούν να διαμοιραστούν σε δύο ή περισσότερα υποσύνολα, τα οποία είναι τέτοια ώστε να μην υπάρχει κανένα μονοπάτι μεταξύ κόμβων, που ανήκουν σε διαφορετικά υποσύνολα, ενώ όλοι οι κόμβοι που ανήκουν σε κάθε τέτοιο υποσύνολο είναι μεταξύ τους συνδεδεμένοι στο υποσύνολο τους. Δεδομένου ότι τα υποσύνολα αυτά αποτελούν υπογράφους του αρχικού μη συνεκτικού γράφου, ονομάζουμε *συνιστώσες* τους συνεκτικούς υπογράφους ενός τέτοιου γράφου. Κάθε συνιστώσα ενός γράφου είναι ένας μέγιστα συνεκτικός υπογράφος. Εδώ, λέγοντας *μέγιστο* σύνολο ως προς μια ιδιότητα, εννοούμε ένα σύνολο, το οποίο δεν μπορεί να περιέχεται σε ένα μεγαλύτερο σύνολο, που να είναι τέτοιο ώστε να διατηρεί και αυτό την ιδιότητα του αρχικού συνόλου. Με άλλα λόγια, μία συνιστώσα είναι ένας υπογράφος, στον οποίο υπάρχει ένα μονοπάτι μεταξύ κάθε δύο κόμβων του (δηλαδή όλα τα ζευγάρια των κόμβων σε μία συνιστώσα είναι προσπελάσιμα), και (δεδομένου ότι είναι μέγιστη) δεν υπάρχει κανένα μονοπάτι μεταξύ ενός κόμβου στη συνιστώσα και οποιουδήποτε κόμβου έξω από αυτή τη συνιστώσα. Δεν είναι δυνατό να προστεθεί ένας ακόμα κόμβος σε έναν τέτοιον υπογράφο και να εξακολουθεί να διατηρείται η ιδιότητα της συνεκτικότητας. Αν υπάρχει μόνο μία τέτοια συνιστώσα σε ένα γράφο, ο γράφος είναι συνεκτικός. Αν υπάρχουν περισσότερες από μία τέτοιες συνιστώσες, ο γράφος είναι μη συνεκτικός.

Ας εξετάσουμε τους δύο γράφους του σχήματος 3.4. Ο γράφος (A) είναι συνεκτικός, καθώς υπάρχει ένα μονοπάτι ανάμεσα σε κάθε ζεύγος κόμβων. Όμως, ο γράφος (B) είναι μη συνεκτικός, καθώς δεν υπάρχει κανένα μονοπάτι ανάμεσα στον n_1 και τον n_2. Ο γράφος (B) είναι μη συνεκτικός, αφού υπάρχουν ζεύγη κόμβων, που δεν έχουν κανένα μονοπάτι ανάμεσα τους. Για το γράφο (B), οι κόμβοι μπορούν να χωριστούν στα δύο υποσύνολα $N_1 = \{n_1, n_6, n_5\}$ και $N_2 = \{n_2, n_3, n_4\}$. Οι υπογράφοι, που παράγονται από τα δύο ξένα σύνολα N_1 και N_2, είναι οι συνιστώσες του μη συνεκτικού γράφου G, ο οποίος δηλαδή, έχει δύο συνιστώσες.

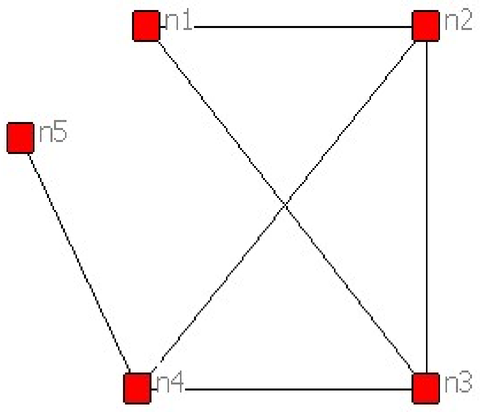
3.1.4 Γεωδεσικές, Απόσταση και Διάμετρος

Ας εξετάσουμε τώρα τα μονοπάτια μεταξύ δύο κόμβων. Είναι πιθανό να υπάρχουν περισσότερα του ενός μονοπάτια μεταξύ δύο κόμβων αλλά αυτά τα μονοπάτια μπορεί να διαφέρουν σε μήκος. Το συντομότερο μονοπάτι μεταξύ δύο κόμβων (δηλαδή, αυτό με το ελάχιστο μήκος μεταξύ όλων των δυνατών μονοπατιών από τον ένα κόμβο στον άλλον) ονομάζεται *γεωδεσικό*. Αν υπάρχουν περισσότερα του ενός συντομότερα μονοπάτια μεταξύ δύο κόμβων, τότε υπάρχουν δύο (ή περισσότερα) γεωδεσικά μονοπάτια μεταξύ των κόμβων αυτών. Η *γεωδεσική απόσταση* ή απλά *απόσταση* μεταξύ δύο κόμβων ορίζεται ως το μήκος ενός γεωδεσικού μονοπατιού ανάμεσά τους. Θα συμβολίζουμε τη γεωδεσική απόσταση μεταξύ δύο κόμβων ni και nj με $d(i, j)$. Η απόσταση μεταξύ δύο κόμβων είναι το μήκος οποιουδήποτε συντομότερου μονοπατιού μεταξύ τους. Αν δεν υπάρχει κάποιο μονοπάτι μεταξύ δύο κόμβων (δηλαδή, οι κόμβοι αυτοί δεν είναι προσπελάσιμοι ο ένας από τον άλλον), τότε η απόσταση μεταξύ τους θεωρείται ότι είναι άπειρη (ή απροσδιόριστη). Αν ένας γράφος δεν είναι συνεκτικός, τότε η απόσταση μεταξύ τουλάχιστον δύο κόμβων είναι άπειρη (επειδή η απόσταση ανάμεσα σε δύο κόμβους σε διαφορετικές συνιστώσες είναι άπειρη). Σε ένα γράφο, ένα γεωδεσικό μονοπάτι μεταξύ του

n_i και του n_j είναι επίσης ένα γεωδεσικό μονοπάτι μεταξύ του n_j και του n_i. Επομένως, η απόσταση μεταξύ του n_i και του n_j είναι ίση με την απόσταση μεταξύ του n_j και του n_i, δηλαδή, η απόσταση είναι συμμετρική: $d(i, j) = d(j, i)$.

Ας δούμε το γράφο του σχήματος 3.5. Σε αυτόν τον γράφο, το μονοπάτι n_3-n_4-n_5 είναι μήκους 2, επειδή περιέχει δύο γραμμές. Αυτό το μονοπάτι είναι επίσης γεωδεσικό μεταξύ του n_3 και του n_5 καθώς αποτελεί και το συντομότερο μονοπάτι που συνδέει τους εν λόγω κόμβους. Συνεπώς, $d(3, 5) = 2$ Το μονοπάτι n_3-n_2-n_4-n_5, το οποίο εξίσου συνδέει τους κόμβους n_3 και n_5, είναι μεγαλύτερου μήκους (μήκος 3) και επομένως δεν αποτελεί γεωδεσικό μονοπάτι. Στο σχήμα 3.5 βλέπουμε επίσης τις γεωδεσικές αποστάσεις μεταξύ όλων των δυνατών ζευγαριών κόμβων του γράφου.

Γεωδεσικές Αποστάσεις Ζευγών Κόμβων Γράφου	
d (1, 2) = 1	**d (2, 4) = 1**
d (1, 3) = 1	**d (2, 5) = 2**
d (1, 4) = 2	**d (3, 4) = 1**
d (1, 5) = 3	**d (3, 5) = 2**
d (2, 3) = 1	**d (4, 5) = 1**
Διάμετρος Γράφου = max d (I, j) = d (1, 5) = 3	



Σχήμα 3.5:Γεωδεσικές Αποστάσεις και Διάμετρος σε ένα γράφο

Η έννοια των αποστάσεων είναι πολύ σημαντική για τις αναλύσεις των κοινωνικών δικτύων. Οι αποστάσεις ποσοτικοποιούν πόσο μακριά είναι τα ζεύγη κόμβων, χρησιμοποιούνται σε δύο από τα μέτρα κεντρικότητας και παίζουν σημαντικό ρόλο στην κατασκευή μερικών ειδών συνεκτικών υποομάδων.

Ας θεωρήσουμε τη μεγαλύτερη γεωδεσική απόσταση μεταξύ όλων των ζευγών κόμβων σε ένα γράφο. Όταν ο γράφος είναι συνεκτικός, η ποσότητα αυτή ονομάζεται *διάμετρος* του γράφου. Τυπικά, η διάμετρος ενός συνεκτικού γράφου είναι ίση με τη μέγιστη τιμή των αποστάσεων $d(i,j)$, για όλα τα i και j (δηλαδή, είναι ίση με $\max_i \max_j d(i, j)$). Η διάμετρος ενός γράφου μπορεί να κυμαίνεται από μια ελάχιστη τιμή 1 (όταν ο γράφος είναι πλήρης) μέχρι μια μέγιστη τιμή $n - 1$. Αν ο γράφος δεν είναι συνεκτικός, η διάμετρός του είναι άπειρη (ή απροσδιόριστη), επειδή η γεωδεσική απόσταση μεταξύ ενός ή περισσότερων ζευγών κόμβων σε ένα μη συνεκτικό γράφο είναι άπειρη.

Επιστρέφοντας στο παράδειγμα του σχήματος 3.5, βλέπουμε ότι η μεγαλύτερη γεωδεσική απόσταση μεταξύ οποιουδήποτε ζεύγους κόμβων είναι 3 (μεταξύ των κόμβων n_1 και n_5). Επομένως, η διάμετρος αυτού του γράφου είναι ίση με 3. Η διάμετρος ενός γράφου είναι ένα σημαντικό μέτρο, επειδή ποσοτικοποιεί πόσο μακριά είναι οι δύο πιο απομακρυσμένοι κόμβοι στο γράφο. Έστω ένα δίκτυο επικοινωνιών, στο οποίο οι δεσμοί αφορούν τη μετάδοση μηνυμάτων. Ας συγκεντρώσουμε την προσοχή μας στα μηνύματα που στέλνονται ανάμεσα σε όλα τα ζεύγη δραστών. Τότε, υποθέτοντας ότι τα μηνύματα ακολουθούν πάντα τις συντομότερες διαδρομές (δηλαδή, τις γεωδεσικές), είμαστε σίγουροι ότι ένα μήνυμα μπορεί να ταξιδέψει από έναν οποιοδήποτε δράστη σε έναν οποιοδήποτε άλλο δράστη κατά μήκος ενός μονοπατιού μήκους όχι μεγαλύτερου από τη διάμετρο του γράφου.

3.2 Κατευθυνόμενοι Γράφοι (ή Διγράφοι)

Μια σχέση λέγεται ότι είναι κατευθυνόμενη αν οι δεσμοί της είναι προσανατολισμένοι από τον ένα δράστη στον άλλο. Η εισαγωγή ή η εξαγωγή αγαθών μεταξύ χωρών είναι ένα παράδειγμα μιας κατευθυνόμενης σχέσης. Προφανώς τα αγαθά πηγαίνουν από την μία χώρα στην άλλη και συνεπώς η μία χώρα αποτελεί την προέλευση (πομπός) και η άλλη χώρα τον προορισμό (δέκτης) των αγαθών. Σε ένα κοινωνικό δίκτυο που αναπαριστά το εμπόριο μεταξύ κρατών οι δεσμοί είναι κατευθυνόμενοι άρα και ο γράφος που αναπαριστά τέτοιους δεσμούς πρέπει να είναι κατευθυνόμενος. Οι επιλογές φίλων μεταξύ παιδιών είναι άλλο ένα παράδειγμα μιας κατευθυνόμενης σχέσης. Η διεκδίκηση της φιλίας είναι κάτι που κατευθύνεται από ένα παιδί σε ένα άλλο. Το παιδί *i* μπορεί να επιλέξει το παιδί *j* ως φίλο του αλλά το γεγονός αυτό δεν σημαίνει απαραίτητα ότι και το παιδί *j* επιλέγει το παιδί *i* ως δικό του φίλο. Σε αυτή την ενότητα, θα ασχοληθούμε με τους κατευθυνόμενους γράφους και θα περιγράψουμε εκείνους τους ορισμούς και τις έννοιες για τους κατευθυνόμενους γράφους που είναι οι πιο χρήσιμες για την ανάλυση των κοινωνικών δικτύων.

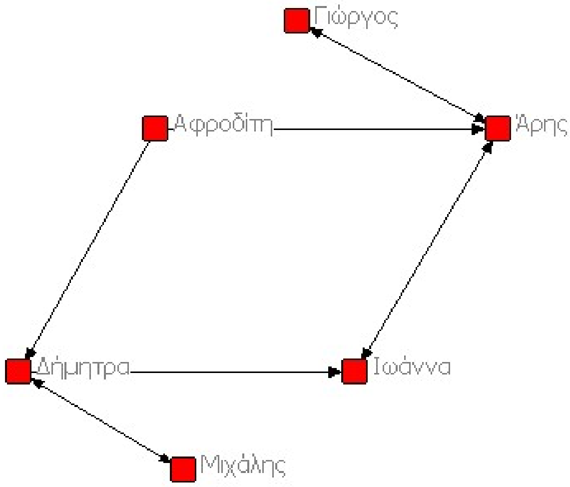
Μια κατευθυνόμενη σχέση μπορεί να αναπαρασταθεί από ένα *κατευθυνόμενο γράφο* ή *δίγραφο* (bigraph), εν συντομία. Ένας δίγραφος αποτελείται από ένα σύνολο κόμβων που αναπαριστούν τους δράστες σε ένα δίκτυο και ένα σύνολο τόξων που κατευθύνονται ανάμεσα σε αυτά τα ζεύγη κόμβων και αναπαριστούν τους κατευθυνόμενους δεσμούς μεταξύ των δραστών. Η διαφορά μεταξύ γράφου και κατευθυνόμενου γράφου έγκειται στο γεγονός ότι σε ένα κατευθυνόμενο γράφο η κατεύθυνση των γραμμών είναι καθορισμένη σε αντίθεση με το μη κατευθυνόμενο γράφο, στον οποίον η κατεύθυνση των γραμμών δεν παίζει κανένα ρόλο. Οι κατευθυνόμενοι δεσμοί μεταξύ ζευγαριών δραστών αναπαριστώνται ως γραμμές στις οποίες ο προσανατολισμός της σχέσης είναι ρητά εκφρασμένος. Αυτές οι προσανατολισμένες γραμμές αποκαλούνται τόξα.

Ένας κατευθυνόμενος γράφος ή δίγραφος G_d = (N, L) αποτελείται από δύο σύνολα, που δίνουν τις απαραίτητες πληροφορίες για να αναγνωριστεί ο εν λόγω γράφος. Ένα σύνολο κόμβων $N = \{n_1, n_2, \ldots, n_g\}$ και ένα σύνολο τόξων $L = \{l_1, l_1, \ldots, l_L\}$. Κάθε τόξο είναι ένα διαταγμένο ζευγάρι διακριτών κόμβων, $l_k = < n_i, n_j >$. Το τόξο $< n_i, n_j >$ κατευθύνεται από τον n_i (δράστης αφετηρίας του δεσμού ή δράστης πομπός) στον n_j (δράστης τερματισμού του δεσμού ή δράστης δέκτης). Η διαφορά μεταξύ ενός τόξου (σε ένα δίγραφο) και μιας γραμμής (σε ένα γράφο) είναι ότι το τόξο είναι ένα διαταγμένο ζευγάρι κόμβων (που απεικονίζει την κατεύθυνση του δεσμού ανάμεσα σε δύο κόμβους), ενώ μια γραμμή είναι ένα μη διατεταγμένο ζευγάρι κόμβων (που καταγράφει απλά την παρουσία ενός δεσμού μεταξύ δύο κόμβων).

Έστω *L* ο αριθμός των τόξων στο σύνολο L. Εφόσον κάθε τόξο αποτελεί ένα διαταγμένο ζευγάρι κόμβων υπάρχουν συνολικά $n(n - 1)$ δυνατά τόξα στο σύνολο L. Όπως σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο, ένας κόμβος ονομάζεται *προσπίπτων* (incident) σε ένα τόξο, αν ο κόμβος ανήκει στο διαταγμένο ζευγάρι κόμβων, που ορίζουν το τόξο. Για παράδειγμα, και οι δύο κόμβοι n_i και n_j είναι προσπίπτοντες στο τόξο $l_k = <n_i, n_j>$. Όμως σε ένα δίγραφο επειδή ένα τόξο είναι ένα διαταγμένο ζευγάρι κόμβων μπορούμε να διαχωρίσουμε τον πρώτο από τον δεύτερο κόμβο στο ζευγάρι. Κατά συνέπεια η έννοια της γειτνίασης των κόμβων σε ένα δίγραφο είναι κάπως πιο περίπλοκη από τη γειτνίαση των κόμβων σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο. Πρέπει να εξετάσουμε αν ένας δεδομένος κόμβος είναι πρώτος (πομπός) ή δεύτερος (δέκτης) στο διατεταγμένο ζευγάρι που ορίζει το τόξο. Συγκεκριμένα ο κόμβος n_i είναι *γειτονικός προς* τον κόμβο n_j, αν $<n_i, n_j> \in$ L, και ο κόμβος n_j είναι *γειτονικός από* τον κόμβο n_i, αν $<n_j, n_i> \in$ L.

Όταν ένας δίγραφος παρουσιάζεται ως διάγραμμα, οι κόμβοι αναπαριστώνται με σημεία και τα τόξα με κατευθυνόμενα βέλη. Το τόξο $<n_i, n_j>$ αναπαριστάται με ένα βέλος που ξεκινάει από το σημείο, που απεικονίζεται το n_i και τερματίζει στο σημείο που απεικονίζεται το n_j. Για παράδειγμα, αν ο δράστης *i* θεωρούσε το δράστη *j* ως φίλο του, θα υπήρχε ένα τόξο που να ξεκινά από τον *i* και να καταλήγει στον *j.* Αν ο δράστης *j* ανταπέδιδε τη φιλική προτίμηση, που εκδήλωνε προς το πρόσωπο του ο *i*, θα υπήρχε ένα άλλο τόξο, που θα ξεκινούσε από *τον j* και που θα κατέληγε στον *i*.

Κόμβοι	Δράστες	Φιλία στην αρχή του έτους	Κατευθυνόμενοι Δεσμοί(Τόξα)
n1	Αφροδίτη	Άρης, Δήμητρα	l1 = <n1, n2>
n2	Άρης	Γιώργος, Ιωάννα	l2 = <n1, n5>
n3	Γιώργος	Άρης	l3 = <n2, n3>
n4	Μιχάλης	Δήμητρα	l4 = <n2, n6>
n5	Δήμητρα	Ιωάννα	l5 = <n3, n2>
n6	Ιωάννα	Άρης	l6 = <n4, n5>
			l7 = <n5, n6>
			l8 = <n6, n2>



Σχήμα 3.6: Φιλία στην αρχή της χρονιάς για τους έξι μαθητές

Για να δώσουμε ένα παράδειγμα ενός κατευθυνόμενου γράφου, ας εξετάσουμε τις επιλογές φιλίας ανάμεσα στους έξι μαθητές στην αρχή του σχολικού έτους. Αυτές οι επιλογές αναπαριστώνται στον κατευθυνόμενο γράφο του σχήματος 3.6. Οι N = 6 κόμβοι αναπαριστούν τους έξι μαθητές και τα τόξα αναπαριστούν τις επιλογές φιλίας των μαθητών. Με τον τρόπο αυτό, υπάρχει ένα τόξο από έναν κόμβο σε έναν άλλο, αν ο μαθητής, που αναπαριστάται από τον πρώτο κόμβο θεωρεί ότι είναι φίλος του ο μαθητής, που αναπαριστάται από το δεύτερο κόμβο. Για παράδειγμα, επειδή η Δήμητρα, n_5, επιλέγει την Ιωάννα, n_6, ως φίλη της, βλέπουμε στο γράφο το τόξο $<n_5, n_6>$.

Πολλές από τις έννοιες για τους γράφους, που ορίσθηκαν και συζητήθηκαν νωρίτερα σε αυτό το κεφάλαιο, εφαρμόζονται απευθείας για τους κατευθυνόμενους γράφους και επομένως δεν χρειάζεται να κάνουμε ειδική μνεία σε αυτές. Εντούτοις μερικές έννοιες όπως ο βαθμός κόμβου, οι περίπατοι, τα μονοπάτια, κ.λπ. είναι κάπως διαφορετικές στους κατευθυνόμενους γράφους και επομένως χρήζουν ιδιαίτερης προσοχής όπως θα δούμε και παρακάτω.

3.2.1 Βαθμοί και πυκνότητα

Βαθμοί Εισόδου και Εξόδου

Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο ο βαθμός ενός κόμβου είναι ο αριθμός των κόμβων που είναι γειτονικοί σε αυτόν (ή ισοδύναμα ο αριθμός των γραμμών, που είναι προσπίπτουσες σε αυτόν). Σε ένα δίγραφο όμως ένας κόμβος μπορεί να είναι, είτε *γειτονικός προς* είτε *γειτονικός από,* έναν άλλο κόμβο ανάλογα με την κατεύθυνση του τόξου που συνδέει τους δύο κόμβους. Κατά συνέπεια είναι απαραίτητο να εξεταστούν αυτές οι δύο περιπτώσεις ξεχωριστά. Στην πρώτη περίπτωση εκφράζεται ποσοτικά η τάση των δραστών να ‘κάνουν επιλογές’, ενώ στην δεύτερη περίπτωση εκφράζεται ποσοτικά η τάση τους να ‘δέχονται επιλογές’. Γενικά για κάθε κορυφή, ο αριθμός των τόξων που καταλήγουν σε αυτή, ονομάζεται *βαθμός εισόδου* (input degree ή in degree)της κορυφής, ενώ ο αριθμός των τόξων που ξεκινούν από αυτήν ονομάζεται *βαθμός εξόδου* (output degree ή out degree).

Πιο συγκεκριμένα ο *βαθμός εισόδου* (*in degree*) ενός κόμβου, $d_I(n_i)$, είναι ο αριθμός των κόμβων που είναι γειτονικοί προς τον n_i, δηλαδή ο αριθμός των τόξων που κατευθύνονται και καταλήγουν στον n_i ξεκινώντας από κόμβους με τους οποίους είναι συνδεδεμένος. Επομένως ο βαθμός εισόδου του κόμβου n_i είναι ίσος με τον αριθμό τόξων της μορφής $l_k = <n_j, n_i>$, για όλα τα $l_k \in$ L και όλα τα κατάλληλα $n_j \in$ N.

Ο *βαθμός εξόδου* (*out degree*) ενός κόμβου, $d_O(n_i)$, είναι ο αριθμός των κόμβων που είναι γειτονικοί από τον n_i, δηλαδή ο αριθμός των τόξων που ξεκινούν από τον n_i και κατευθύνονται και καταλήγουν προς όλους τους κόμβους με τους οποίους ο n_i είναι συνδεδεμένος. Επομένως ο βαθμός εξόδου του κόμβου n_i είναι ίσος με τον αριθμό τόξων της μορφής $l_k = <n_i, n_j>$, για όλα τα $l_k \in$ L και όλα τα κατάλληλα $n_j \in$N.

Οι βαθμοί εισόδου και εξόδου για κάθε κόμβο μπορούν να υπολογιστούν εύκολα αν εξετάσουμε τις κατευθύνσεις των τόξων στο δίγραφο. Για παράδειγμα οι βαθμοί εξόδου για τους έξι κόμβους του διγράφου στο σχήμα 3.6, που αναπαριστούν τους μαθητές, είναι:

- $d_O(n_1) = 2$
- $d_O(n_2) = 2$
- $d_O(n_3) = 1$
- $d_O(n_4) = 1$
- $d_O(n_5) = 1$
- $d_O(n_6) = 1$

Ενώ οι αντίστοιχοι βαθμοί εισόδου για τους έξι κόμβους είναι:

- $d_I(n_1) = 0$
- $d_I(n_2) = 3$
- $d_I(n_3) = 1$
- $d_I(n_4) = 0$
- $d_I(n_5) = 2$
- $d_I(n_6) = 2$

Στις εφαρμογές των κοινωνικών δικτύων αυτοί οι βαθμοί έχουν πολύ μεγάλο ενδιαφέρον. Οι βαθμοί εξόδου είναι μέτρα της *επεκτασιμότητας* και οι βαθμοί εισόδου είναι μέτρα της *δεκτικότητας* ή της *δημοτικότητας.* Ως προς την κοινωνιομετρική σχέση της φιλίας ένας δράστης με υψηλό βαθμό *εξόδου* είναι κάποιο άτομο που υποδεικνύει ότι έχει πολλούς φίλους. Αντίθετα, ένας δράστης με χαμηλό βαθμό *εξόδου* υποδεικνύει την ύπαρξη σαφώς λιγότερων φίλων. Ένας δράστης με υψηλό βαθμό *εισόδου* είναι κάποιο άτομο που πολλοί άλλοι τον υποδεικνύουν ως φίλο ενώ ένας δράστης με χαμηλό βαθμό εισόδου επιλέγεται σαν φίλος από λίγα άτομα. Οι βαθμοί εξόδου μπορεί να κρατούνται σταθεροί από το σχεδιασμό της συλλογής των δεδομένων όταν για παράδειγμα σε μια έρευνα, συλλέγονται δεδομένα στα οποία κάθε ερωτούμενος ζητείται να 'ονομάσει τους τρεις πιο στενούς φίλους του'. Σε μια τέτοια περίπτωση αν όλοι οι ερωτώμενοι πράγματι κατονομάσουν τους τρεις πιο στενούς τους φίλους τότε όλοι οι βαθμοί εξόδου θα είναι ίσοι με 3.

Οι βαθμοί εισόδου και εξόδου αποτελούν χρήσιμες μετρήσεις για πολλούς διαφορετικούς τύπους δικτύων και σχέσεων παρότι οι όροι της *επεκτασιμότητας* και της *δημοτικότητας* μπορεί να είναι κάπως αδόκιμοι σε κάποιες περιπτώσεις. Για παράδειγμα για το εμπορικό δίκτυο μεταξύ χωρών και για τη σχέση 'εξαγωγή προϊόντων', μια χώρα με ψηλό βαθμό εξόδου παρουσιάζει πολλές εξαγωγές προς άλλες χώρες ενώ μια χώρα με ψηλό βαθμό εισόδου παρουσιάζει πολλές εισαγωγές.

Σε πολλά στατιστικά μοντέλα είναι πιθανό να θέλει κανείς να ελέγξει ή να ρυθμίσει είτε τους βαθμούς εισόδου είτε τους βαθμούς εξόδου των κόμβων. Για παράδειγμα, όταν κάποιος μελετά την τάση για αμοιβαίες επιλογές μέσα σε ένα δίκτυο, μπορεί να θέλει να ελέγξει τους βαθμούς εξόδου των κόμβων. Δηλαδή, σε μια τέτοια περίπτωση, ο εκάστοτε ερευνητής θέλει να μελετήσει την τάση για αμοιβαιότητα, λαμβάνοντας υπόψη τη ροπή που έχουν οι δράστες για συγκεκριμένες επιλογές.

Είναι συχνά χρήσιμο να συνοψιστούν οι βαθμοί εισόδου και εξόδου όλων των δραστών του δικτύου, χρησιμοποιώντας το μέσο βαθμό εισόδου ή το μέσο βαθμό εξόδου. Όπως θα δούμε, αυτοί οι δύο αριθμοί είναι ίσοι, επειδή αναφέρονται στο ίδιο σύνολο τόξων, αλλά για διαφορετικές κατευθύνσεις. Θα συμβολίζουμε το μέσο βαθμό εισόδου με $\overline{d_I}$ και το μέσο βαθμό εξόδου με $\overline{d_O}$. Οι αριθμοί αυτοί υπολογίζονται ως εξής:

$$\overline{d_I} = \frac{\sum_{i=1}^{g} d_I(n_i)}{g} \qquad (3.6)$$

$$\overline{d_O} = \frac{\sum_{i=1}^{g} d_O(n_i)}{g} \qquad (3.7)$$

Επειδή οι βαθμοί εισόδου μετρούν τα τόξα, που ξεκινούν από τους εστιαζόμενους κόμβους, και οι βαθμοί εξόδου τα τόξα, που κατευθύνονται στους εστιαζόμενους κόμβους, δηλαδή:

$$\sum_{i=1}^{g} d_I(n_i) = \sum_{i=1}^{g} d_O(n_i) = L \qquad (3.8)$$

και έτσι, μπορούμε να δούμε ότι το $\overline{d}_I = \overline{d}_O$ και οι εξισώσεις (3.6) και (3.7) απλοποιούνται σε:

$$\overline{d}_I = \overline{d}_O = \frac{L}{g} \qquad (3.9)$$

Θα μπορούσε κανείς να ενδιαφερθεί για τη μεταβλητότητα των βαθμών εισόδου και εξόδου των κόμβων. Αντίθετα από τους μέσους βαθμούς εισόδου και εξόδου, η μεταβλητότητα των βαθμών εισόδου δεν είναι απαραίτητα η ίδια με τη μεταβλητότητα των βαθμών εξόδου. Για παράδειγμα, ας θεωρήσουμε μια κοινωνιομετρική ερώτηση, στην οποία κάθε ερωτώμενος καλείται να κατονομάσει τους τρεις πιο στενούς του φίλους. Αν όλοι οι ερωτώμενοι κάνουν πράγματι τρεις υποδείξεις, τότε δεν υπάρχει καμία μεταβλητότητα στους βαθμούς εξόδου (όλοι είναι: $d_O(n_i) = 3$). Όμως, είναι πιθανό οι ερωτώμενοι να δώσουν διαφορετικές επιλογές φίλων. Επομένως, θα υπάρχει μεταβλητότητα στους βαθμούς εισόδου (τα $d_I(n_i)$ θα διαφέρουν μεταξύ τους). Η μεταβλητότητα των βαθμών εισόδου, που συμβολίζεται με $S^2_{D_I}$, υπολογίζεται ως:

$$S^2_{D_I} = \frac{\sum_{i=1}^{g} \left[d_I(n_i) - \overline{d_I} \right]^2}{g} \qquad (3.10)$$

Όμοια η μεταβλητότητα των βαθμών εξόδου, που συμβολίζεται με $S^2_{D_O}$, υπολογίζεται ως:

$$S^2_{D_O} = \frac{\sum_{i=1}^{g} \left[d_O(n_i) - \overline{d}_O \right]^2}{g} \qquad (3.11)$$

Και τα δύο αυτά μέτρα εκφράζουν ποσοτικά πόσο άνισοι είναι οι δράστες σε ένα δίκτυο όσον αφορά την έναρξη ή την αποδοχή δεσμών. Επιπλέον, τα μέτρα αυτά δίνουν κάποιες απλές στατιστικές για μια συνοπτική εκτίμηση του πόσο κεντρικοποιημένο είναι ένα δίκτυο.

Πυκνότητα

Η πυκνότητα (density) ενός κατευθυνόμενου γράφου είναι ίση με το ποσοστό των παρόντων τόξων στο δίγραφο. Υπολογίζεται ως ο αριθμός των τόξων, *L*, διαιρούμενος με τον αριθμό όλων των τόξων, που μπορούν να υπάρξουν στο γράφο. Επειδή ένα τόξο είναι ένα διατεταγμένο ζευγάρι κόμβων, το συνολικό πλήθος των τόξων, που ένας γράφος μπορεί να έχει, είναι g (g – 1) τόξα. Άρα, η πυκνότητα, Δ, ενός διγράφου είναι:

$$\Delta = \frac{L}{g \cdot (g-1)} \tag{3.12}$$

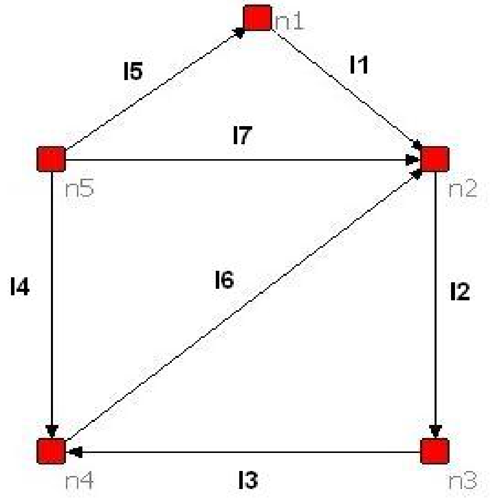
Η πυκνότητα ενός διγράφου είναι ένα κλάσμα, που κυμαίνεται από μία ελάχιστη τιμή 0, αν ο διγράφος δεν έχει κανένα τόξο, σε μία μέγιστη τιμή 1, αν όλα τα τόξα είναι παρόντα στο διγράφο. Αν η πυκνότητα είναι ίση με 1, τότε όλες οι δυάδες είναι αμοιβαίες.

3.2.2 Κατευθυνόμενοι Περίπατοι, Πορείες και Ημι-Μονοπάτια

Οι περίπατοι, όπως και οι λοιπές παρεμφερείς έννοιες των γράφων, μπορούν επίσης να ορισθούν και για τους διγράφους, με την προϋπόθεση όμως ότι τώρα πρέπει να ληφθεί υπόψη η κατεύθυνση των τόξων.

Ένας *κατευθυνόμενος περίπατος* είναι μια ακολουθία εναλλασσόμενων κόμβων και τόξων με τέτοιο τρόπο ώστε, κάθε τόξο να έχει φορά (κατεύθυνση) από τον προηγούμενο στον επόμενο κόμβο. Πιο απλά, σε έναν κατευθυνόμενο περίπατο, όλα τα τόξα δείχνουν στην ίδια κατεύθυνση και στα άκρα κάθε τόξου υπάρχει ένας κόμβος. Το μήκος ενός κατευθυνόμενου περιπάτου είναι ο αριθμός των τόξων σε αυτόν (όπου ένα τόξο μετράται κάθε φορά που εμφανίζεται στον περίπατο).

Για παράδειγμα, στο διγράφο του σχήματος 3.7, ένας πιθανός κατευθυνόμενος περίπατος σε αυτόν είναι και ο $W = n_5\text{-}n_1\text{-}n_2\text{-}n_3\text{-}n_4\text{-}n_2\text{-}n_3$.



Α. Κατευθυνόμενος Περίπατος: n5-n4-n2-n3-n4
Β. Κατευθυνόμενο Μονοπάτι: n5-n1-n2-n3
Γ. Ημί-μονοπάτι: n1-n5-n4-n3
Δ. Κύκλος: n2-n3-n4-n2
Ε. Ημίκύκλος: n5-n4-n2-n5

Σχήμα 3.7: Περίπατοι, Μονοπάτια, Ημι-μονοπάτια, Κύκλοι και Ημικύκλοι σε κατευθυνόμενο γράφο

Ας θυμηθούμε από προηγούμενη παράγραφο, ότι μια πορεία σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο είναι ένας περίπατος, στον οποίο καμία γραμμή δεν επαναλαμβάνεται. Μια *κατευθυνόμενη πορεία* σε ένα διγράφο, είναι ένας κατευθυνόμενος περίπατος, με διακριτό αριθμό τόξων(κανένα τόξο δεν επαναλαμβάνεται). Όμοια, ένα *κατευθυνόμενο μονοπάτι* ή απλά *μονοπάτι* σε ένα διγράφο είναι ένας κατευθυνόμενος περίπατος, με διακριτό αριθμό και κόμβων και τόξων(κανένας κόμβος και κανένα τόξο δεν επαναλαμβάνονται).

Ένα μονοπάτι, που συνδέει τους δράστες n_i και n_j σε έναν κατευθυνόμενο γράφο, αποτελεί μια ακολουθία εναλλασσόμενων διακριτών κόμβων, στην οποία κάθε τόξο ξεκινά στον προηγούμενο κόμβο και κατευθύνεται (τερματίζεται) στον επόμενο κόμβο. Έτσι, ένα μονοπάτι σε έναν κατευθυνόμενο γράφο αποτελείται από τόξα μεταξύ κόμβων, τα οποία όλα δείχνουν προς την ίδια κατεύθυνση.

Τώρα, ας υποθέσουμε ότι αφαιρούμε τον περιορισμό πως όλα τα τόξα δείχνουν προς την ίδια κατεύθυνση. Θα θεωρήσουμε, δηλαδή, περιπάτους και μονοπάτια, στα οποία τα τόξα μεταξύ των προηγούμενων και των επόμενων κόμβων στην ακολουθία μπορεί να δείχνουν προς οποιαδήποτε από τις δύο κατευθύνσεις. Έτσι, ένας ημι-περίπατος, που ενώνει τους κόμβους n_i και n_j, είναι μια ακολουθία κόμβων και τόξων, στην οποία μεταξύ δύο διαδοχικών κόμβων υπάρχει ένα τόξο, που κατευθύνεται από τον πρώτο κόμβο στο δεύτερο, ή ένα τόξο, που κατευθύνεται από το δεύτερο κόμβο στον πρώτο. Δηλαδή, σε ένα ημι-περίπατο, για όλα τα διαδοχικά ζευγάρια κόμβων, το τόξο μεταξύ γειτονικών κόμβων μπορεί να είναι είτε το $<n_i, n_j>$ είτε το $<n_j, n_i>$. Σε ένα ημι-περίπατο, η κατεύθυνση των τόξων δεν έχει καμιά σημασία. Το μήκος ενός ημι-περιπάτου είναι ο αριθμός των τόξων σε αυτόν.

Ένα *ημι-μονοπάτι*, που ενώνει τους κόμβους n_i και n_j, είναι μια ακολουθία εναλλασσόμενων διακριτών κόμβων, στην οποία όλα τα διαδοχικά ζευγάρια κόμβων συνδέονται με ένα τόξο, που κατευθύνεται από τον πρώτο κόμβο στο δεύτερο, ή με ένα τόξο, που κατευθύνεται από το δεύτερο κόμβο στον πρώτο (Harary, Norman & Cartwright, 1965, Peay, 1975). Σε ένα ημι-μονοπάτι, η κατεύθυνση των τόξων δεν έχει καμία σημασία. Αντίστοιχα με τον ημι-περίπατο το μήκος ενός ημι-μονοπατιού είναι ο αριθμός των τόξων σε αυτό.

Οι κλειστοί περίπατοι μπορούν επίσης να ορισθούν και για τους κατευθυνόμενους γράφους. Ένας *κύκλος* σε έναν κατευθυνόμενο γράφο είναι ένας κλειστός κατευθυνόμενος περίπατος, που αποτελείται από τουλάχιστον τρεις κόμβους, στον οποίον όλοι οι κόμβοι, εκτός του πρώτου και του τελευταίου (είναι ο ίδιος κόμβος), είναι ξεχωριστοί. Ένας *ημι-κύκλος* σε έναν κατευθυνόμενο γράφο είναι ένας κλειστός κατευθυνόμενος ημι-περίπατος, που αποτελείται από τουλάχιστον τρεις κόμβους, στον οποίον επίσης όλοι οι κόμβοι, εκτός του πρώτου και του τελευταίου, είναι ξεχωριστοί. Σε έναν ημι-κύκλο τα τόξα μπορεί να κατευθύνονται προς οποιαδήποτε κατεύθυνση, ενώ σε έναν κύκλο όλα τα τόξα πρέπει να δείχνουν προς την ίδια κατεύθυνση. Οι ημι-κύκλοι χρησιμοποιούνται για τη μελέτη του δομικού ισοζυγίου (structural balance) και της ομαδοποίησης (clusterability). Ορισμένα παραδείγματα των προαναφερθεισών εννοιών που αφορούν κατευθυνόμενους γράφους παρατίθενται στο παραπάνω σχήμα 3.7.

3.2.3 Συνεκτικότητα

Με τη βοήθεια των εννοιών του μονοπατιού και του ημι-μονοπατιού, που αναπτύχθηκαν σε προηγούμενες παραγράφους, μπορούμε τώρα να ορίσουμε τις ιδιότητες της προσπελασιμότητας και της συνεκτικότητας σε έναν κατευθυνόμενο γράφο.

<u>Ζεύγη Κόμβων</u>

Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο, ένα ζευγάρι κόμβων είναι προσπελάσιμο (reachable) το ένα από το άλλο, αν υπάρχει ένα μονοπάτι που να συνδέει τους δύο κόμβους. Όμως, για τον ορισμό της προσπελασιμότητας σε έναν κατευθυνόμενο γράφο, θα πρέπει να εστιάσουμε σε κατευθυνόμενα μονοπάτια. Πιο συγκεκριμένα, αν υπάρχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από τον n_i προς τον n_j, τότε λέμε πως ο κόμβος n_j είναι *προσπελάσιμος από* τον κόμβο n_i.

Ας εξετάσουμε τώρα τα μονοπάτια και τα ημι-μονοπάτια μεταξύ ζευγαριών κόμβων. Μπορούμε να ορίσουμε τέσσερις διαφορετικούς τρόπους, με τους οποίους δύο κόμβοι συνδέονται κατά μήκος ενός μονοπατιού ή ενός ημι-μονοπατιού (Harary, Norman & Cartwright, 1965, Frank, 1971, Peay, 1975, 1980). Ένα ζευγάρι κόμβων $<n_i, n_j>$ είναι:

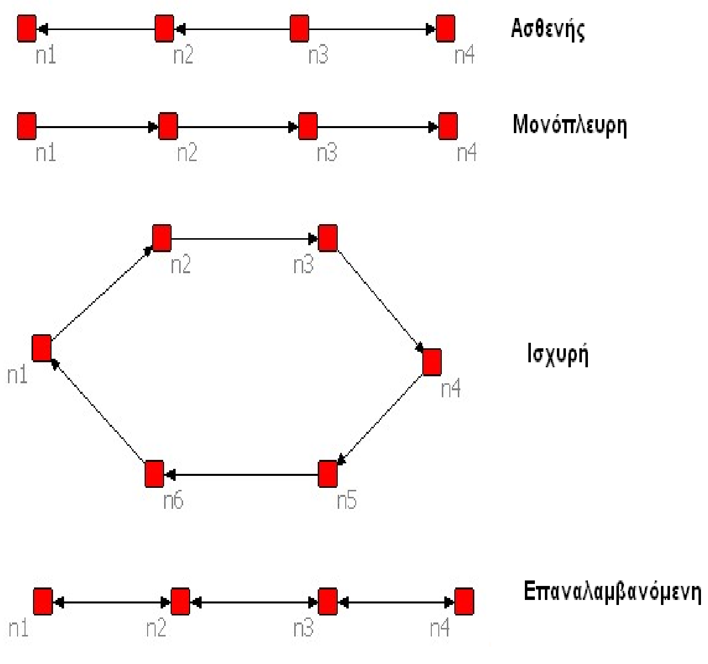
I. *Ασθενώς συνδεδεμένο*, αν οι κόμβοι n_i και n_j ενώνονται με ένα *ημι-μονοπάτι*.

II. *Μονόπλευρα συνδεδεμένο*, αν ενώνονται με ένα *μονοπάτι* από το n_i στο n_j ή ένα *μονοπάτι* από το n_j στο n_i.

III. *Ισχυρώς συνδεδεμένο*, αν υπάρχει ένα *μονοπάτι* από το n_i στο n_j *και* ένα *μονοπάτι* από το n_j στο n_i. Το μονοπάτι από το n_i στο n_j μπορεί να περιλαμβάνει διαφορετικούς κόμβους και τόξα από αυτά του μονοπατιού από το n_j στο n_i.

IV. *Επαναλαμβανόμενα συνδεδεμένο*, αν είναι ισχυρώς συνδεδεμένο και το μονοπάτι από το n_i στο n_j χρησιμοποιεί τους ίδιους κόμβους και τόξα όπως το μονοπάτι από το n_j στο n_i αλλά σε αντίστροφη σειρά.

Αξίζει να αναφέρουμε, ότι τα τέσσερα παραπάνω είδη συνδεσιμότητας εμπεριέχουν αυστηρά το ένα το άλλο. Αυτό σημαίνει ότι αν ισχύει κάποιο από αυτά, τότε υποχρεωτικά ισχύει και το αμέσως προηγούμενο. Για παράδειγμα, δύο κόμβοι, που είναι επαναλαμβανόμενα συνδεδεμένοι, είναι επίσης και ισχυρά συνδεδεμένοι, μονόπλευρα συνδεδεμένοι και ασθενώς συνδεδεμένοι. Στο παρακάτω σχήμα 3.8 παρουσιάζονται μερικά παραδείγματα αυτών των διαφορετικών τύπων συνδεσιμότητας κόμβων. Σε όλες τις περιπτώσεις, οι κόμβοι n_1 και n_4 του γράφου ικανοποιούν τις συνθήκες των διαφόρων τύπων συνδεσιμότητας.



Σχήμα 3.8: Είδη Συνεκτικότητας σε κατευθυνόμενο γράφο

<u>Συνεκτικότητα Διγράφων</u>

Είναι τώρα δυνατό να οριστούν τέσσερα διαφορετικά είδη συνεκτικότητας για διγράφους (Peay 1975, 1980). Αν ένας διγράφος είναι συνεκτικός, τότε είναι συνδεδεμένος με ένα από τα παρακάτω τέσσερα είδη συνεκτικότητας. Διαφορετικά, δεν είναι συνδεδεμένος. Δεδομένου ότι υπάρχουν τέσσερις τύποι συνδεσιμότητας μεταξύ ζευγαριών κόμβων σε ένα κατευθυνόμενο γράφο, υπάρχουν τέσσερις ορισμοί της συνεκτικότητας για ένα διγράφο. Ένας κατευθυνόμενος γράφος είναι:

I. *Ασθενώς συνεκτικός*, αν όλα τα ζευγάρια κόμβων είναι ασθενώς συνδεδεμένα.

II. *Μονόπλευρα συνεκτικός*, αν όλα τα ζευγάρια κόμβων είναι μονόπλευρα συνδεδεμένα.

III. *Ισχυρώς συνεκτικός*, αν όλα τα ζευγάρια κόμβων είναι ισχυρώς συνδεδεμένα.

IV. *Επαναλαμβανόμενα συνεκτικός*, αν όλα τα ζευγάρια κόμβων είναι επαναλαμβανόμενα συνδεδεμένα.

Σε έναν ασθενώς συνεκτικό διγράφο, όλα τα ζευγάρια κόμβων είναι ασθενώς συνδεδεμένα με την βοήθεια ενός ημι-μονοπατιού. Σε έναν μονόπλευρα συνεκτικό διγράφο, μεταξύ κάθε ζευγαριού κόμβων υπάρχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από τον έναν κόμβο στον άλλο. Με άλλα λόγια, τουλάχιστον ο ένας κόμβος, σε ένα ζευγάρι, είναι προσπελάσιμος από τον δεύτερο στο ζευγάρι. Σε έναν ισχυρώς συνεκτικό διγράφο, κάθε κόμβος σε κάθε ζευγάρι είναι προσπελάσιμος από τον άλλο κόμβο του ζευγαριού. Δηλαδή, υπάρχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι από κάθε κόμβο προς κάθε άλλον κόμβο. Σε έναν επαναλαμβανόμενα συνεκτικό διγράφο, κάθε κόμβος, σε κάθε ζευγάρι, είναι προσπελάσιμος από τον άλλον κόμβο του ζευγαριού και τα κατευθυνόμενα μονοπάτια περιέχουν τους ίδιους κόμβους και τα ίδια τόξα, αλλά με αντίθετη φορά.

Παρόμοια με τους ορισμούς της συνδεσιμότητας, κι οι παραπάνω ορισμοί της συνεκτικότητας εμπεριέχουν αυστηρά ο ένας τον άλλο. Άρα όπως και παραπάνω αυτό σημαίνει, ότι αν ισχύει κάποιος από αυτούς, τότε υποχρεωτικά ισχύει και ο αμέσως προηγούμενος. Από τους ορισμούς αυτούς είναι προφανές ότι κάθε ισχυρώς συνεκτικός διγράφος είναι και μονόπλευρα συνεκτικός, αλλά δεν ισχύει και το αντίστροφο. Όταν παράγονται οι μέγιστοι υπογράφοι (συνιστώσες) από διγράφους, στους οποίους οι δράστες είναι μονόπλευρα ή ισχυρώς συνδεδεμένοι, τότε ο υπογράφος λέγεται ότι είναι μία *μονόπλευρη* ή *ισχυρή συνιστώσα* του διγράφου. Οι έννοιες αυτές χρησιμοποιούνται στη μελέτη συνεκτικών υπό-ομάδων κατευθυνόμενων γράφων.

3.2.4 Γεωδεσικές, Απόσταση και Διάμετρος

Η (γεωδεσική) απόσταση μεταξύ ενός ζευγαριού κόμβων σε έναν κατευθυνόμενο γράφο είναι το μήκος ενός από τα συντομότερα μονοπάτια που συνδέουν τους δύο κόμβους και αποτελεί τη βάση για τον ορισμό της διαμέτρου του γράφου(ή διγράφου). Σε ένα κατευθυνόμενο γράφο, τα μονοπάτια από τον κόμβο n_i στον κόμβο n_j μπορεί να είναι διαφορετικά από τα μονοπάτια από τον κόμβο n_j στον κόμβο n_i (επειδή τα μονοπάτια στους κατευθυνόμενους γράφους εξαρτώνται από την κατεύθυνση των τόξων). Επομένως, οι ορισμοί της απόστασης και της διαμέτρου σε έναν κατευθυνόμενο γράφο είναι κάπως πιο περίπλοκοι από ότι σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο.

Θεωρούμε τα μονοπάτια από τον κόμβο n_i στον κόμβο n_j. Ένα γεωδεσικό μονοπάτι από τον κόμβο n_i στον κόμβο n_j είναι το συντομότερο κατευθυνόμενο μονοπάτι *από* τον n_i στον n_j. Η απόσταση από τον n_i στον n_j που συμβολίζεται ως $d(i, j)$, είναι το μήκος ενός γεωδεσικού μονοπατιού από τον n_i στον n_j. Είναι σημαντικό να σημειωθεί ότι, αφού τα (κατευθυνόμενα) μονοπάτια από τον n_i στον n_j είναι πιθανό να είναι διαφορετικά από τα μονοπάτια από τον n_j στον n_i (καθώς τα μονοπάτια απαιτούν όλα τα τόξα να δείχνουν προς την ίδια κατεύθυνση), τα γεωδεσικά μονοπάτια από τον n_i στον n_j μπορεί να είναι διαφορετικά από τα γεωδεσικά μονοπάτια από τον n_j στον n_i. Επομένως, η απόσταση $d(i, j)$ από τον n_i στον n_j μπορεί να είναι διαφορετική από την απόσταση $d\ (j, i)$ από τον n_j στον n_i. Για παράδειγμα, στο σχήμα 3.7, έχουμε: $d(4, 2) = 1$, ενώ $d(2, 4) = 2$. Αν δεν υπάρχει κανένα μονοπάτι από τον n_i στον n_j (όπως μπορεί να συμβεί μόνο όταν ο γράφος είναι ασθενώς ή μονόπλευρα συνεκτικός), τότε δεν υπάρχει κανένα γεωδεσικό μονοπάτι από τον n_i στον n_j και η απόσταση από τον n_i στον n_j είναι απροσδιόριστη (ή άπειρη).

Τώρα, αναλογιστείτε τη διάμετρο ενός κατευθυνόμενου γράφου. Όπως σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο, η διάμετρος ενός κατευθυνόμενου γράφου είναι το μήκος του μακρύτερου γεωδεσικού μονοπατιού μεταξύ όλων των ζευγαριών των κόμβων. Αυτός ο ορισμός της διαμέτρου έχει νόημα μόνον εφόσον υπάρχει ένα (κατευθυνόμενο) μονοπάτι από κάθε κόμβο προς κάθε άλλον κόμβο στο διγράφο. Δηλαδή, μόνον εφόσον ο διγράφος είναι ισχυρώς ή επαναλαμβανόμενα συνεκτικός. Αν αντίθετα, ο διγράφος είναι μόνο μονόπλευρα ή ασθενώς συνεκτικός, τότε, όπως έχει αναφερθεί λίγο παραπάνω, κάποιες αποστάσεις είναι απροσδιόριστες (ή άπειρες). Κατά συνέπεια, στην περίπτωση ενός ασθενούς ή μονόπλευρα συνεκτικού κατευθυνόμενου γράφου, η διάμετρος είναι απροσδιόριστη.

3.3 Γράφοι με Τιμές

Συχνά τα δεδομένα των κοινωνικών δικτύων αποτελούνται από σχέσεις, στις οποίες καταγράφεται η ισχύς ή η ένταση των δεσμών. Παραδείγματα περιπτώσεων δεσμών που παίρνουν τιμές είναι και τα εξής: η συχνότητα της αλληλεπίδρασης μεταξύ ζευγαριών ατόμων ή η βαθμολόγηση της φιλίας μεταξύ ατόμων σε μια ομάδα. Τέτοιες σχέσεις δεν μπορούν να αναπαρασταθούν πλήρως χρησιμοποιώντας ένα μη κατευθυνόμενο ή ένα κατευθυνόμενο γράφο αφού οι γραμμές ή τα τόξα σε ένα γράφο ή σε ένα διγράφο αντίστοιχα, μπορούν μόνο είτε να υπάρχουν είτε να μην υπάρχουν (δηλαδή, οι δεσμοί της εκάστοτε σχέσης παίρνουν διχοτομικές τιμές, 0 ή 1).

Κατά συνέπεια το επόμενο βήμα στη γενίκευση των γράφων και των διγράφων είναι να προστεθεί μια *τιμή* ή *ένα μέγεθος ή ένα βάρος (*όπως συχνά συναντάται), σε κάθε γραμμή ή τόξο, που εκφράζει ποσοτικά την ισχύ ή την ένταση του αντίστοιχου δεσμού. Τότε ο αντίστοιχος γράφος θα ονομάζεται *γράφος με δεσμούς που παίρνουν τιμές* ή, εν συντομία, *γράφος με τιμές* (*valued graph*). Οι γράφοι με τιμές (ή πλειότιμοι γράφοι) παρέχουν την κατάλληλη θεωρητική αναπαράσταση, στα πλαίσια της θεωρίας των γράφων, για εκείνες τις περιπτώσεις σχέσεων, στις οποίες το επιστημονικό ενδιαφέρον εστιάζεται στην ποσοτική ανάλυση τους. Τέτοιες σχέσεις μπορεί να είναι είτε μετρήσιμες (απο την σύσταση τους), όπως για παράδειγμα η συχνότητα συνεργασίας δημοτικών συμβουλίων στα πλαίσια κάποιου εξεταζόμενου νομού κατά τη διάρκεια ενός έτους,είτε μη μετρήσιμες, όπως για παράδειγμα η βαθμολόγηση (μέσα από μια κλίμακα τιμών) του έργου που παράχθηκε από την συνεργασία δημοτικών συμβουλίων σε διάφορους τομείς των κοινωνικών συνθηκών. Θα πρέπει εξαρχής να αναφέρουμε ότι οι έννοιες και οι ορισμοί για τους γράφους με τιμές δεν παρουσιάζουν το μέγεθος ανάπτυξης των γράφων και διγράφων που αναλύσαμε σε προηγούμενες παραγράφους. Συνεπώς και στην παρούσα εργασία δεν θα αναπτύξουμε με σπουδή ούτε θα περάσουμε σε βαθύτερη ανάλυση των γράφων με τιμές.

Ένας (μη κατευθυνόμενος) *γράφος με τιμές ή κατευθυνόμενος γράφος* (διγράφος) *με τιμές* είναι ένας γράφος ή διγράφος στον οποίον σε κάθε γραμμή ή τόξο αντίστοιχα, ανατίθεται κάποια τιμή. Ουσιαστικά ένας γράφος με τιμές αποτελείται από τρία σύνολα που παρέχουν όλες τις πληροφορίες για το γράφο. Το σύνολο κόμβων N = $\{n_1, n_2, \ldots, n_g\}$, το σύνολο γραμμών ή τόξων L = $\{l_1, l_2, \ldots, l_L\}$ και το σύνολο τιμών V = $\{u_1, u_2, \ldots, u_L\}$, οι οποίες θέτονται πάνω στις γραμμές ή τα τόξα. Σε κάθε γραμμή (για ένα γράφο) ή σε κάθε τόξο (για ένα διγράφο) αντιστοιχεί μια τιμή από το σύνολο των πραγματικών αριθμών (Flament, 1963). Έτσι, συμβολίζουμε ένα γράφο με τιμές ως G_V = (N, L, V). O Roberts (1976) αναφέρεται σε ένα γράφο με τιμές σαν *σταθμισμένο διγράφο* (*weighted digraph*).

Ένας γράφος με τιμές αναπαριστά μια μη κατευθυνόμενη σχέση της οποίας οι δεσμοί παίρνουν τιμές, όπως για παράδειγμα το πλήθος των αλληλεπιδράσεων, που παρατηρούνται μεταξύ κάθε ζευγαριού ατόμων μιας συγκεκριμένης ομάδας. Προφανώς ο αριθμός των αλληλεπιδράσεων μεταξύ του δράστη *i* και του δράστη *j* είναι ίδιος με τον αριθμό των αλληλεπιδράσεων μεταξύ του δράστη *j* και του δράστη *i*. Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο με τιμές, η γραμμή μεταξύ του κόμβου n_i και του κόμβου n_j είναι η ίδια με τη γραμμή μεταξύ του κόμβου n_j και του κόμβου n_i ($l_k = (n_i, n_j) = (n_j, n_i)$) και έτσι υπάρχει μια μόνο τιμή η u_k, για κάθε μη διατεταγμένο ζευγάρι κόμβων.

Ομοίως ένας κατευθυνόμενος γράφος με τιμές αναπαριστά μια κατευθυνόμενη σχέση της οποίας οι δεσμοί παίρνουν τιμές, όπως για παράδειγμα το ποσό της αξίας σε δολάρια των βιομηχανικών προϊόντων που εξάγονται από μία χώρα προς μία άλλη. Η χώρα *i* μπορεί να εξάγει μια διαφορετική ποσότητα βιομηχανικών προϊόντων στη χώρα *j* από αυτήν που εξάγει η χώρα *j* στη χώρα *i*. Σε ένα γράφο με τιμές το τόξο από τον κόμβο n_i στον κόμβο n_j δεν είναι το ίδιο με το τόξο από τον κόμβο n_j στον κόμβο n_i (l_k = < n_i, n_j > ∫ l_m = < n_j, n_i >) και έτσι υπάρχουν δύο ξεχωριστές τιμές μια για κάθε δυνατό τόξο για το διατεταγμένο ζευγάρι των κόμβων. Γενικά για l_k = < n_i, n_j > και l_m= < n_j, n_i >, η τιμή u_k δεν είναι αναγκαστικά ίση με την τιμή u_m.

Μερικοί συγγραφείς επιτρέπουν οι τιμές των δεσμών να μην είναι αριθμητικές (π.χ., θα μπορούσαν να είναι γράμματα ή χρώματα). Οι Harary, Norman & Cartwright (1965) αναφέρονται σε έναν τέτοιο γράφο με τιμές ως *δίκτυο* (network).

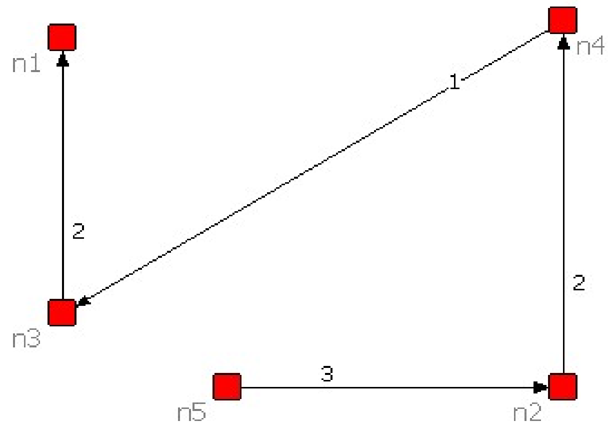
Σε ειδικές περιπτώσεις γράφων και διγράφων με τιμές, υπάρχουν κάποιοι περιορισμοί στις δυνατές τιμές, που οι γραμμές ή τα τόξα (δηλαδή, οι δεσμοί) μπορούν να πάρουν. Ο Harary (1969) αναφέρεται σε ένα γράφο με τιμές, οι οποίες ανήκουν στο σύνολο των *θετικών* πραγματικών αριθμών, ως *δίκτυο* (παρατηρείστε πώς διαφορετικοί συγγραφείς ορίζουν την έννοια του δικτύου με διαφορετικούς τρόπους). Όταν όλες οι τιμές σε ένα γράφο με τιμές είναι από το σύνολο των ακέραιων αριθμών, τότε έχουμε αυτό που ο Roberts (1976) αναφέρει ως *ακέραια σταθμισμένο διγράφο* (*integer weighted digraph*).

Μια ακόμα περίπτωση γράφου που αξίζει να αναφέρουμε αν και δεν συναντάται τόσο συχνά, είναι και ο *γράφος με πρόσημο* (signed graph). Σε ένα τέτοιο γράφο οι θετικές γραμμές (ή τόξα) παίρνουν την τιμή +1 και οι αρνητικές γραμμές (ή τόξα) παίρνουν την τιμή -1. Άρα ένας γράφος με πρόσημο, μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση ενός γράφου με τιμές, στον οποίον βέβαια οι τιμές είναι μόνο τα +1 και -1. Παρόμοια ένας γράφος μπορεί να θεωρηθεί εξίσου ειδική περίπτωση ενός γράφου με τιμές στον οποίον κάθε γραμμή (ή τόξο) παίρνει μια μόνο τιμή ίση με 1.

Μια ειδική εφαρμογή των γράφων με τιμές που έχει μελετηθεί εκτενώς είναι το σύνολο των γράφων των οποίων οι τιμές είναι πιθανότητες. Αυτοί οι γράφοι είναι γνωστοί ως *αλυσίδες του Markov* και οι αντίστοιχοι κοινωνιοπίνακες αναφέρονται συχνά ως *πίνακες μετάβασης* ή *στοχαστικοί πίνακες* (Harary, 1959b). Σε μια αλυσίδα Markov οι τιμές όλων των τόξων που προσάπτονται σε κάθε κόμβο πρέπει να δεσμεύονται από τη συνθήκη ότι το άθροισμά τους είναι ίσο με 1. Δηλαδή για κάθε κόμβο n_i, ισχύει ότι $\Sigma\ u_k = 1$ για όλα τα $l_k = < n_i, n_j >$, *όπου* $j = 1, 2, \ldots, g$, και, επιπλέον, $0 \leq u_k \leq 1$.

Σχεδόν στο σύνολο των περιπτώσεων ανάλυσης κοινωνικών δικτύων οι επιστήμονες εστιάζουν σε σχέσεις με δεσμούς που παίρνουν διακριτές τιμές και έτσι μπορούν να αναπαρασταθούν ως ακέραια σταθμισμένοι γράφοι ή διγράφοι των οποίων οι τιμές ανήκουν στο σύνολο των μη αρνητικών ακέραιων αριθμών. Ακόμα και σε περιπτώσεις σχέσεων όπου αποδίδονται σε δεσμούς τιμές εκτός συνόλου ακεραίων αριθμών, για την καλύτερη οπτική τους αναπαράσταση συνήθως αντιστοιχούνται σε άλλες ακέραιες τιμές. Ένα τέτοιο παράδειγμα σχέσης θα μπορούσε να είναι και η έκφραση συμπάθειας (+1) ή αντιπάθειας (-1) ή και αδιαφορίας (0) σε κάποιον υποψήφιο πρόεδρο από ένα τυχαίο δείγμα πληθυσμού. Έτσι κατά την συλλογή και ανάλυση των δεδομένων μπορεί να ισχύουν οι αρχικές τιμές, όμως για διευκόλυνση στην οπτική αναπαράσταση του δικτύου θα τους αντιστοιχίζονταν ακέραιες τιμές(πχ, 1, 2 και 3).

Σε περιπτώσεις σχέσεων, όπως είδαμε και παραπάνω, στους δεσμούς των οποίων ανατίθενται ακέραιες τιμές, η τιμή ενός τόξου σε ένα διγράφο (ή μιας γραμμής σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο) είναι $m = 1, 2, \ldots, C$. Στο σχήμα 3.9 δίνεται το παράδειγμα ενός διγράφου με τιμές. Στο σχήμα αυτό παρατίθενται τα τόξα και οι τιμές τους. Για παράδειγμα, το τόξο $l_4 = < n_5, \mathrm{n}_2 >$ παίρνει την τιμή 3, οπότε $u_4 = 3$.



Δεσμοί	Τιμές
l1=<n3,n1>	u1=2
l2=<n4,n3>	u2=1
l3=<n2,n4>	u3=2
l4=<n5,n2>	u4=3

Σχήμα 3.9: Παράδειγμα κατευθυνόμενου γράφου (διγράφου) με τιμές

3.3.1 Κόμβοι και Δυάδες

Κάθε κόμβος σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο με τιμές μπορεί να έχει ένα πλήθος γραμμών οι οποίες να είναι προσπίπτουσες σε αυτόν. Παρόμοια κάθε κόμβος σε ένα κατευθυνόμενο γράφο με τιμές μπορεί να έχει έναν πλήθος τόξων τα οποία είτε να καταλήγουν *προς* αυτόν είτε να ξεκινούν *από* αυτόν. Σε κάθε γραμμή ή τόξο αντιστοιχεί μια τιμή. Σε ένα γράφο ή ένα διγράφο ο βαθμός του κόμβου είναι ίσος με τον αριθμό των γραμμών, οι οποίες είναι παρακείμενες στον κόμβο ή τον αριθμό των τόξων τα οποία είναι παρακείμενα στον αντίστοιχο κόμβο (διγράφου). Η έννοια του βαθμού δεν μπορεί να γενικευτεί ικανοποιητικά για τους γράφους με τιμές επειδή πρέπει να ληφθούν υπόψη οι τιμές που αντιστοιχούν στις γραμμές ή τα τόξα.

Ένας τρόπος για να γενικευτεί η έννοια του βαθμού στους γράφους και τους διγράφους με τιμές είναι να υπολογιστούν οι μέσες τιμές για όλες τις παρακείμενες γραμμές σε έναν κόμβο γράφου ή για όλα τα παρακείμενα τόξα είτε προς είτε από έναν κόμβο διγράφου. Ένα τέτοιο μέτρο εκφράζει τη μέση τιμή του αριθμού των γραμμών οι οποίες είναι παρακείμενες στον κόμβο ή των τόξων τα οποία είναι παρακείμενα είτε προς είτε από τον κόμβο(ενός γράφου ή διγράφου αντίστοιχα).

3.3.2. Δυάδες σε Γράφους με Τιμές

Μια δυάδα σε ένα γράφο με τιμές περιέχει μια γραμμή μεταξύ των κόμβων η οποία φέρει μια συγκεκριμένη ισχύ. Μια δυάδα σε ένα κατευθυνόμενο γράφο με τιμές περιέχει ένα ή δύο τόξα μεταξύ των κόμβων. Κάθε ένα από τα δύο τόξα < n_i, n_j > και < n_j, n_i > έχει μια τιμή την οποία συμβολίζουμε με u_k και u_m, αντιστοίχως. Αυτές οι τιμές πιθανότατα θα είναι διαφορετικές. Σε τέτοιες περιπτώσεις, έχει ενδιαφέρον να συγκριθεί το u_k με το u_m.

3.3.3 Πυκνότητα

Σε ένα γράφο ή διγράφο η πυκνότητα Δ, ορίζεται ως το πηλίκο του αριθμού γραμμών ή τόξων που είναι παρόντα στο γράφο ή διγράφο, διαιρούμενου με το μέγιστο δυνατό αριθμό γραμμών ή τόξων που θα μπορούσε να εμφανιστεί. Ένας άλλος τρόπος περιγραφής της πυκνότητας ενός γράφου ή διγράφου είναι και εκείνος με τον οποίο θα μπορούσαμε να ισχυριστούμε ότι η πυκνότητα είναι ουσιαστικά η μέση τιμή των τιμών που κατέχουν οι γραμμές ή τα τόξα. Σε κάθε γραμμή ή τόξο δίνεται η τιμή 1 και στα ζευγάρια των κόμβων για τα οποία οι γραμμές λείπουν δίνεται η τιμή 0. Το άθροισμα αυτών των τιμών είναι ίσο με το συνολικό πλήθος των γραμμών ή τόξων. Διαιρούμενο τότε το άθροισμα αυτό με τη μέγιστο αριθμό γραμμών ή τόξων που θα μπορούσαν να υπάρχουν στον γράφο ή διγράφο αντίστοιχα, δίνει την πυκνότητα του γράφου ή διγράφου.

Για να γενικεύσουμε την έννοια της πυκνότητας σε ένα γράφο ή διγράφο με τιμές, μπορούμε να υπολογίσουμε τη μέση τιμή των τιμών που κατέχουν οι γραμμές ή τα τόξα για όλες τις γραμμές ή τα τόξα. Έτσι για ένα διγράφο με τιμές, η πυκνότητα είναι ίση με:

$$\Delta = \frac{\sum_{l=1}^{k} u_k}{g(g-1)} \tag{3.13}$$

όπου το άθροισμα λαμβάνεται για όλα τα ζεύγη κόμβων που συνδέονται με κάποιο τόξο (για όλα τα *k*).Αντίστοιχα για ένα γράφο(μη κατευθυνόμενο) με τιμές, η πυκνότητα είναι ίση με:

$$\Delta = \frac{2\sum_{l=1}^{k} u_k}{g(g-1)} \tag{3.14}$$

όπου το άθροισμα λαμβάνεται για όλα τα ζεύγη κόμβων που συνδέονται με κάποια γραμμή (για όλα τα *k*) Το μέγεθος αυτό μετρά τη μέση ισχύ των γραμμών ή τόξων σε ένα γράφο ή διγράφο με τιμές.

3.3.4 Μονοπάτια, Τιμή Μονοποατιού, Προσπελασιμότητα και Μήκος Μονοπατιού

Μονοπάτια

Οι περίπατοι και τα μονοπάτια στους γράφους με τιμές ορίζονται με τον ίδιο ακριβώς τρόπο όπως στους απλούς γράφους, δηλαδή ως εναλλασσόμενες ακολουθίες διαδοχικών κόμβων και γραμμών που αρχίζουν και τελειώνουν με κόμβους. Όμως σε ένα γράφο ή διγράφο με τιμές επειδή οι γραμμές ή τα τόξα έχουν τιμές, οι έννοιες όπως της προσπελασιμότητας για ένα ζευγάρι κόμβων του μήκους μονοπατιού και της απόστασης μεταξύ ενός ζευγαριού κόμβων, γίνονται πιο περίπλοκες. Για να μπορέσουμε να ορίσουμε έννοιες σαν τις παραπάνω για γράφους με τιμές θα πρέπει να εστιάσουμε στις τιμές που κατέχουν οι γραμμές ή τα τόξα σε ένα μονοπάτι. Όπως έχει παρατηρηθεί από μερίδα επιστημόνων υπάρχει ένα πλήθος διαφορετικών και εύλογων τρόπων να οριστούν η απόσταση και οι τιμές των μονοπατιών σε ένα γράφο με τιμές. Η επιλογή του όποιου ορισμού χρησιμοποιηθεί, εξαρτάται από την ερμηνεία των γραμμών ή τόξων και των τιμών που ανατίθενται σε αυτές στον γράφο κατευθυνόμενο και μη. Όπως ακριβώς συμβαίνει σε ένα γράφο (απλό) έτσι και σε ένα γράφο με τιμές, οι κόμβοι n_i και n_j είναι *προσπελάσιμοι* αν υπάρχει ένα μονοπάτι μεταξύ τους. Η διαφορά όμως που συναντάμε σε γράφους με τιμές είναι ότι μπορούμε να αναφερθούμε σε ισχύ ή τιμές της προσπελασιμότητας.

<u>Τιμή ενός Μονοπατιού</u>

Η *τιμή* ενός μονοπατιού (ή ημι-μονοπατιού) είναι ίση με τη μικρότερη τιμή που κατέχουν οι γραμμές ή τα τόξα σε αυτό (Peay, 1980). Τυπικά, η τιμή του $W = l_1, l_2, \ldots, l_k$, από τον n_i στον n_j είναι ίση με την ελάχιστη τιμή min $\{u_1, u_2, \ldots, u_k\}$. Η τιμή ενός μονοπατιού είναι έτσι η πιο ασθενής σύνδεση στο μονοπάτι. Αυτή η ιδέα έχει μεγαλύτερο νόημα όταν οι ψηλότερες τιμές χαρακτηρίζουν τους ισχυρότερους δεσμούς. Για παράδειγμα αν οι γραμμές αναπαριστούν την ποσότητα της επικοινωνίας μεταξύ κάθε ζευγαριού ατόμων που ανήκουν σε μια ομάδα τότε η τιμή του μονοπατιού μεταξύ δυο ατόμων αναπαριστά την πιο μικρή ποσότητα επικοινωνίας μεταξύ οποιουδήποτε ζευγαριού ατόμων στο μονοπάτι.

Ας αναλογιστούμε λοιπόν ένα γράφο με τιμές στον οποίο οι τιμές που κατέχουν οι γραμμές είναι διακριτές και διατεταγμένες ας πούμε είναι 1, 2, …, C. Ορίζουμε ένα μονοπάτι *στο επίπεδο c* ως το μονοπάτι εκείνο μεταξύ ενός ζευγαριού κόμβων που είναι τέτοιο ώστε κάθε και οποιαδήποτε γραμμή στο μονοπάτι να κατέχει μια τιμή μεγαλύτερη ή ίση του c. Δηλαδή, $u_l \geq c$, για όλες τις τιμές u_l στο μονοπάτι (Doreian, 1969, 1974). Γενικά, τα μονοπάτια που περιλαμβάνουν μόνο γραμμές με μεγάλες τιμές θα έχουν τις ψηλότερες τιμές μονοπατιών, ενώ τα μονοπάτια που περιλαμβάνουν γραμμές με μικρές τιμές θα έχουν τις μικρότερες τιμές μονοπατιών. Αφού όλες οι τιμές σε ένα μονοπάτι στο επίπεδο c είναι μεγαλύτερες ή ίσες με c, κάθε μονοπάτι στο επίπεδο c είναι επίσης και μονοπάτι στα επίπεδα για όλες τις τιμές μικρότερες ή ίσες προς το c. Η έννοια αυτή χρησιμοποιείται στη μελέτη των συνεκτικών υποομάδων γράφων με τιμές.

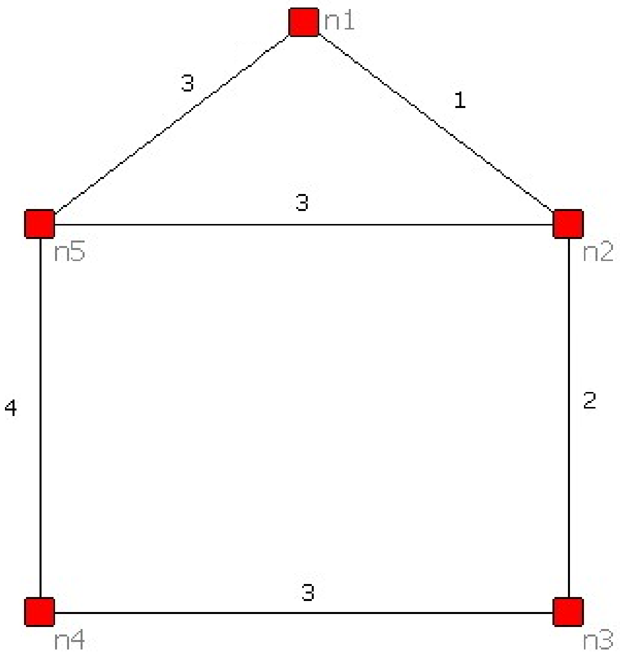
<u>Προσπελασιμότητα</u>

Παρόμοια με τις τιμές των μονοπατιών μπορούμε να γενικεύσουμε την προσπελασιμότητα ενός ζευγαριού κόμβων (Doreian, 1974). Ας θεωρήσουμε όλα τα μονοπάτια μεταξύ ενός ζευγαριού κόμβων. Κάθε ένα από αυτά τα μονοπάτια έχει μια τιμή. Όσο ψηλότερη είναι η τιμή τόσο ισχυρότερες είναι οι γραμμές που περιλαμβάνονται στο μονοπάτι. Σε ένα γράφο με τιμές δύο κόμβοι είναι *προσπελάσιμοι στο επίπεδο c* αν υπάρχει ένα μονοπάτι επιπέδου *c* μεταξύ τους. Με άλλα λόγια αν δύο κόμβοι είναι προσπελάσιμοι στο επίπεδο *c*, τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα μονοπάτι μεταξύ τους το οποίο δεν περιλαμβάνει καμία γραμμή τιμής μικρότερη από *c*. Αν δύο κόμβοι είναι προσπελάσιμοι στο επίπεδο *c*, τότε είναι προσπελάσιμοι και για οποιαδήποτε τιμή μικρότερη από *c*.

<u>Μήκος Μονοπατιού</u>

Αν οι τιμές που κατέχουν οι γραμμές ή τα τόξα μπορούν να ειδωθούν ως το κόστος του δεσμού (όπως, π.χ., το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να πάει κανείς από το σημείο *i* στο σημείο *j*), τότε είναι χρήσιμο να ορισθεί το μήκος του μονοπατιού ως το άθροισμα των τιμών των γραμμών σε αυτό. Ο Flament (1963) ορίζει το *μήκος* ενός μονοπατιού σε ένα γράφο με τιμές να ισούται με το άθροισμα των τιμών των γραμμών που περιλαμβάνονται στο μονοπάτι. Αν όλες οι τιμές είναι ίσες με 1, τότε αυτός ο ορισμός είναι ισοδύναμος με τον ορισμό του μήκους μονοπατιού για ένα γράφο ή διγράφο αφού το άθροισμα είναι απλά ο αριθμός των γραμμών ή τόξων στο μονοπάτι. Ένα πιθανό πρόβλημα με αυτήν την ποσοτικοποίηση του μήκους μονοπατιού σε ένα γράφο με τιμές είναι ότι μια ψηλή τιμή σε ένα μονοπάτι μπορεί να προκύψει είτε αν οι τιμές των γραμμών στο μονοπάτι είναι ψηλές είτε αν το μονοπάτι είναι μακρύ (και, επομένως, περιλαμβάνει πολλές γραμμές ή τόξα).

Στο σχήμα 3.10 παρακάτω, δίνεται το παράδειγμα ενός γράφου με τιμές πάνω στον οποίο εφαρμόζονται όλες οι προαναφερθείσες έννοιες. Μια σειρά από παραδείγματα μονοπατιών, με αντίστοιχα μήκη και τιμές που τα χαρακτηρίζουν, παρατίθενται στον συνοδευτικό πίνακα του σχήματος.



Τιμές Δεσμών	Μονοπάτι	Μήκος	Τιμή
l1 = (n1, n2), u1=1	n1n2n3n4	6	1
l2 = (n2, n3), u2=2	n1n2n5	4	1
l3 = (n3, n4), u3=3	n1n5n2n3n4	11	2
l4 = (n4, n5), u4=4	n3n4n5n1	10	3
l5 = (n5, n1), u5=3	n4n5n2n3	9	2
l6 = (n5, n2), u6=3	n3n4n5	7	3

Σχήμα 3.10: Μονοπάτια σε γράφο με τιμές

Σε προηγούμενες παραγράφους εξετάσαμε γράφους (που αναπαριστούν διχοτομικές μη κατευθυνόμενες σχέσεις) και περιγράψαμε τις γενικεύσεις των γράφων με δύο διαφορετικούς τρόπους. Ο πρώτος τρόπος γενίκευσης των γράφων είναι οι κατευθυνόμενοι γράφοι οι οποίοι χρησιμοποιούνται για την αναπαράσταση κατευθυνόμενων σχέσεων και γενικεύουν τους γράφους με την έννοια ότι σε αυτούς λαμβάνεται υπόψη η κατεύθυνση των τόξων μεταξύ ζευγαριών κόμβων. Τόσο οι (μη κατευθυνόμενοι) γράφοι όσο και οι κατευθυνόμενοι γράφοι (διγράφοι) αναπαριστάνουν διχοτομικές σχέσεις. Ο δεύτερος τρόπος γενίκευσης των γράφων και διγράφων είναι να επιτρέπουν την απόδοση τιμών (οποιασδήποτε μορφής όπως για παράδειγμα ακέραιοι αριθμοί ,γράμματα προσημασμένοι αριθμοί κ.α.)στις γραμμές ή τα τόξα αντίστοιχα. Οι γράφοι και οι διγράφοι με τιμές γενικεύουν τους γράφους εξαλείφοντας τον περιορισμό ότι οι γραμμές ή τα τόξα είτε εμφανίζονται (είναι παρούσες) είτε όχι (είναι απούσες).

3.4 Πίνακες

Οι πληροφορίες που περιέχονται σε ένα γράφο G μπορούν επίσης να εκφραστούν με διάφορους άλλους τρόπους σε μορφή πινάκων. Υπάρχουν δυο μορφές πινάκων που είναι ιδιαίτερα χρήσιμες. Η πρώτη μορφή είναι του *κοινωνιοπίνακα* (sociomatrix) στον οποίο ήδη έχουμε αναφερθεί σε προηγούμενες παραγράφους και η δεύτερη είναι του *πίνακα πρόσπτωσης* (*incidence matrix*). Θα αρχίσουμε με την περιγραφή αυτών των πινάκων για μία (μόνο) μη κατευθυνόμενη σχέση (δηλαδή, για μη κατευθυνόμενους γράφους) και μετά θα γενικεύσουμε για πίνακες που αντιστοιχούν σε κατευθυνόμενες σχέσεις (δηλαδή για διγράφους), σε σχέσεις των οποίων οι δεσμοί παίρνουν τιμές (πλειότιμοι γράφοι) και για υπεργράφους

3.4.1 Πίνακες για Μη Κατευθυνόμενους Γράφους

Κοινωνιοπίνακας

Ο κύριος πίνακας που χρησιμοποιείται στην ανάλυση των κοινωνικών δικτύων είναι ο *πίνακας γειτνίασης* ή *κοινωνιοπίνακας* τον οποίον συμβολίζουμε με X. Οι μελετητές της θεωρίας των γράφων αναφέρονται σε αυτόν τον πίνακα ως *πίνακα γειτνίασης* επειδή τα στοιχεία του πίνακα δείχνουν αν δύο κόμβοι είναι παρακείμενοι (δηλαδή, γειτονικοί) ή όχι. Στη μελέτη των κοινωνικών δικτύων, ο πίνακας γειτνίασης αναφέρεται συνήθως ως *κοινωνιοπίνακας*.

Ένας κοινωνιοπίνακας X = $\{x_{ij}\}$ είναι μεγέθους $g \times g$ (g σειρές και g στήλες) για τα δίκτυα μιας κατηγορίας (one-mode networks). Υπάρχει μια γραμμή και μια στήλη, για κάθε κόμβο, και οι γραμμές και οι στήλες αριθμούνται 1, 2, …, g. Οι γραμμές και οι στήλες αντιστοιχούν στους κόμβους του γράφου ή τους δράστες του δικτύου, πάντα με την ίδια σειρά (σε γραμμές και στήλες). Τα στοιχεία του κοινωνιοπίνακα, x_{ij}, καταγράφουν τα ζευγάρια των κόμβων που είναι γειτονικά. Στον κοινωνιοπίνακα, υπάρχει η τιμή 1 στο (i, j)-οστό στοιχείο (γραμμή i, στήλη j), αν υπάρχει μια γραμμή (σύνδεση) μεταξύ του n_i και του n_j, ειδάλλως υπάρχει η τιμή 0. Με άλλα λόγια αν οι κόμβοι n_i και n_j είναι γειτονικοί τότε x_{ij} = 1 και αν οι κόμβοι n_i και n_j δεν είναι γειτονικοί, τότε x_{ij} = 0.

Προς το παρόν εστιάζουμε σε γράφους στους οποίους οι γραμμές (συνδέσεις) δεν είναι κατευθυνόμενες και δεν παίρνουν ούτε πρόσημο ούτε τιμές. Δηλαδή μια γραμμή μεταξύ δύο κόμβων είτε υπάρχει (είναι παρούσα) είτε όχι (είναι απούσα). Αν μια γραμμή είναι παρούσα πηγαίνει και από τον n_i προς τον n_j, και από τον n_j προς τον n_i, ούτως ώστε x_{ij} = 1 και x_{ji} = 1.

Ο κοινωνιοπίνακας για ένα γράφο (για μια μη κατευθυνόμενη σχέση) είναι *συμμετρικός.* Ένας πίνακας είναι συμμετρικός, αν $x_{ij} = x_{ji}$, για όλα τα i και j. Έτσι τα στοιχεία του πίνακα που βρίσκονται (ως προς τη διαγώνιο) στο πάνω δεξιά και στο κάτω αριστερά τρίγωνο παίρνουν ίδιες τιμές. Τα στοιχεία του κοινωνιοπίνακα πάνω στη διαγώνιο, x_{ii}, δεν είναι ορισμένα εφόσον δεν επιτρέπεται να έχουμε αυτο-βρόχους στο γράφο.

Ο κοινωνιοπίνακας για έναν πλήρη γράφο έχει τη τιμή 1 σε όλα τα κελιά εκτός αυτών της διαγωνίου. Αφού, σε έναν πλήρη γράφο, όλοι οι κόμβοι είναι γειτονικοί, $x_{ij} = x_{ji} = 1$, για όλα τα $i \neq j$. Ο κοινωνιοπίνακας για έναν κενό γράφο έχει σε όλα τα στοιχεία του τη τιμή 0, αφού κανένας κόμβος δεν είναι γειτονικός με κάποιον άλλον στον γράφο.

Για παράδειγμα, στο σχήμα 3.1, στο οποίο απεικονίζεται η σχέση γειτνίασης για τους έξι μαθητές οι κόμβοι n_2 *(*Άρης*)* και n_3 *(*Γιώργος*)* είναι γειτονικοί, επειδή η γραμμή l_1 = (n_2, n_3) ανήκει στο σύνολο γραμμών L. Επομένως, x_{23} = 1 και x_{32} = 1 στον κοινωνιοπίνακα. Αντίθετα οι κόμβοι n_1 *(Αφροδίτη)* και n_3 *(Γιώργος)* δεν είναι γειτονικοί, αφού δεν υπάρχει καμία γραμμή μεταξύ τους, και, άρα, x_{13} = 0 και x_{31} = 0.

	Αφροδίτη	**Άρης**	**Γιώργος**	**Μιχάλης**	**Δήμητρα**	**Ιωάννα**
Αφροδίτη	-	0	0	0	1	1
Άρης	0	-	1	0	0	0
Γιώργος	0	1	-	0	0	0
Μιχάλης	0	0	0	-	1	1
Δήμητρα	1	0	0	1	-	1
Ιωάννα	1	0	0	1	1	-

Πίνακας 3.1: Κοινωνιοπίνακας – Σχέση «γειτνίαση κατοικίας» για τους έξι μαθητές

Ο κοινωνιοπίνακας για τον γράφο του σχήματος 3.1 δίνεται στον πίνακα 3.1. Παρατηρείστε ότι τα διαγώνια στοιχεία δεν είναι ορισμένα (για αυτό έχουμε παύλες στη θέση των τιμών που βρίσκονται στη διαγώνιο), επειδή εδώ ασχολούμαστε με απλούς γράφους, χωρίς αυτο-βρόχους. Δηλαδή, τα x_{ii} δεν είναι ορισμένα, αν δεν υπάρχουν αυτό-βρόχοι. Επίσης παρατηρείστε ότι τα στοιχεία είναι σε δυαδική μορφή, αφού μια γραμμή μεταξύ δυο οποιωνδήποτε κόμβων είτε είναι παρούσα, x_{ij} = 1, ή απούσα, x_{ij} = 0. Επομένως τα στοιχεία του κοινωνιοπίνακα μπορούν να είναι μόνο 1 και 0, αφού τα ζευγάρια των κόμβων μπορούν είτε να είναι γειτονικά είτε να μην είναι γειτονικά. Τέλος παρατηρείστε ότι ο πίνακας είναι συμμετρικός, αφού μια γραμμή (σύνδεση) μεταξύ του n_i και του $\mathrm{n_j}$ είναι επίσης και γραμμή μεταξύ του $\mathrm{n_j}$ και του n_i, έτσι ώστε $x_{ij} = x_{ji}$.

Συνοψίζοντας ο κοινωνιοπίνακας καταγράφει για κάθε ζευγάρι κόμβων αν οι κόμβοι είναι γειτονικοί ή όχι. Στον επόμενο πίνακα που θα εξετάσουμε στη συνέχεια, καταγράφονται ποιοι κόμβοι είναι προσπίπτοντες σε ποιες γραμμές.

Πίνακας Πρόσπτωσης

Ένας εξίσου σημαντικός πίνακας, ο οποίος χρησιμοποιείται στην προσπάθεια αποτύπωσης πληροφοριών που περιέχονται σε ένα γράφο, είναι ο ονομαζόμενος *πίνακας πρόσπτωσης* (*incidence matrix*), I ή I(G). Στον πίνακα αυτόν σαν στοιχεία καταγράφονται ποιες γραμμές είναι προσπίπτουσες σε ποιους κόμβους. Ειδικότερα, στον πίνακα πρόσπτωσης, οι γραμμές (σειρές) του πίνακα αναπαριστούν τους κόμβους κι οι στήλες τους δεσμούς (συνδέσεις) μεταξύ των κόμβων αυτών. Επειδή υπάρχουν *N* κόμβοι και *L* γραμμές (συνδέσεις), ο πίνακας I έχει μέγεθος *N* x *L*, οπότε υπάρχει μια γραμμή (σειρά) για κάθε κόμβο και μια στήλη για κάθε δεσμό (σύνδεση). Το στοιχείο I_{ij} του πίνακα πρόσπτωσης ισούται με 1, αν ο κόμβος n_i είναι προσπίπτων στον δεσμό (σύνδεση) l_j (δηλαδή, αν ο δεσμός l_j περνά από τον κόμβο n_i), και ισούται με 0, αν ο κόμβος n_i δεν είναι προσπίπτων στον δεσμό (σύνδεση) l_j (δηλαδή, αν ο δεσμός l_j δεν περνά από τον κόμβο n_i). Επειδή ο δεσμός (σύνδεση) l_k = (n_i, n_j) είναι προσπίπτων στους δυο κόμβους n_i και n_j, κάθε στήλη του I περιέχει ακριβώς δύο μονάδες (1), με τις οποίες καταγράφεται το γεγονός ότι κάθε δεσμός (σύνδεση) είναι πάντα προσπίπτων σε δύο κόμβους (δηλαδή, συνδέει δυο κόμβους).

	l1	**l2**	**l3**	**l4**	**l5**	**l6**
n1 (Αφροδίτη)	1	1	0	0	0	0
n2 (Άρης)	0	0	1	0	0	0
n3 (Γιώργος)	0	0	1	0	0	0
n4 (Μιχάλης)	0	0	0	1	1	0
n5 (Δήμητρα)	1	0	0	1	0	1
n6 (Ιωάννα)	0	1	0	0	1	1

Πίνακας 3.2: Πίνακας Πρόσπτωσης – Σχέση «γειτνίαση κατοικίας» για τους έξι μαθητές

Ο πίνακας πρόσπτωσης είναι δυαδικός, διότι κάθε δεσμός είτε είναι προσπίπτων σε έναν κόμβο είτε όχι. Όμως, ο πίνακας αυτός δεν είναι υποχρεωτικά τετραγωνικός εκτός αν το πλήθος των δεσμών (συνδέσεων) ισούται με το πλήθος των κόμβων (δηλαδή, *g* = *L*). Ο πίνακας πρόσπτωσης για το γράφο του σχήματος 3.1 αποτυπώνεται στον πίνακα 3.2 που φαίνεται παραπάνω. Παρατηρείστε ότι ο πίνακας αυτός είναι τετραγωνικός επειδή ακριβώς τυχαίνει να έχουμε ίδιο αριθμό κόμβων και δεσμών, δηλαδή: *g* = 6 κόμβους (μαθητές) = *L* = 6 δεσμούς (συνδέσεις, σχέσεις γειτνίασης κατοικίας).

Ο κοινωνιοπίνακας κι ο πίνακας πρόσπτωσης περιέχουν, κι οι δύο, όλες τις πληροφορίες ενός γράφου. Τα σύνολα των κόμβων και των δεσμών (συνδέσεων) μπορούν πλήρως να περιγραφούν από τις πληροφορίες, που περιέχονται σε οποιονδήποτε από τους δύο αυτούς πίνακες.

3.4.2 Πίνακες για Κατευθυνόμενους Γράφους

Ο κοινωνιοπίνακας X = $\{x_{ij}\}$ ενός διγράφου έχει στοιχεία x_{ij} που ισούνται με τη μονάδα (1) αν υπάρχει ένα τόξο από τον κόμβο (που είναι μια γραμμή του πίνακα) n_i προς τον κόμβο (που είναι μια στήλη του πίνακα) n_j, και διαφορετικά τα στοιχεία x_{ij} ισούνται με μηδέν (0). Δηλαδή η τιμή του κελιού του πίνακα x_{ij} είναι ίση με 1, αν το τόξο $< n_i, n_j >$ ανήκει στο σύνολο L των τόξων του γράφου. Με άλλα λόγια η καταχώρηση στο (*i*, *j*)-οστό στοιχείο του κοινωνιοπίνακα X είναι ίση με 1, αν ο δράστης που αναπαριστάται από τον κόμβο n_i στην αντίστοιχη γραμμή του πίνακα επιλέγει το δράστη που αναπαριστάται από τον κόμβο n_j στην αντίστοιχη στήλη του πίνακα. Αφού η επιλογή από τον *i* στον *j* είναι ουσιαστικά διαφορετική από την “επιλογή” από τον *j* στον *i,* το στοιχείο x_{ij} του πίνακα μπορεί να είναι διαφορετικό από το στοιχείο x_{ji} . Για παράδειγμα αν ο δράστης *i* επιλέγει τον δράστη *j*, αλλά ο *j* δεν τον επιλέγει η τιμή του στοιχείου x_{ij} είναι 1 ενώ η τιμή του στοιχείου x_{ji} είναι 0.

	Αφροδίτη	**Άρης**	**Γιώργος**	**Μιχάλης**	**Δήμητρα**	**Ιωάννα**
Αφροδίτη	-	1	0	0	1	0
Άρης	0	-	1	0	0	1
Γιώργος	0	1	-	0	0	0
Μιχάλης	0	0	0	-	1	0
Δήμητρα	0	0	0	0	-	1
Ιωάννα	0	1	0	0	0	-

Πίνακας 3.3: Κοινωνιοπίνακας ενός διγράφου – Σχέση φιλίας στην αρχή του σχολικού έτους για τους έξι μαθητές

Ο κοινωνιοπίνακας του κατευθυνόμενου γράφου του σχήματος 3.6 (σχέση φιλίας στην αρχή της σχολικής χρονιάς) παρουσιάζεται στον πίνακα 3.3. Παρατηρούμε, ότι οι αμοιβαίες επιλογές μεταξύ κάποιων ζευγών δραστών όπως για παράδειγμα ο Άρης (n_2) και η Ιωάννα (n_6) παίρνουν την τιμή 1 και στα δύο στοιχεία x_{26} και x_{62} αυτού του πίνακα, ενώ σε άλλα ζεύγη δραστών εκφράζεται μονόδρομα η προτίμηση φιλίας συνεπώς η μονάδα (1) καταχωρείται στο αντίστοιχο στοιχείο του πίνακα που περιγράφει αυτή την προτίμηση (δηλαδή, από τον πομπό μαθητή προς τον δέκτη μαθητή).

3.4.3 Πίνακες για Γράφους με Τιμές

Ένας γράφος με τιμές (πλειότιμος γράφος) μπορεί επίσης να αναπαρασταθεί σαν κοινωνιοπίνακας. Το στοιχείο στο κελί x_{ij} του πίνακα είναι η τιμή που κατέχεται από τη γραμμή μεταξύ του κόμβου n_i και του κόμβου n_j, σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο με τιμές, ή η τιμή που κατέχεται από το τόξο από τον n_i προς τον n_j, σε ένα κατευθυνόμενο γράφο με τιμές.

Ο κοινωνιοπίνακας X = { x_{ij} } ενός γράφου με τιμές έχει στοιχεία x_{ij}, στα οποία καταγράφεται η τιμή u_k, που κατέχει η γραμμή ή το τόξο l_k αντίστοιχα μεταξύ του n_i και του n_j. Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο με τιμές υπάρχει μια μόνο τιμή, u_k, που κατέχει η γραμμή $l_k = (n_i, n_j)$, οπότε η τιμή του πίνακα στο (*i, j*)-οστό κελί είναι ίση με την τιμή στο (*j, i*)-οστό κελί: $x_{ij} = x_{ji} = u_k$. Αντίθετα, σε έναν κατευθυνόμενο γράφο, η τιμή u_k στο τόξο $l_k = < n_i, n_j >$ μπορεί να είναι διαφορετική από την τιμή u_m στο τόξο $l_m = < n_j, n_i >$. Συνεπώς, σε αυτή τη περίπτωση ισχύει ότι: $x_{ij} = u_k$ και $x_{ji} = u_m$, τα οποία μπορεί να διαφέρουν. Ουσιαστικά όμως, η τιμή στο κάθε (*i, j*)-οστό κελί του κοινωνιοπίνακα X ενός γράφου ή διγράφου, καταγράφει την ισχύ του δεσμού από το δράστη *i* στο δράστη *j*.

3.4.4 Υπολογισμοί μέσω Πινάκων Απλών Δικτυακών Ιδιοτήτων

Στην παράγραφο αυτή, θα δούμε πώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις πράξεις των πινάκων για να μελετήσουμε κάποιες από τις βασικές έννοιες της θεωρίας των γράφων. Πρώτον θα εξετάσουμε πώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τον πολλαπλασιασμό πινάκων για να μελετήσουμε περιπάτους και προσπελασιμότητα σε ένα γράφο και εν συνεχεία θα προσπαθήσουμε να δείξουμε πώς οι ιδιότητες των πινάκων μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό του βαθμού των κόμβων και της πυκνότητας του γράφου.

<u>Περίπατοι και Προσπελασιμότητα</u>

Η περίπτωση των μη κατευθυνόμενων γράφων: Ας υποθέσουμε ότι έχουμε τον κοινωνιοπίνακα X = { x_{ij} } ενός γράφου (για μια μη κατευθυνόμενη σχέση). Έστω X^2 το τετράγωνο του X (πολλαπλασιάζοντάς τον πίνακα X με τον εαυτόν του). Το (*i, j*)-οστό στοιχείο του X^2 είναι $(X^2)_{ij} = \Sigma\, x_{ik}\, x_{kj}$, όπου η άθροιση γίνεται για όλα τα *k* = 1, 2, …, *g*. Το γινόμενο $x_{ik}\, x_{kj}$ (ένας μόνο όρος στο άθροισμα) ισούται με 1, μόνον αν $x_{ik} = 1$ και $x_{kj} = 1$. Σε σχέση με το γράφο, $x_{ik}\, x_{kj} = 1$, μόνον αν και οι δυο οι γραμμές (n_i, n_k) και (n_k, n_j) περιέχονται στο σύνολο γραμμών L. Αν αυτό συμβαίνει, τότε υπάρχει ο περίπατος $n_i\, n_k\, n_j$ στο γράφο. Επομένως, το άθροισμα $\Sigma\, x_{ik}\, x_{kj}$ απαριθμεί το πλήθος των περιπάτων μήκους 2 μεταξύ των κόμβων n_i και n_j, για κάθε *k*, και, άρα, η τιμή του στοιχείου $(X^2)_{ij}$ δίνει ακριβώς το πλήθος των περιπάτων μήκους 2 μεταξύ των κόμβων n_i και n_j.

Με τον τρόπον αυτό, μπορούμε να ασχοληθούμε με περίπατους οποιουδήποτε μήκους, μελετώντας τις δυνάμεις του πίνακα X. Για παράδειγμα, τα στοιχεία του κοινωνιοπίνακα X^3 απαριθμούν όλους τους περίπατους μήκους 3 μεταξύ κάθε ζευγαριού κόμβων. Στη γενική περίπτωση, τα στοιχεία του πίνακα X^p (της *p*-οστής δύναμης του πίνακα X) δίνουν το συνολικό πλήθος των περιπάτων μήκους *p* μεταξύ κάθε ζευγαριού κόμβων.

Σε αυτό το σημείο θα πρέπει να θυμηθούμε ότι δύο κόμβοι είναι προσπελάσιμοι (ο ένας από τον άλλον) αν υπάρχει ένα μονοπάτι (επομένως, και ένας περίπατος) μεταξύ τους. Επειδή κάθε μονοπάτι είναι περίπατος, μπορούμε να μελετήσουμε την προσπελασιμότητα ζευγαριών κόμβων θεωρώντας τις δυνάμεις του πίνακα X, οι οποίες, όπως είδαμε, απαριθμούν όλους τους περιπάτους δοθέντος μήκους. Επίσης, θα πρέπει να θυμηθούμε ότι το μακρύτερο δυνατό μονοπάτι σε ένα γράφο έχει μήκος g – 1 (διότι οποιοδήποτε μονοπάτι με μήκος μεγαλύτερο από αυτό θα έπρεπε υποχρεωτικά να περιείχε κάποιον ή κάποιους κόμβους περισσότερες από μία φορές, οπότε σε αυτή τη περίπτωση δεν θα αποτελούσε μονοπάτι). Επομένως, αν δύο κόμβοι είναι μεταξύ τους προσπελάσιμοι, τότε υπάρχει τουλάχιστον ένα μονοπάτι (και, άρα, τουλάχιστον ένας περίπατος) μήκους μικρότερου ή ίσου με g – 1 μεταξύ των κόμβων αυτών.

Ας αναρωτηθούμε τώρα αν υπάρχει ένας περίπατος μήκους μικρότερου ή ίσου με k μεταξύ δύο κόμβων n_i και n_j. Αν υπάρχει ένας περίπατος μήκους μικρότερου ή ίσου με k, τότε, για κάποιο p § k, το στοιχείο $(X^p)_{ij}$ θα είναι μεγαλύτερο ή ίσο με 1. Έτσι, ένας τρόπος για να διαπιστώσουμε αν δυο κόμβοι είναι μεταξύ τους προσπελάσιμοι είναι να εξετάσουμε όλους τους πίνακες X^p, για $1 \leq p \leq g-1$. Αν δύο κόμβοι είναι προσπελάσιμοι, τότε υπάρχει ένα μη μηδενικό στοιχείο σε έναν ή περισσότερους από τους πίνακες αυτούς. Όταν όλες αυτές οι δυνάμεις του κοινωνιοπίνακα αθροισθούν, για p = 1, 2, …, g – 1, παίρνουμε τον πίνακα gxg Y = {Y_{ij}}, που ορίζεται ως:

$$Y = X + X^2 + X^3 + \ldots + X^{n-1}$$

του οποίου τα στοιχεία δίνουν το συνολικό αριθμό των περιπάτων από το n_i στο n_j με μήκος μικρότερο ή ίσο του n – 1. Επειδή οποιοιδήποτε δύο κόμβοι, που είναι μεταξύ τους προσπελάσιμοι, συνδέονται κατά μήκος ενός μονοπατιού (και, άρα, ενός περιπάτου) μήκους μικρότερου ή ίσου με n – 1, τα μη μηδενικά στοιχεία του πίνακα Y αντιστοιχούν σε κόμβους που είναι μεταξύ τους προσπελάσιμοι. Αν κάποιο στοιχείο του Y είναι 0, αυτό σημαίνει ότι δεν υπάρχει κανένας περίπατος μεταξύ των κόμβων, που αντιστοιχούν στο στοιχείο αυτό, και, άρα, οι κόμβοι αυτοί δεν είναι μεταξύ τους προσπελάσιμοι. Δηλαδή όταν Y_{ij} = 1, τότε οι κόμβοι n_i και n_j είναι (μεταξύ τους) προσπελάσιμοι και, όταν Y_{ij} = 0, τότε οι κόμβοι n_i και n_j δεν είναι προσπελάσιμοι.

Είναι χρήσιμο να ορίσουμε τον πίνακα n x n της προσπελασιμότητας R = { R_{ij} }, ο οποίος κωδικοποιεί το γεγονός αν κάποιο (κάθε) ζευγάρι κόμβων είναι προσπελάσιμο (ο ένας κόμβος από τον άλλον) ή όχι. Όταν ισχύει ότι R_{ij} = 1, τότε οι κόμβοι n_i και n_j είναι (μεταξύ τους) προσπελάσιμοι, ενώ αντίθετα όταν ισχύει ότι $R_{ij} = 0$, δεν είναι προσπελάσιμοι. Μπορούμε να υπολογίσουμε τα στοιχεία του πίνακα R μέσω του πίνακα Y: τα μη μηδενικά στοιχεία του **Y** φανερώνουν την προσπελασιμότητα. Δηλαδή, έχουμε:

$$R_{ij} = 1, \text{ αν } Y_{ij} = 1, \text{ και } R_{ij} = 0, \text{ αν } Y_{ij} = 0$$

Η περίπτωση των κατευθυνόμενων γράφων: Τώρα, ας θεωρήσουμε τις δυνάμεις των κοινωνιοπινάκων για κατευθυνόμενους γράφους. Οι δυνάμεις αυτές θα μας επιτρέψουν να μελετήσουμε τους κατευθυνόμενους περίπατους και την προσπελασιμότητα για διγράφους.

Θεωρώντας ότι X = { x_{ij} } είναι ο κοινωνιοπίνακας ενός διγράφου, πρώτα, ας δούμε τα στοιχεία του πίνακα τετραγώνου X^2 του κοινωνιοπίνακα αυτού. Αυτά είναι $(X^2)_{ij} = \Sigma\, x_{ik} x_{kj}$, όπου η άθροιση γίνεται για όλα τα k = 1, 2, …, g. Ας θυμηθούμε ότι $x_{ij} = 1$ σημαίνει ότι το τόξο < n_i, n_j > ανήκει στο σύνολο L. Προφανώς, η τιμή του γινομένου $x_{ik} x_{kj}$ είναι ίση με 1, αν και τα δύο $x_{ik} = 1$ και $x_{kj} = 1$. Για το δίγραφο, $x_{ik} x_{kj} = 1$, μόνον αν και τα δυο τα τόξα < n_i, n_k > και < n_k, n_j > περιέχονται στο σύνολο L. Αν αυτό συμβαίνει, τότε υπάρχει ο κατευθυνόμενος περίπατος $n_i\, n_k\, n_j$ στο γράφο. Επομένως, το άθροισμα $\Sigma\, x_{ik} x_{kj}$ απαριθμεί το πλήθος των κατευθυνόμενων περιπάτων μήκους 2, που ξεκινούν από τον κόμβο n_i και κατευθύνονται (τερματίζουν) στον κόμβο n_j, για κάθε k. Άρα, η τιμή του στοιχείου $(X^2)_{ij}$ δίνει ακριβώς το πλήθος των κατευθυνόμενων περιπάτων μήκους 2, που ξεκινούν από τον κόμβο n_i και κατευθύνονται (τερματίζουν) στον κόμβο n_j.

Με τον τρόπον αυτό μπορούμε να ασχοληθούμε με κατευθυνόμενους περίπατους οποιουδήποτε μήκους μελετώντας τις δυνάμεις του πίνακα X. Στη γενική περίπτωση τα στοιχεία του πίνακα X^p (της p-οστής δύναμης του πίνακα X) δίνουν το συνολικό πλήθος των κατευθυνόμενων περιπάτων μήκους p μεταξύ κάθε ζευγαριού κόμβων που ξεκινούν από τον ένα κόμβο και κατευθύνονται (τερματίζουν) στον άλλο.

Όπως και με τις δυνάμεις του κοινωνιοπίνακα ενός μη κατευθυνόμενου γράφου, όταν αθροισθούν οι δυνάμεις X^p του n x n κοινωνιοπίνακα ενός διγράφου για p = 1, 2, …, g – 1, παίρνουμε έναν πίνακα n x n *τον* Y = { Y_{ij} }, του οποίου τα στοιχεία δίνουν το συνολικό πλήθος των κατευθυνόμενων περιπάτων, που ξεκινούν από έναν κόμβο και κατευθύνονται (τερματίζουν) σε έναν άλλο.

Μπορούμε επίσης να ορίσουμε τον πίνακα της προσπελασιμότητας R = { R_{ij} } για ένα διγράφο. Ο πίνακας αυτός κωδικοποιεί το γεγονός αν κάποιο (κάθε) ζευγάρι κόμβων είναι προσπελάσιμο (ο ένας κόμβος από τον άλλον) ή όχι. Όταν R_{ij} = 1, τότε και μόνον τότε υπάρχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι, που ξεκινά από τον κόμβο n_i και κατευθύνεται (τερματίζει) στον κόμβο n_j. Δηλαδή, όταν R_{ij} = 1, τότε ο κόμβος n_i είναι προσπελάσιμος από τον κόμβο n_j, ενώ διαφορετικά δηλαδή όταν R_{ij} = 0 οι δύο κόμβοι n_i και n_j δεν είναι προσπελάσιμοι. Επειδή τα κατευθυνόμενα μονοπάτια αποτελούνται από τόξα, που όλα ουσιαστικά δείχνουν στην ίδια κατεύθυνση, θα πρέπει να υπάρχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι, που να ξεκινά από τον κόμβο n_i και να κατευθύνεται (τερματίζει) στον κόμβο n_j (οπότε R_{ij} = 1), χωρίς να χρειάζεται αναγκαστικά να ισχύει και το αντίστροφο, δηλαδή, να υπάρχει ένα κατευθυνόμενο μονοπάτι, που ξεκινά από τον κόμβο n_j και κατευθύνεται (τερματίζει) στον κόμβο n_i (οπότε, πιθανόν να είναι R_{ji} = 0). Επομένως, ο πίνακας προσπελασιμότητας ενός διγράφου είναι, γενικώς, συμμετρικός.

Γεωδεσικά Μονοπάτια και Απόσταση

Η γεωδεσική απόσταση από τον κόμβο n_i στον n_j μπορεί να υπολογιστεί με τη βοήθεια των δυνάμεων του κοινωνιοπίνακα. Έχουμε αναφέρει και σε προηγούμενες παραγράφους ότι η απόσταση από έναν κόμβο σε έναν άλλο είναι το μήκος του συντομότερου μονοπατιού που συνδέει τους δύο κόμβους μεταξύ τους. Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο, η απόσταση του n_j από τον n_i είναι η ίδια με την απόσταση του n_i από τον n_j. Σε ένα διγράφο όμως, οι αποστάσεις αυτές μπορεί να είναι διαφορετικές.

Το σύνολο των αποστάσεων μεταξύ ζευγών κόμβων ορίζει τον *πίνακα των αποστάσεων* D, που είναι ένας πίνακας n x n με στοιχεία D = { d_{ij} }, όπου $d_{ij} = d(i,\ j)$ (η γεωδεσική απόσταση μεταξύ των κόμβων *i* και *j*). Για να υπολογίσουμε τις αποστάσεις μέσω των δυνάμεων του κοινωνιοπίνακα, ας εξετάσουμε τα (*i, j*)-οστά στοιχεία των πινάκων των *p*-οστών δυνάμεων. Όταν *p* = 1, οπότε η πρώτη δύναμη είναι ο ίδιος ο κοινωνιοπίνακας, αν x_{ij} = 1, τότε οι κόμβοι είναι γειτονικοί και, άρα, η απόστασή τους ισούται με 1 (ισχύει δηλαδή ότι, $d(i, j) = 1$). Αν $x_{ij} = 0$ και $\{X^2\}_{ij} > 0$, τότε υπάρχει ένα συντομότερο μονοπάτι μήκους 2 μεταξύ των *i* και *j*, οπότε $d(i, j) = 2$ και ου το καθεξής. Επομένως, η πρώτη δύναμη *p*, για την οποίαν το (*i, j*)-οστό στοιχείο του πίνακα της *p*-οστής δύναμης είναι διάφορο του μηδενός, ισούται με την απόσταση $d(i, j)$. Πιο τυπικά, αυτό γράφεται ως: $d(i, j) = \min_p\{X^p\}_{ij} > 0$.

Η *διάμετρος* ενός γράφου ή διγράφου ορίζεται ως το μήκος της μεγαλύτερης γεωδεσικής απόστασης στο γράφο ή δίγράφο. Αν ο γράφος είναι συνεκτικός ή ο διγράφος είναι τουλάχιστον ισχυρώς συνεκτικός, τότε η διάμετρος θεωρείται ως το μεγαλύτερο στοιχείο στον πίνακα των αποστάσεων, ενώ διαφορετικά η διάμετρος είναι άπειρη ή απροσδιόριστη.

<u>Υπολογισμοί Βαθμών Κόμβων</u>

Θα περιγράψουμε τώρα πώς μπορούμε να υπολογίσουμε τους βαθμούς των κόμβων από τον κοινωνιοπίνακα του γράφου ή διγράφου. Πρώτα θα μας απασχολήσουν οι υπολογισμοί του βαθμού κόμβου ενός μη κατευθυνόμενου γράφου και μετά οι υπολογισμοί των βαθμών εισόδου και εξόδου κόμβου ενός κατευθυνόμενου γράφου (διγράφου).

Η περίπτωση των μη κατευθυνόμενων γράφων: Ας θυμηθούμε σε αυτό το σημείο ότι ο βαθμός $d(n_i)$ του κόμβου n_i είναι το πλήθος των προσπιπτουσών γραμμών στον κόμβο αυτό. Οι βαθμοί κόμβων μπορούν να βρεθούν από την άθροιση ορισμένων στοιχείων είτε του κοινωνιοπίνακα είτε του πίνακα πρόσπτωσης. Αν $I = \{ I_{ij} \}$ είναι ο πίνακας πρόσπτωσης, τότε οι βαθμοί των κόμβων του γράφου είναι ίσοι με τα αθροίσματα των γραμμών (σειρών) του πίνακα επειδή οι γραμμές αντιστοιχούν στους κόμβους και τα στοιχεία μιας γραμμής του πίνακα είναι 1 για κάθε προσπίπτουσα γραμμή (σύνδεση) στον κόμβο της σειράς του πίνακα. Συνεπώς, ισχύει ότι:

$$d(n_i) = \sum_{j=1}^{L} I_{ij} \qquad (3.15)$$

Κάθε γραμμή (σειρά) του πίνακα περιέχει τόσους άσσους όσες είναι οι προσπίπτουσες γραμμές (συνδέσεις) στον κόμβο της γραμμής (σειράς) αυτής. Επομένως, αθροίζοντας όλα τα στοιχεία των στηλών (δηλαδή, αθροίζοντας όλες τις γραμμές-συνδέσεις των δεσμών) του κόμβου της γραμμής (σειράς) παίρνουμε τον αριθμό των προσπιπτουσών γραμμών (συνδέσεων) στον κόμβο αυτό.

Όταν έχουμε τον κοινωνιοπίνακα X ενός γράφου (για μια μη κατευθυνόμενη σχέση), ο βαθμός κόμβου είναι ίσος με το άθροισμα είτε των γραμμών (σειρών) του πίνακα είτε των στηλών (αφού ο πίνακας τώρα είναι συμμετρικός). Το άθροισμα της *i*-οστής γραμμής (σειράς) ή της j-οστής στήλης του πίνακα δίνει το βαθμό του κόμβου n_i:

$$d(n_i) = \sum_{j=1}^{g} x_{ij} = x_{i+} = \sum_{i=1}^{g} x_{ij} = x_{+j} \qquad (3.16)$$

Η περίπτωση των κατευθυνόμενων γράφων: Σε αντίθεση με τους γράφους (μη κατευθυνόμενους) παραπάνω, στους διγράφους (κατευθυνόμενοι γράφοι) συναντάμε τις έννοιες των βαθμών εισόδου και εξόδου για τον εκάστοτε κόμβο του γράφου. Όπως αναφέραμε σε προηγούμενες παραγράφους, ο βαθμός εισόδου ενός κόμβου εστίασης είναι ίσος με το συνολικό πλήθος των κόμβων, των οποίων οι συνδέσεις κατευθύνονται προς τον εστιαζόμενο κόμβο (δηλαδή, με το συνολικό πλήθος των τόξων που τερματίζουν σε αυτόν), και ο βαθμός εξόδου ενός κόμβου εστίασης είναι ίσος με το συνολικό πλήθος των κόμβων, προς τους οποίους κατευθύνονται οι συνδέσεις που ξεκινούν *από* τον εστιαζόμενο κόμβο (δηλαδή, με το συνολικό πλήθος των τόξων που ξεκινούν από αυτόν). Παρατηρείστε ότι η γραμμή (σειρά) *i* του κοινωνιοπίνακα περιέχει στοιχεία x_{ij} =1, για όλα τα τόξα, που ξεκινούν από τον *i* και κατευθύνονται (τερματίζουν) στον *j*. Επομένως, ο αριθμός των άσσων στη γραμμή (σειρά) *i* ισούται με τον βαθμό εξόδου του κόμβου *i*. Ομοίως, στη στήλη *j* του κοινωνιοπίνακα, τα στοιχεία με x_{ji} =1 αντιστοιχούν στα τόξα, που ξεκινούν από τον *j* και κατευθύνονται (τερματίζουν) στον *i*. Άρα, ο αριθμός των άσσων στη στήλη *j* ισούται με τον βαθμό εισόδου του κόμβου *j*. Δηλαδή, τα αθροίσματα των γραμμών (σειρών) του κοινωνιοπίνακα δίνουν τους βαθμούς εξόδου και τα αθροίσματα των στηλών του κοινωνιοπίνακα δίνουν τους βαθμούς εισόδου του αντίστοιχου κόμβου. Δηλαδή:

$$d_O(n_i) = \sum_{j=1}^{g} x_{ij} = x_{i+} \text{ και } d_I(n_i) = \sum_{j=1}^{g} x_{ji} = x_{+i} \tag{3.17}$$

Υπολογισμός της Πυκνότητας

Η πυκνότητα ενός γράφου, διγράφου ή (δι)γράφου με τιμές μπορεί να υπολογιστεί σαν το πηλίκο του αθροίσματος όλων των στοιχείων του κοινωνιοπίνακα διαιρούμενου με το συνολικό πλήθος των στοιχείων του κοινωνιοπίνακα:

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^{g} \sum_{j=1}^{g} x_{ij}}{g(g-1)} \tag{3.18}$$

4. Μετρικές της Ανάλυσης Γράφου

Σε αυτή την ενότητα καταγράφονται οι μετρικές (graph metrics) που χρησιμοποιούνται από την μεθοδολογία για την επισκόπηση των δικτύων. Σχεδόν όλες οι μετρικές χωρίζονται σε δύο βασικά επίπεδα ανάλυσης, τις μετρικές επιπέδου δικτύου (network metrics) που περιγράφουνε τη δομή ολόκληρου του δικτύου και τις μετρικές επιπέδου κόμβων (vertex metrics) που εστιάζουνε σε χαρακτηριστικά μεμονομένων χρηστών. Παρατίθενται παρακάτω με την επιστημονική ορολογία, την αγγλική ορολογία σε παρένθεση και μια περιγραφή της σημασίας τους για τα κοινωνικά δίκτυα ή μια συνάρτηση υπολογισμού όπου χρειάζεται.

4.1 Μετρικές Επιπέδου Δικτύου

- **Μέγεθος δικτύου (Size)**: Ο αριθμός των ακμών του γράφου του δικτύου.

- **Ακμές με αντίγραφα (Edges with duplicates)**:Ο αριθμός των ακμών που επαναλαμβάνονται. Ακμές με αντίγραφα μπορούν να προκύψουνε για παράδειγμα σε ένα ιστολόγιο όπου ένας χρήστης απαντά σε έναν άλλο σε πολλές περιστάσεις και συνδέεται με παραπάνω από μια ακμές μαζί του.

- **Βρόχοι (Self-loops)**: Ο αριθμός των ακμών που συνδέουν κόμβους με τον εαυτό τους. Μπορεί να προκύψει σε ένα δίκτυο email όπου ένας χρήστης στέλνει Mail στον εαυτό του.

- **Ισχυρώς συνδεδεμένες ομάδες(Strongly Connected components):** Ο αριθμός των ισχυρών συνδεδεμένων ομάδων σε ένα κοινωνικό δίκτυο δηλαδή συστάδες όπου κάθε κόμβος της ομάδας συνδέεται με δεσμό με οποιονδήποτε άλλο κόμβο της ίδιας ομάδας. Η αναγνώριση τέτοιων ομάδων σε ένα κοινωνικό δίκτυο και η απεικόνιση των σχέσεων που υπάρχουν σε αυτά είναι σημαντική για την λήψη κρίσιμων αποφάσεων όπως η εξεύρεση πιθανών συμμάχων για τη δημιουργία μιας ομάδας ή ατόμων μέσω των οποίων μπορείς να δυνδεθείς σε αυτήν.

- **Διάμετρος(diameter)**: Είναι το μήκος της μεγαλύτερης διαδρομής μεταξύ οποιονδήποτε δύο κόμβων, δηλαδή η απόσταση μεταξύ των κόμβων που είναι μακρύτερα από το κάθε άλλον μεταξύ τους. Λέγεται και εκκεντρικότητα(eccentricity).

- **Πυκνότητα δικτύου(Network Density):** Δεδομένου ενός δικτύου με *n* κόμβους ,ο μέγιστος αριθμός δεσμών που μπορούν να υπάρξουνε μεταξύ των κόμβων είναι $n(n-1)$. Επομένως η πυκνότητα ενός δικτύου ισούται κάθε φορά με το πηλίκο του αριθμού των πραγματικών/ενεργών δεσμών του δικτύου προς το μέγιστο αριθμό δυνατών δεσμών και παίρνει τιμές από 0 έως 1.Άρα:

  Για *μη κατευθυνόμενους* γράφους έχουμε:

$$\Delta = 2\frac{\delta\varepsilon\sigma\mu o\acute{\iota}(\varepsilon\nu\varepsilon\rho\gamma o\acute{\iota})}{n(n-1)}$$

  Για *κατευθυνόμενους* γράφους έχουμε:

$$\Delta = \frac{\delta\varepsilon\sigma\mu o\acute{\iota}(\varepsilon\nu\varepsilon\rho\gamma o\acute{\iota})}{n(n-1)}$$

- **Συντομότερο μονοπάτι (shortest path):** είναι η μικρότερη δυνατή διαδρομή,σε βήματα, από όλες τις υπάρχουσες ανάμεσα σε δύο κόμβους.

- **Μέσο μήκος διαδρομής(Average path length):** ορίζεται ως ο μέσος αριθμός βημάτων κατά μήκος των συντομότερων μονοπατιών που συνδέουν όλα τα συνδεδεμένα ζεύγη κόμβων του δικτύου. Θεωρούμε ένα γράφο δίχως βάρη *G* με σύνολο κόμβων V. Αν d(v1,v2), όπου v

$_1, v_2 \in V$ είναι το συντομότερο μονοπάτι ανάμεσα στους v1 και v2. Υποθέτουμε ότι d(v1,v2) = 0 if v1 = v2 ή αν ο v2 δεν είναι προσβάσιμος από τον v1. Το μέσο μήκος διαδρομής είναι:

$$I_G = \frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i,j} d(v_i, v_j),$$

όπου n οι κόμβοι του G που είναι γειτονικοί μεταξύ τους.

- **Μέση γεωδαιτική διαδρομή(Average geodesic distance)** : Η μέση τιμή όλων των γαιωδετικών διαδρομών ενός δικτύου. Δίνει μια αίσθηση του πόσο κοντά είναι τα μέλη μιας οινότητας μεταξύ τους. Εάν έχει υψηλή τιμή , είναι πιθανό πολλά μέλη της κοινότητας ναμη γνωρίζονται άμεσα μεταξύ τους, καθώς στα κοινωνικά δίκτυα οι χρήστες μπορεί να συνδέονται μεταξύ τους άμεσα ή έμμεσα άλλα όχι πάντα μέσω σύντομης διαδρομής. Εάν έχει χαμηλή τιμή οι περισσότεροι γνωρίζονται μεταξύ τους είτε άμεσα είτε μέσω ενός κοινού γνωστού.

- **N-Κλίκες(N-Clique):** Η κλίκα είναι γενικά ένα υποσύνολο του δικτύου όπου οι κόμβοι είναι ισχυρότερα συνδεδεμένοι μεταξύ τους παρά με άλλους έξω από την κλίκα. Είναι πολύ σύνηθες οι άνθρωποι να σηματίζουνε κλίκες ανάλογα την ηλικία,φύλο,εθνικότητα,θρησκεία κλπ. Είναι παρόμοια έννοια με την κοινότητα καθώς τα μέλη της παρουσιάζουν αρκετή ομοιότητα σε πολλούς τομείς όπως οι παραπάνω. Οι N-Κλίκες είναι συγκεκριμένα κλίκες όπου κάθε κόμβος συνδέεται με έναν άλλο σε μέγιστη απόσταση N βημάτων. Για N=2, αντιστοιχεί πχ σε απόσταση 2 βημάτων.

- **Συμμετρία ακμών (Link symmetry):** Το ποσοστό των συμμετρικών ακμών στο σύνολο όλων των ακμών του δικτύου. Οι κατευθυνόμενες ακμές μπορούν να μας βοηθήσουν στην αναζήτηση και εντοπισμό περιεχομένου στα κοινωνικά δίκτυα. Ένας μεγάλος βαθμός συμμετρίας αυξάνει τη συνεκτικότητα του δικτύου και μειώνει τη διάμετρο.Μπορεί ωστόσο να αποτελέσει εμπόδιο στην αναζήτηση αξιόπιστων πηγών πληροφορίας κατά την ανάλυση του δικτύου,καθώς όταν μια αξιόπιστη πηγή απαντάει με ένα δεσμό σε έναν χρήστη που συνδέθηκε με αυτήν, «χάνει» αυτόματα ένα μέρος της αξιοπιστίας της.

- **K-Συνεκτικότητα (K-Connectivity):** Η συνεκτικότητα $\kappa(G)$ ενός γράφου G ορίζεται ως ο μικρότερος αριθμός κόμβων των οποίων η απομάκρυνση από το γράφο έχει ως συνέπεια έναν αποσυνδεδεμένο γράφο.

4.2 Μετρικές Επιπέδου Κόμβων

Ενώ οι μετρικές δικτύου αποτελούν βοηθητικά εργαλεία για μια γενική επισκόπηση του δικτύου, οι μετρικές κόμβων ,από την άλλη ,χρησιμεύουν ως μέτρα κοινωνικής επιρροής και ισχύος των χρηστών του δικτύου. Χρήστες με «μεγάλη επιρροή» είναι όσοι κατέχουν σημαντική/ισχυρή θέση στο δίκτυο. Για να προσδιοριστεί, τώρα, το πόσο ισχυρή είναι μια θέση και να δοθεί μια εκτίμηση της κοινωνικής επιρροής που έχει ο χρήστης χρησιμοποιείται κυρίως το μέτρο της κεντρικότητας και οι παραλλαγές αυτού (centrality measures).

- **Κεντρικότητα βαθμού (Degree Centrality):** Πρόκειται για το απλούστερο μέτρο κεντρικότητας. Ορίζεται ως ο αριθμός των δεσμών ενός κόμβου με άλλους κόμβους στο δίκτυο και συμβολίζεται με $C_D(u)$ Η βασική ιδέα στην οποία στηρίζεται είναι ότι όσο περισσότερους δεσμούς έχει ένας κόμβος στο δίκτυο, τόσο πλεονεκτικότερη είναι η θέση του σχετικά με τη μετάδοση της πληροφορίας. Συνεπώς για έναν μη κατευθυνόμενο γράφο $G:=(V,E)$ με n κόμβους, η κεντρικότητα βαθμού ενός κόμβου u είναι :

$$C_D(u) = \frac{d_G(u)}{n-1}$$

Στα δίκτυα που αναπαριστώνται με κατευθυνόμενους γράφους, όπως πχ ένα κοινωνικό δίκτυο στο Twitter, ορίζουμε την **κεντρικότητα βαθμού εισερχομένων δεσμών (In-degree centrality)** $C_D^-(u)$ και την **κεντρικότητα βαθμού εξερχομένων δεσμών(Out-degree centrality)**

$C_D^+(u)$. Η πρώτη είναι ο αριθμός των δεσμών που κατευθύνονται προς τον κόμβο ενώ η δεύτερη ο αριθμός αυτών που εξέρχονται από αυτόν. Για να δοθεί μια πληρέστερη εικόνα της κεντρικότητας βαθμού, μπορούμε να πούμε ότι για θετικές σχέσεις όπως φιλία ή συμβουλή , η κεντρικότητα βαθμού ερμηνεύεται ως ένα μέσο δημοφιλίας καθώς οι δεσμοί συνήθως αναπαριστούν φιλίες μεταξύ ατόμων που αναπαριστώνται από κόμβους. Ωστόσο, εάν η κεντρικότητα βαθμού θεωρηθεί ως ένα μέτρο κοινωνικής επιρροής δεν πρέπει να μας διαφεύγει ότι, παρά τον εύκολο υπολογισμό της, παραμένει ένα αφελές μέτρο καθώς δεν διακρίνει την ποιότητα από την ποσότητα. Για παράδειγμα δεν γίνεται διάκριση ενός δεσμού στον πρόεσρο των Η.Π.Α. από έναν δεσμό σε ένα περιθωριακό στοιχείο. Πολλές φορές ένα άτομο με λιγότερες επαφές μπορεί να έχει μεγαλύτερη κοινωνική ισχύ καθώς μπορεί να διαθέτει σημαντικότερες επαφές από ότι ένα άτομο με περισσότερους δεσμούς.

- **Κεντρικότητα εγγύτητας(Closeness Centrality):** Σύμφωνα με την κεντρικότητα εγγύτητας (λέγεται και κεντρικότητα απόστασης), ένας κόμβος θεωρείται κεντρικός αν μπορέι να αλληλεπιδρά εύκολα με όλους τους υπόλοιπους,αν δηλαδή οι αποστάσεις του με όλους τους άλλους κόμβους είναι μικρές. Όσο μεγαλύτερη είναι η κεντρικότητα εγγύτητας ενός κόμβου , τόσο ευκολότερο είναι για αυτόν να διανείμει τη πληροφορία στο υπόλοιπο δίκτυο. Το παραπάνω μέτρο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο σε εφαρμογές όπου είναι αναγαγκαίο να κυλήσει γρήγορα πληροφορία σε ένα δίκτυο, καθώς κόμβοι με υψηλούς βαθμούς εγγύτητας είναι ιδανικοί για αυτό το σκοπό γιατί μπορούνε σε λίγα μόνο βήματα να μεταδώσουν ένα μήνυμα σε άλλους. Συμβολίζουμε με d (i , j) τον αριθμό των δεσμών στο συντομότερο μονοπάτι μεταξύ δύο κόμβων i , j . Η κεντρικότητα εγγύτητας ενός κόμβου i είναι το μέσο συντομότερο μονοπάτι από αυτόν το κόμβο προς όλους τους υπόλοιπους κόμβους που είναι προσβάσιμοι μέσω αυτού:

$$C_C(i) = \frac{\sum_{j \neq i \in V} d(i,j)}{n-1}$$ με $n \geq 2$ να είναι το μέγεθος του δικτύου που είναι προσβάσιμο από τον i.

- **Κεντρικότητα ενδιαμεσότητας(Betweenness centrality):** Δείχνει στην ουσία σε ποιό βαθμό ένας κόμβος διασυνδέει αποκομμένους κόμβους ή αποσυνδεδεμένες ομάδες. Εστιάζει, δηλαδή, στην ισχύ ενός κόμβου ως ενδιάμεσου σταθμού στη ροή πληροφορίας, ανάλογα με την ικανότητά του να ελέγχει αλλά και να αποκόπτει πλήρως την ροή της πληροφορίας στο δίκτυο. Κόμβοι που υπάρχουν σε πολλά συντομότερα μονοπάτια (αποκαλούνται και γεωδαιτικές διαδρομές-geodesic distances) μεταξύ άλλων κόμβων στο δίκτυο παρουσιάζουν υψηλότερες τιμές κεντρικότητας ενδιαμεσότητας. Για ένα γράφο G:=(V,E) με n κόμβους, η κεντρικότητα ενδιαμεσότητας $C_B(u)$ ενός κόμβου v υπολογίζεται ως εξής:

  1. Για κάθε ζεύγος κόμβων (s,t), υπολόγισε όλα τα συντομότερα μονοπάτια μεταξύ τους.

  2. Για κάθε ζεύγος κόμβων (s,t), υπολόγισε τον αριθμό των συντομότερων μονοπατιών που περνούν μέσα από τον εν λόγω κόμβο, εδώ τον v.

  3. Άθροισε τα ποσοστά για κάθε ζεύγος (s,t):

$$C_B(u) = \sum_{s \neq u \neq t \in V} \frac{\sigma_{st}(u)}{\sigma_{st}}$$

  όπου σ*st* είναι ο αριθμός των συντομότερων διαδρομών από το *s* στο *t*, και σ*st*(u) είναι ο αριθμός των συντομότερων διαδρομών από το *s* στο *t*, που περνούν από τον *u*. Μπορεί να δειχθεί ότι για ένα δίκτυο με N κόμβους, η μέγιστη τιμή για μια κεντρικότητα ενδιαμεσότητας είναι $(N^2 - 3N + 2)/2$.

  Ένας κόμβος με μεγάλο βαθμό κεντρικότητας ενδιαμεσότητας έχει μεγάλη επιρροή στον τρόπο που θα κινηθεί η πληροφορία στο δίκτυο και στο κατά πόσο θα φτάσει στον προορισμό της, γεγονός που αυξάνει την ισχύ του. Μπορεί να ισχυριστεί κανείς ότι η κρισημότητα της κεντρικότητας ενδιαμεσότητας αυξάνει όταν ένας χρήστης με δύναμη εξαρτάται από έναν χρήστη σαφώς λιγότερης ισχύος προκειμένου να επικοινωνήσει με ένα υποσύνολο από άλλους. Σε τέτοιες περιπτώσεις το υψηλό κύρος/δύναμη του πρώτου παύει να έχει πρακτική σημασία. Ας θεωρήσουμε το παράδειγμα μιας Ιταλοαμερικάνικης εταιρείας που οι μόνοι ομιλούντες Αγγλικά είναι τα αφεντικά και ένας άλλος εργαζόμενος.Όντας ο μοναδικός μεταφραστής του αφεντικού,είναι προφανές ότι ο εργαζόμενος κατέχει εξέχουσα θέση σε σχέση με τους υπόλοιπους συναδέλφους του.

- **Κεντρικότητα ιδιοδιανύσματος(Eigenvector Centrality):** Όπως ειπώθηκε πριν ,πολλές φορές η σύνδεση με έναν δημοφιλή χρήστη είναι πιο σημαντική από τη σύνδεση με έναν απομονωμένο. Η κεντρικότητα ιδιοδιανύσματος λαμβάνει υπόψιν όχι μόνο τον απόλυτο αριθμός των επαφών ενός κόμβου, αλλά και το πόσο κεντρικοί είναι οι κόμβοι με τους οποίους συνδέεται. Έστω ότι το x_j είναι η κεντρικότητα ιδιοδιανύσματος του j-ου κόμβου. Έστω $A_{ij}=1$ εάν ο κόμβος j είναι γειτονικός του i και 0 σε αντίθετη περίπτωση. Για τον i κόμβο, η κεντρικότητα ιδιοδιανύσματος x_i είναι αναλογική με το άθροισμα των βαθμών όλων των κόμβων που συνδέονται μαζί του. Επομένως:

$$x_i = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{j \in M(i)} x_j = \frac{1}{\lambda} \cdot \sum_{j=1}^{N} A_{ij} x_j$$,όπου $M(i)$ είναι το σύνολο των κόμβων που συνδέονται με τον i κόμβο , N ο ολικός αριθμός των κόμβων και λ μια σταθερά.

Αναφέροντας ένα παράδειγμα πρακτικής σημασίας από το Twitter, η κεντρικότητα ιδιοδιανύσματος έχει πρακτική σημασία για τον εντοπισμό των spammers. Οι spammers θέλουν να έχουν όσο το δυνατόν περισσότερους followers προκειμένου να διαχέουν τα μηνύματά τους. Ωστόσο, ακόμα και αν ένας spammer ακολουθεί ένα μεγάλο αριθμό χρηστών, μερικοί από αυτούς μπορούν να αναγνωρίζουν ότι ο spammer δεν έχει καθόλου ισχύ. Σε ένα μη κατευθυνόμενο γράφο,όπου δεν μπορούμε να διακρίνουμε τη ροή της πληροφορίας και της δημοφιλίας , ο spammer θα φαινότανε όντως άτομο με επιρροή. Παρόλα αυτά η προσοχή ρέει από αυτόν προς τους χρήστες που κάνει follow και όχι αντίστροφα. Ακόμα και αν καταφέρει να συλλέξει μεγάλο αριθμό από followers είναι χρήσιμο να να ξέρουμε αν οι χρήστες που ακολουθούν το spammer έχουν κοινωνική ισχύ. Αν λοιπόν αυτοί δεν είχαν ισχύ,αυτό θα γινόταν φανερό από την κεντρικότητα ιδιοδιανύσματος και θα βοηθούσε να ανακαλυφθεί ότι ο spammer δεν έχει καθόλου επιρροή.

- **Γόητρο(Prestige):** Σε έναν κατευθυνόμενο γράφο το γόητρο είναι ένα πιο λεπτό μέτρο της προεξοχής ενός κόμβου από την κεντρικότητα. Από τους πολλούς τύπους μέτρησης του γοήτρου που υπάρχουν στη βιβλιογραφία ,ο σημαντικότερος είναι η κατάταξη με βάση το γόητρο (rank prestige), που είναι και η βάση για την ανάπτυξη αλγορίθμων όπως ο PageRank και ο HITS. Η κύρια ιδέα είναι ότι το γόητρο ενός κόμβου επηρρεάζεται από το γόητρο των κόμβων με τους οποίους συνδέεται. Ορίζουμε το γόητρο ενός κόμβου *i*:

  $PR(i) = A_{1i}PR(1) + A_{2i}PR(2) + \ldots + A_{ni}PR(n)$, όπου $A_{ij} = 1$ εάν ο i δείχνει στον j αλλιώς 0.

- **Συντελεστής Συσταδοποίησης(Clustering coefficient):** Είναι η πιθανότητα δύο γειτονικοί κόμβοι ενός κόμβου να είναι και γειτονικοί μεταξύ τους. Στα κοινωνικά δίκτυα,ένας ψηλός συντελεστής συσταδοποίησης δείχνει ότι οι φίλοι ενός χρήστη είναι και φίλοι μεταξύ τους. Δεδομένου ενός γράφου $G=\{V,E\}$ ορίζουμε ως γειτονιά N_i ενός κόμβου τους κόμβους που συνδέονται άμεσα μαζί του.: $N_i = \{v_j : e_{ij} \in E \wedge e_{ji} \in E\}$ Ο συντελεστής συσταδοποίησης για κάθε κόμβο i είναι η αναλογία των συνδέσεων μεταξύ των κόμβων της γειτονιάς του σε σχέση με το μέγιστο αριμό των συνδέσεων που θα μπορούσαν να υπάρχουν μεταξύ τους.

  - Σε μη κατευθυνόμενο γράφο , για κάθε γειτονιά N_i υπάρχουνε $k_i(k_i - 1)$ δεσμοί που θα μπορούσαν να υπάρχουν μεταξύ των κόμβων. Επομένως ο συντελεστής υπολογίζεται:

$$C_i = \frac{\left|\{e_{jk}\}\right|}{k_i(k_i - 1)} : v_j, v_k \in N_i, e_{jk} \in E$$

- Σε κατευθυνόμενο γράφο , για έναν κόμβο με k_i γείτονες υπάρχουνε $\frac{k_i(k_i-1)}{2}$ δεσμοί το πολύ μεταξύ των κόμβων της γειτονιάς .Επομένως:

$$C_i = \frac{2\left|\{e_{jk}\}\right|}{k_i(k_i - 1)} : v_j, v_k \in N_i, e_{jk} \in E$$

- Για γράφους με βάρη, ορίζεται ο **ζυγισμένος συντελεστής συσταδοποίησης (weighted clustering coefficient)** C_W

$$C_W = \sum_{i \neq j \in N_i} w_{ij} \frac{1}{k_i(k_i - 1)}$$

όπου w_{ij} ο βαθμός της σχέσης μεταξύ i και j (=0 εάν δεν υπάρχει δεσμός).

Μέσος συντελεστής συσταδοποίησης (Network average clustering coefficient): Είναι ο μέσος όρος των τοπικών συντελεστών ολων των κόμβων:

$$\overline{C} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} C_i$$

Παγκόσμιος συντελεστής συσταδοποίησης(Global Clustering coefficient): Ο παγκόσμιος δίνει μια ολική ένδειξη της συσταδοποίησης του δικτύου. Αποτελεί ένδειξη του πόσο οι κόμβοι ενός γράφου έχουν τη τάση να συσταδοποιούνται για να σχηματίσουν έναν πλήρη γράφο . Βασίζεται σε τριπλέτες κόμβων. Μια τριπλέτα είναι τρεις κόμβοι που συνδέονται είτε με δύο δεσμούς (ανοικτή) είτε με τρεις δεσμούς(κλειστή).Ο συντελεστής υπολογίζεται ως ο λόγος των κλειστών προς όλες τις τριπλέτες δηλαδή:

$$C = \frac{\#\kappa\lambda\varepsilon\iota\sigma\tau\acute{\varepsilon}\varsigma}{\#\sigma\upsilon\nu o\lambda\iota\kappa\acute{\varepsilon}\varsigma}$$

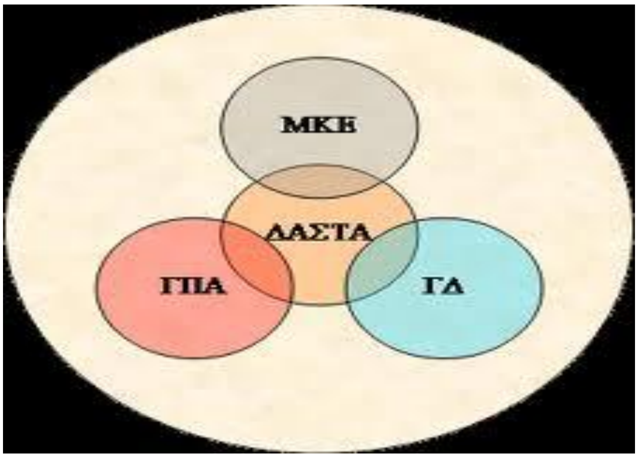
5. Πεδίο Έρευνας

5.1 Μονάδα Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας (Μ.Κ.Ε)

Το ερευνητικό κομμάτι της παρούσας εργασίας στηρίζεται στη συλλογή και ανάλυση δεδομένων με απώτερο σκοπό την πλήρη καταγραφή και εν συνεχεία την οπτική αναπαράσταση (χαρτογράφηση) των *σχέσεων επικοινωνίας* του Αλεξανδρείου Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Θεσσαλονίκης (Α.Τ.Ε.Ι-Θ) με μια σειρά από διάφορους φορείς επιχειρηματικότητας.

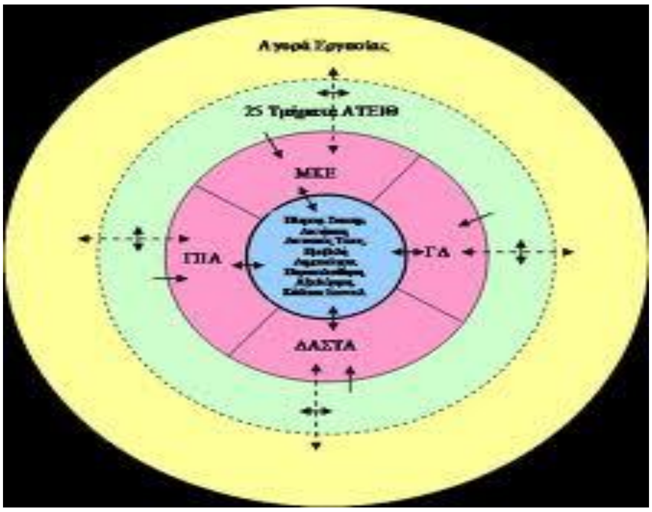
Το *Α.Τ.Ε.Ι-Θ*, αποτελώντας ένα από τους ακρογωνιαίους λίθους του εκπαιδευτικού συστήματος της χώρας και αριθμώντας περίπου είκοσι χιλιάδες εγγεγραμμένους φοιτητές, καθιστώντας το ένα από τα μεγαλύτερα ιδρύματα στην ελληνική επικράτεια, καταβάλλει κάθε δυνατή προσπάθεια για την ομαλή και σταδιακή ένταξη φοιτητών και αποφοίτων του ιδρύματος στην αγορά εργασίας. Έτσι, αποσκοπώντας στην καλύτερη οργάνωση και συντονισμό των ενεργειών θεμελίωσης *σχέσεων συνεργασίας* τόσο με τους διάφορους πιστοποιημένους φορείς απασχόλησης, όσο και με άλλα εκπαιδευτικά ιδρύματα της χώρας, το *Α.Τ.Ε.Ι-Θ* εγκαθιδρύει τη Δομή Απασχόλησης και Σταδιοδρομίας (Δ.Α.ΣΤΑ).

Η *Δ.Α.ΣΤΑ* ως δομή αποτελεί μέρος του προγράμματος συνεργασίας Ελλάδος και Ευρωπαϊκής Ένωσης στα πλαίσια της καλύτερης προετοιμασίας και ένταξης αποφοίτων εκπαιδευτικών ιδρυμάτων στην αγορά εργασίας. Συνεπώς, ως δομή συναντάται σε κάθε εκπαιδευτικό ίδρυμα της χώρας. Έτσι και στο *Α.Τ.Ε.Ι-Θ* η *Δ.Α.ΣΤΑ* ιδρύεται και αρχίζει να λειτουργεί το Σεπτέμβριο του 2009 στεγαζόμενη σε εγκαταστάσεις που της παραχωρήθηκαν από το ίδιο το ίδρυμα, έχοντας υπό την επίβλεψη της τρεις (3) επιμέρους δομές-πράξεις, το *Γραφείο Διασύνδεσης* (Γ.Δ), το *Γραφείο Πρακτικής Άσκησης* (Γ.Π.Α) και τη *Μονάδα Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας* (Μ.Κ.Ε).



Εικόνα 5.1: Η Δ.Α.ΣΤΑ με τις υφιστάμενες δομές

Πιο συγκεκριμένα η *Δ.Α.ΣΤΑ* είναι επιφορτισμένη με το συντονισμό και την εποπτεία του σχεδιασμού και προγραμματισμού των προαναφερθέντων δομών οι οποίες λειτουργούν και προσφέρουν κάτω από την ομπρέλα της. Η *Δ.Α.ΣΤΑ* αποτελεί σαφέστατα μια καινοτόμο δομή του *Α.Τ.Ε.Ι-Θ* που έχει σαν στόχο την αξιοποίηση οικονομιών κλίμακας, τη βελτιστοποίηση του συντονισμού και της διαχείρισης καθώς και τη διεύρυνση και ενίσχυση της δικτύωσης με άλλα ιδρύματα, την αγορά εργασίας και τους πιστοποιημένους φορείς προώθησης της απασχόλησης.



Εικόνα 5.2: Η Δ.Α.ΣΤΑ συνδετικός κρίκος μεταξύ Α.Τ.Ε.Ι-Θ και Αγοράς Εργασίας

Όπως προαναφέρθηκε στην αρχή της παραγράφου, το αντικείμενο ενασχόλησης της παρούσας εργασίας είναι η καταγραφή και αναπαράσταση των σχέσεων επικοινωνίας του *Α.Τ.Ε.Ι-Θ* ως φορέα επιχειρηματικότητας με άλλους φορείς απασχόλησης. Πιο συγκεκριμένα όμως, θα πρέπει να αναφερθεί ότι το πεδίο έρευνας της συγκεκριμένης εργασίας καλύπτει το φάσμα λειτουργίας και δράσης μιας συγκεκριμένης υφιστάμενης δομής-πράξης της *Μ.Κ.Ε*.

Η *Μ.Κ.Ε* ως δομή επαναδραστηριοποιείται μαζί με τη *Δ.Α.ΣΤΑ*, και τις δύο προαναφερθείσες υφιστάμενες δομές της, το Σεπτέμβριο του 2009 αποτελώντας ζωτικό κομμάτι στην όλη προσπάθεια ουσιαστικής σύνδεσης της εκπαίδευσης με την αγορά εργασίας. Βασικά η *Μ.Κ.Ε* αποτελεί τη συνέχεια του κέντρου επιχειρηματικότητας που λειτουργούσε στα πλαίσια του *Α.Τ.Ε.Ι-Θ* από το 2003, δίνοντας ερεθίσματα, παρέχοντας γνώσεις αλλά και καθοδήγηση στους φοιτητές και αποφοίτους του ιδρύματος, οι οποίοι επιθυμούσαν να αναπτύξουν τη δική τους επιχειρηματική δραστηριότητα. Όπως ακριβώς και οι άλλες συνεργαζόμενες δομές-πράξεις της *Δ.Α.ΣΤΑ* έτσι και η *Μ.Κ.Ε* αποσκοπεί στην απόλυτη υποστήριξη και εξυπηρέτηση των φοιτητών, αποφοίτων του ιδρύματος αλλά και νέων επιχειρηματιών παρέχοντάς τους τα απαραίτητα εφόδια αλλά και γνώσεις ώστε να μπορέσουν να προσαρμοστούν πιο εύκολα στα δεδομένα της αγοράς εργασίας. Όλες αυτές οι υπηρεσίες-δράσεις (οι οποίες είναι γνωστές και ως *πακέτα εργασίας*), ανεξάρτητα αν έχουν διοργανωθεί από κάποια μεμονωμένη υπό-δομή της *Δ.Α.ΣΤΑ* ή αν αποτελούν προϊόν συνεργασίας μεταξύ των υφιστάμενων δομών της, αντανακλούν και υλοποιούνται στα πλαίσια της δράση της.

Εικόνα 5.3: Δράση των υφιστάμενων μονάδων της Δ.Α.ΣΤΑ κάτω απ την ομπρέλα της

Είναι φανερό ότι εφόσον το σημείο εστίασης της εργασίας είναι η *Μ.Κ.Ε,* η όποια οπτική αναπαράσταση δικτύων επικοινωνίας και σχέσεων συνεργασίας παρουσιάζεται στη συνέχεια της εργασίας αφορά πλήρως δράσεις που υλοποιήθηκαν από τη *Μ.Κ.Ε*. Με τον όρο *δράση* από εδώ και στο εξής και μέχρι το πέρας της εργασίας, για λόγους ευκολίας του αναγνώστη, θα αναφερόμαστε σε οποιαδήποτε ενέργεια διάδρασης και επικοινωνίας διοργανώνεται ανάμεσα στη *Μ.Κ.Ε* και σε πιστοποιημένους φορείς επιχειρηματικότητας. Τέτοιες δράσεις είναι ημερίδες, διημερίδες, επισκέψεις, συμβουλευτική καθοδήγηση (μέντορινγκ), πολυσυνέδρια, στρογγυλά τραπέζια διαβούλευσης και αποτελούν το σύνολο των παρεχόμενων υπηρεσιών της *Μ.Κ.Ε.*

5.2 Εργαλείο Ποιοτικής και Ποσοτικής Ανάλυσης (UCINET)

Η Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων (Α.Κ.Δ) αποτελεί έναν από τους πιο ραγδαία αναπτυσσόμενους και ενδιαφέροντες τομείς των κοινωνικών επιστημών. Ουσιαστικά θεωρείται ως μια διατομεακή κοινωνική επιστήμη η οποία, αν και παρουσιάζει ιδιαίτερη απήχηση στους κοινωνιολόγους, επηρεάζει μια ευρεία γκάμα επιστημών όπως την ανθρωπολογία, κοινωνιολογία, γλωσσολογία, πολιτικές επιστήμες, ψυχολογία και πολλές άλλες. Αυτό γίνεται ιδιαίτερα κατανοητό από το γεγονός ότι ο κόσμος μας αποτελείται από έναν απεριόριστο αριθμό δικτύων, ανεξαρτήτου μορφής και επιστημονικού περιεχομένου και είναι στο χέρι του κάθε ερευνητή από οποιοδήποτε επιστημονικό τομέα και αν προέρχεται να διαμορφώσει το κατάλληλο δίκτυο και να το αναλύσει. Για παράδειγμα ένας κοινωνιολόγος θα μπορούσε να εστιάσει σε ένα δίκτυο φιλίας ανάμεσα στους μαθητές ενός σχολείου, ενώ αντίστοιχα, ένας ιατρός θα μπορούσε να επικεντρώσει το ενδιαφέρον του σε ένα δίκτυο κρουσμάτων μιας μεταδοτικής ασθένειας.

Αυτή η ραγδαία ανάπτυξη και το έντονο ενδιαφέρον του συνόλου των επιστημόνων και ερευνητών προς το συγκεκριμένο επιστημονικό τομέα οδήγησε και τις θετικές επιστήμες στο να στρέψουν την προσοχή τους στην ακόμα μεγαλύτερη εξέλιξη της *Α.Κ.Δ*. Πιο συγκεκριμένα περιγράφοντας τα δίκτυα γενικά σαν γράφους συνέβαλλαν στην καλύτερη κατανόηση των κοινωνικών δικτύων. Επιπλέον, αναπτύχθηκαν με τον καιρό πολύ ισχυρά και χρήσιμα εργαλεία ποιοτικής και ποσοτικής ανάλυσης, τα οποία όχι μόνο προσφέρουν μια πολυμορφική επεξεργασία των δεδομένων που συλλέγονται από την εκάστοτε έρευνα, αλλά, παρέχουν και οπτική αναπαράσταση του δικτύου που περιγράφουν τα εν λόγω δεδομένα. Με αυτό τον τρόπο συνεισφέρουν στην πιο ομαλή πρόοδο της έρευνας και σε πιο ασφαλή εξαγωγή συμπερασμάτων.

Σήμερα, υπάρχει ένας μεγάλος αριθμός τέτοιων εργαλείων ποιοτικής και ποσοτικής ανάλυσης. Το κάθε ένα από τα εργαλεία αυτά έχει τα δικά του χαρακτηριστικά στοιχεία, πλεονεκτήματα, μειονεκτήματα ή περιορισμούς στην εφαρμογή του. Συνεπώς, είναι στη κρίση του κάθε ερευνητή, αφού πραγματοποιήσει έναν ενδελεχή έλεγχο των στοιχείων του κάθε εργαλείου, να επιλέξει εκείνο που θα ανταποκρίνεται περισσότερο στις ανάγκες της δικής του έρευνας. Υπάρχουν πολλοί τρόποι διαχωρισμού και επιλογής του κατάλληλου εργαλείου ανάλογα με τις προτιμήσεις του εκάστοτε υποψηφίου αναλυτή. Για παράδειγμα, θα μπορούσαμε να τα διαχωρίσουμε με βάση την άδεια χρήσης τους. Πιο συγκεκριμένα υπάρχουν εργαλεία τα οποία είναι ελεύθερα προς χρήση (freeware), άλλα τα οποία είναι εμπορεύσιμα όμως προσφέρουν μια έκδοση για δοκιμαστική χρήση (trial version) και άλλα τα οποία είναι πλήρως εμπορεύσιμα (commercial). Επιπλέον, ένας σημαντικός διαχωρισμός είναι και το εύρος του δικτύου το οποίο μπορούν να διαχειριστούν. Έτσι συναντάμε εργαλεία τα οποία μπορούν να ανταπεξέλθουν σε μικρής κλίμακας δίκτυα και άλλα που ανταποκρίνονται σε ευρύτερης κλίμακας δίκτυα.

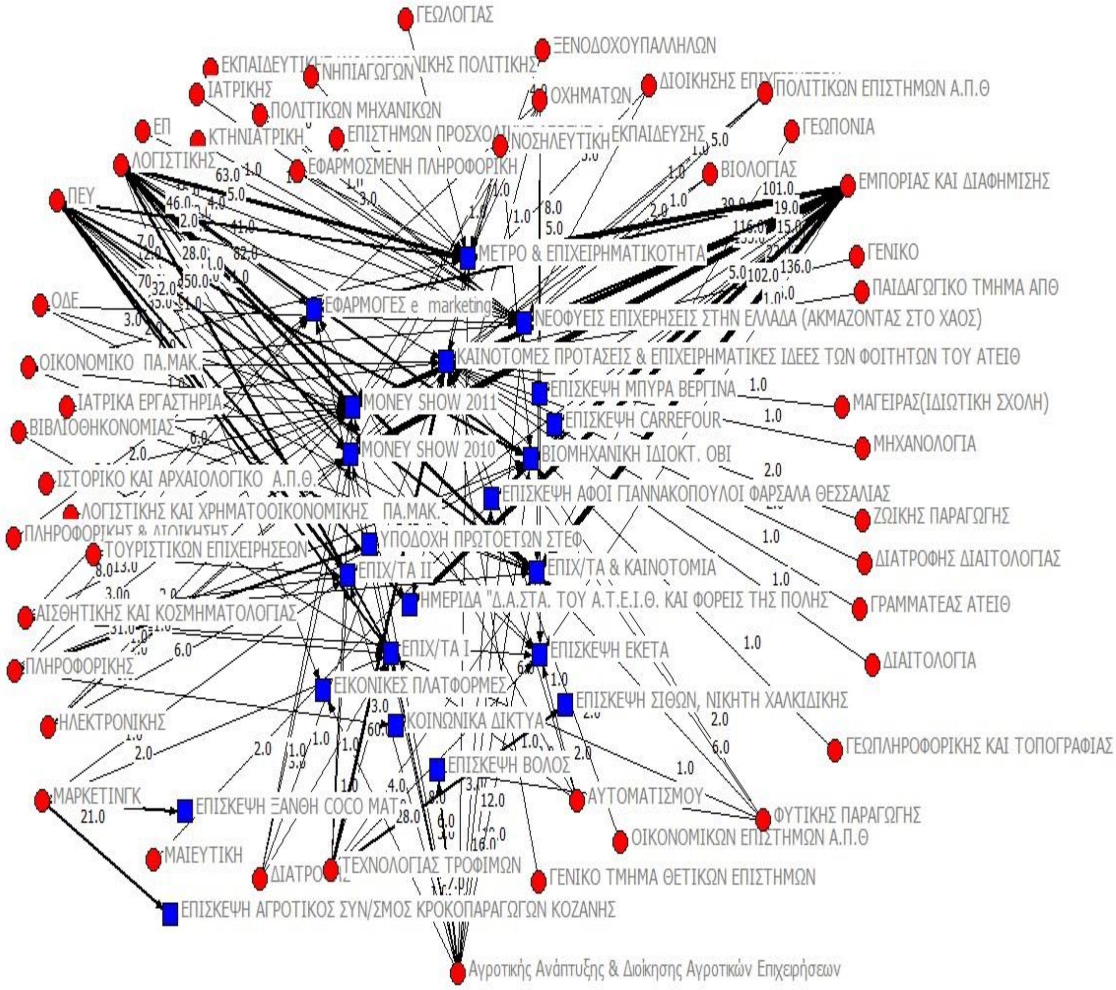
Το εργαλείο στο οποίο στηρίχτηκε η όλη ερευνητική προσπάθεια της συγκεκριμένης εργασίας για την επεξεργασία, ανάλυση και τη διαγραμματική αναπαράσταση των δικτύων επικοινωνίας της *Μ.Κ.Ε* είναι το *UCINET.* Το *UCINET* είναι ένα από τα πιο ευρέως διαδεδομένα πακέτα λογισμικού για ανάλυση κοινωνικών δικτύων και ανάλυση πολιτιστικών περιοχών (Social Network Analysis Software / Cultural Domain Analysis Software). Είναι προϊόν της εταιρίας *Analytic Technologies* της οποίας ηγείται ο Steve Borgatti ο οποίος πλαισιώνεται από μια ομάδα καταξιωμένων επιστημόνων.

Εικόνα 5.4: Το UCINET στην Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων

Το *UCINET* είναι ένα εμπορεύσιμο πακέτο λογισμικού το οποίο όμως συναντάται και σε έκδοση δοκιμαστικής χρήσης. Σύμφωνα με τον πιστοποιημένο οργανισμό ανάλυσης κοινωνικών δικτύων *INSNA* (International Network for Social Network Analysis) το *UCINET* αποτελεί ένα ολοκληρωμένο πακέτο ανάλυσης δεδομένων κοινωνικών δικτύων καθώς επίσης και δεδομένων δικτύων μίας κατάστασης (1-mode networks) και δύο καταστάσεων (2-mode networks). Μπορεί να γράψει και να διαβάσει μια πληθώρα μορφών αρχείων κειμένου (text files) καθώς και αρχεία λογιστικών φύλλων (Excel files). Επιπλέον, μπορεί να διαχειριστεί δίκτυα μέχρι και 32.767 κόμβους το μέγιστο αν και πρακτικά πολλές διαδικασίες του αργούν χαρακτηριστικά σε δίκτυα μεγαλύτερα των 10.000 κόμβων. Παρέχει μεθόδους μέτρησης κεντρικότητας, προσδιορισμό υπό-ομάδων, ανάλυσης ρόλων δικτύου και στοιχειώδη θεωρία γράφων. Αξίζει να σημειωθεί πως στο πακέτο υπάρχει μια πληθώρα άλλων βοηθητικών εργαλείων με σημαντικότερο από όλα το *NETDRAW* με τη βοήθεια του οποίου αναπαριστώνται διαγραμματικά τα κοινωνικά δίκτυα.

5.3 Παράθεση Προβλήματος

Αρχικά, δημιουργήσαμε ένα διάγραμμα στο οποίο απεικονίζονται συνολικά όλες οι δράσεις της Μ.Κ.Ε, καθώς και το σύνολο των ιδρυμάτων και Πανεπιστημιακών σχολών των οποίων οι φοιτητές συμμετείχαν σε τουλάχιστον μία από τις προαναφερθείσες δράσεις. Στο διάγραμμα αυτό, το οποίο παρατίθεται παρακάτω, καταδεικνύεται η πολυπλοκότητα στην απεικόνιση, και κατά επέκταση στην εξαγωγή ποιοτικών και ποσοτικών συμπερασμάτων βασισμένων σε αυτή.



Ως εκ τούτου, με δεδομένη τη δυσκολία ταυτόχρονης απεικόνισης και ανάλυσης των δράσεων της Μ.Κ.Ε με τους συνεργαζόμενους με αυτή φορείς και χωρίς να επηρεάζονται καθόλου τα εξαγόμενα αποτελέσματα, επιλέχθηκε η ομαδοποίηση (clustering) των φοιτητών στις κάτωθι κατηγορίες:

- Ενεργοί φοιτητές του Α.Τ.Ε.Ι-Θ ανά σχολή (ΣΤΕΦ, ΣΤΕΓ κ.α.)
- Λοιποί Ωφελούμενοι
  Στην κατηγορία αυτή έχουν ενταχθεί οι φοιτητές ιδρυμάτων εκτός του Α.Τ.Ε.Ι-Θ (Α.Π.Θ,ΠΑ.ΜΑΚ και Ι.Ε.Κ) καθώς επίσης οι υπάλληλοι και οι πτυχιούχοι του Α.Τ.Ε.Ι-Θ και επιχειρηματίες.

5.4 Διαγράμματα Βάσει Στοιχείων της Μονάδας Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας (Μ.Κ.Ε)

Στη συγκεκριμένη παράγραφο γίνεται παράθεση των διαγραμμάτων τα οποία έχουν βασιστεί σε δεδομένα που μας έχουν δοθεί από τη Μ.Κ.Ε, στηριζόμενοι στην προαναφερθείσα ομαδοποίηση και εκμεταλλευόμενοι το πρόγραμμα Ucinet που αναλύθηκε προηγουμένως.

Για λόγους ευκολίας του αναγνώστη ακολουθεί μια επεξήγηση των συμβόλων που χρησιμοποιούνται στα διαγράμματα:

● : Με το σύμβολο αυτό απεικονίζονται τα τμήματα των σχολών του Α.Τ.Ε.Ι-Θ .
Το μέγεθος του συμβόλου χαρακτηρίζεται από αναλογική σχέση με τον αριθμό των φοιτητών του τμήματος που συμμετέχουν σε δράσεις της Μ.Κ.Ε .

■ : Με το σύμβολο αυτό απεικονίζονται οι δράσεις της Μ.Κ.Ε .
Το μέγεθος του συμβόλου χαρακτηρίζεται από αναλογική σχέση με τον αριθμό των φοιτητών που συμμετέχουν στη συγκεκριμένη δράση.

→ : Με το σύμβολο αυτό απεικονίζεται η ύπαρξη διάδρασης (interaction) των τμημάτων με τις δράσεις.

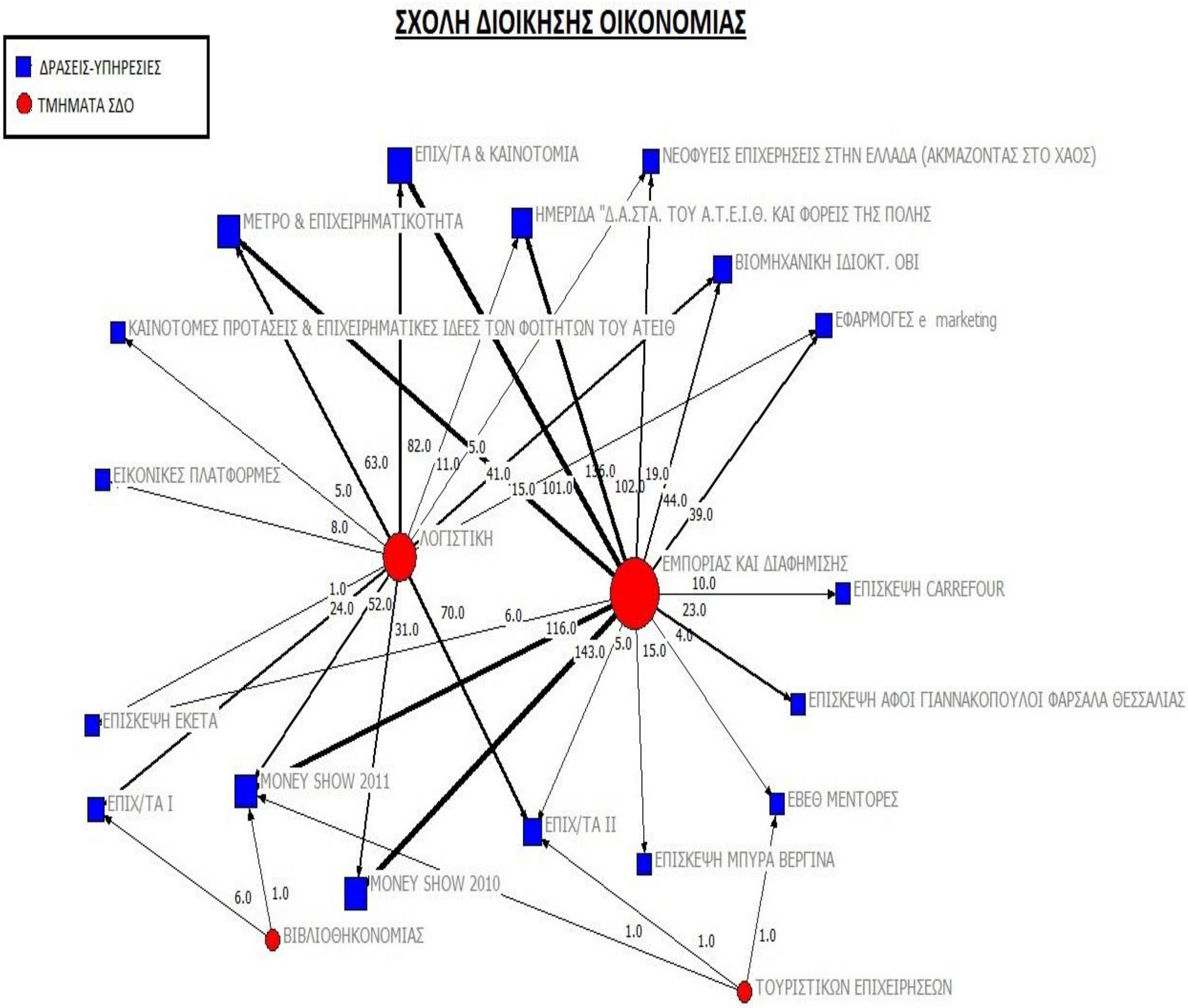
Το μέγεθος του συμβόλου χαρακτηρίζεται από αναλογική σχέση με τον αριθμό των φοιτητών που αποτελούν μέρος της εκάστοτε διάδρασης.

Α. Διαγράμματα Ενεργών Φοιτητών

Σε κάθε μία από τις σχολές του Α.Τ.Ε.Ι-Θ, απεικονίζουμε τα τμήματα από τα οποία αποτελείται η κάθε σχολή και τον αριθμό των φοιτητών του κάθε τμήματος οι οποίοι συμμετείχαν σε δράσεις της Μ.Κ.Ε (2-mode network).

Α1. Σχολή Διοίκησης Οικονομίας

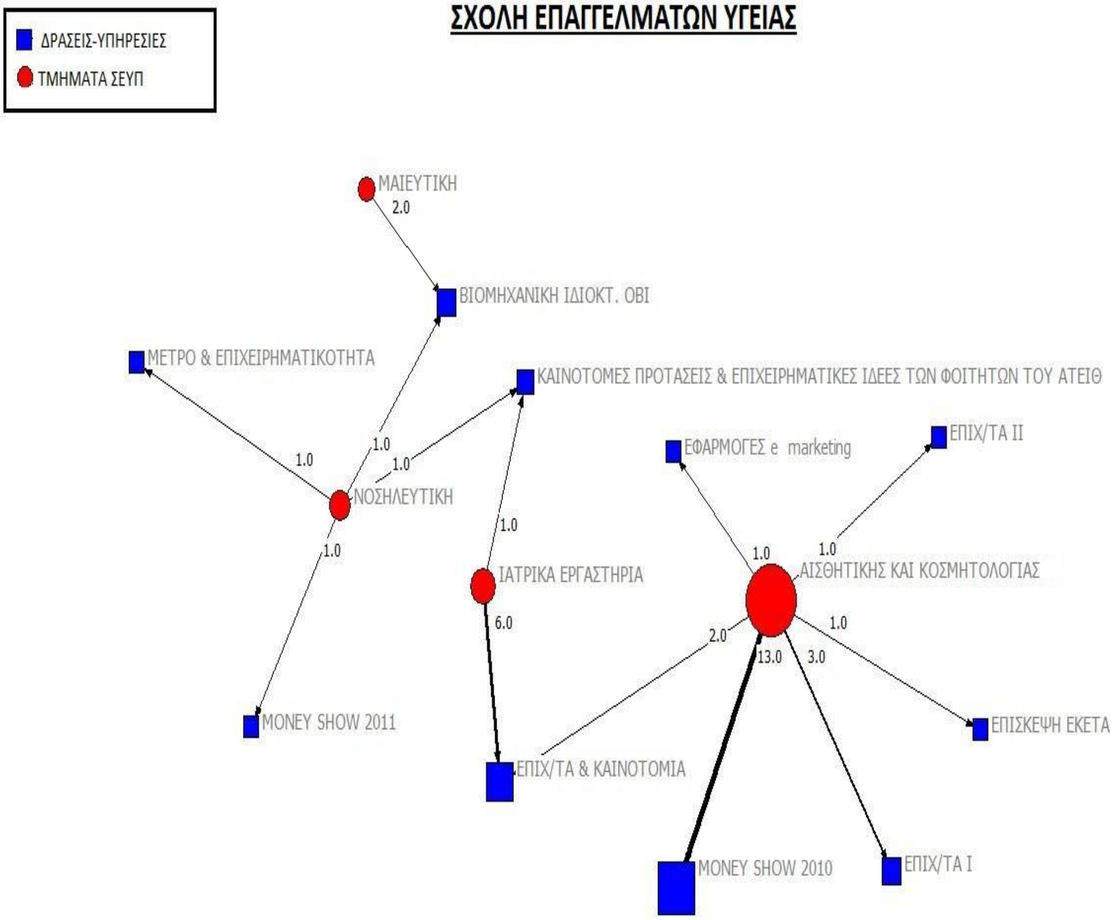
Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η επικοινωνία της Σχολής Διοίκησης Οικονομίας, η οποία αποτελείται κατά αλφαβητική σειρά από τα τμήματα ‘*Βιβλιοθηκονομίας’*, ‘*Εμπορίας και Διαφήμισης’*, ‘*Λογιστικής*’ και‘*Τουριστικών Επιχειρήσεων’*, με τις δράσεις της Μ.Κ.Ε .



‘

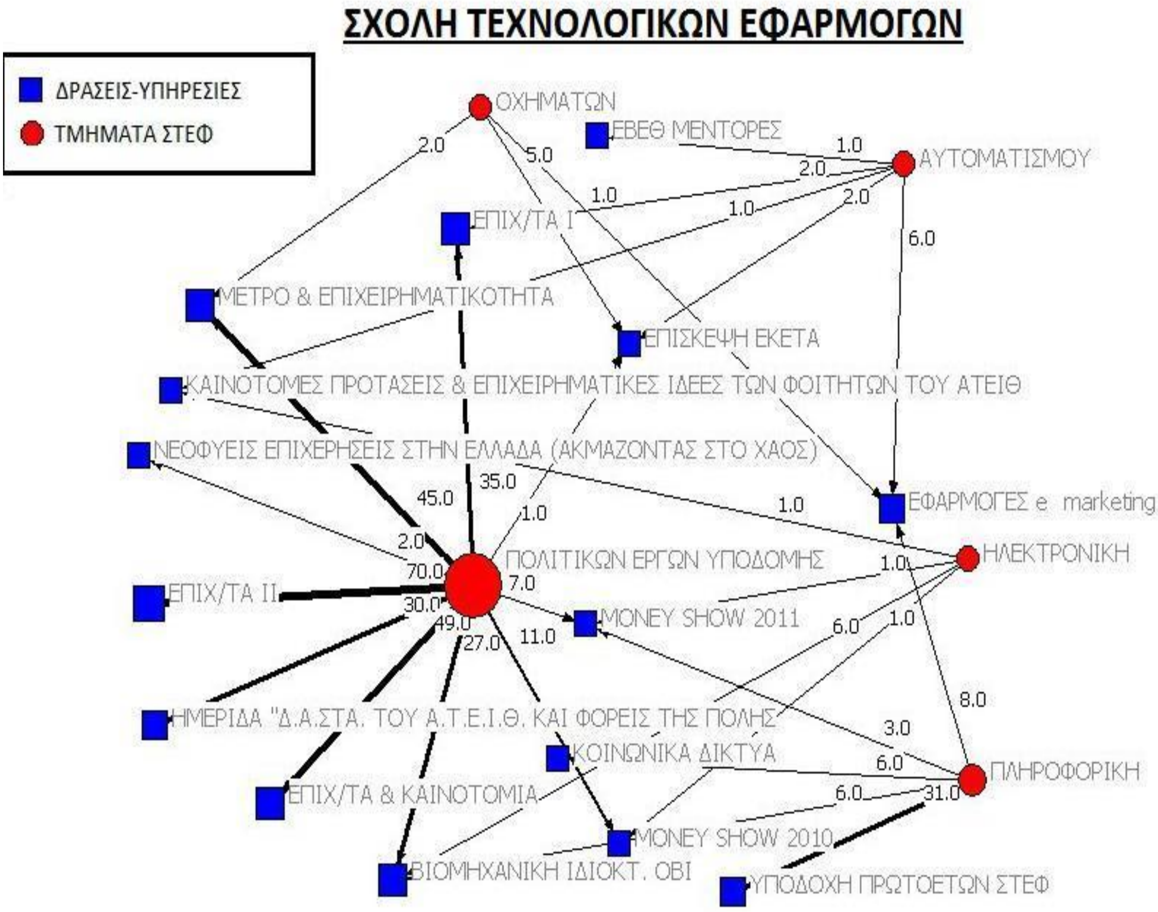
Α2. Σχολή Επαγγελμάτων Υγείας

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η επικοινωνία της Σχολής Επαγγελμάτων Υγείας, η οποία αποτελείται κατά αλφαβητική σειρά από τα τμήματα ‘*Αισθητικής και Κοσμητολογίας*’, ‘*Ιατρικών Εργαστηρίων*’, ‘*Μαιευτικής’* και ‘*Νοσηλευτικής’*, με τις δράσεις της Μ.Κ.Ε .



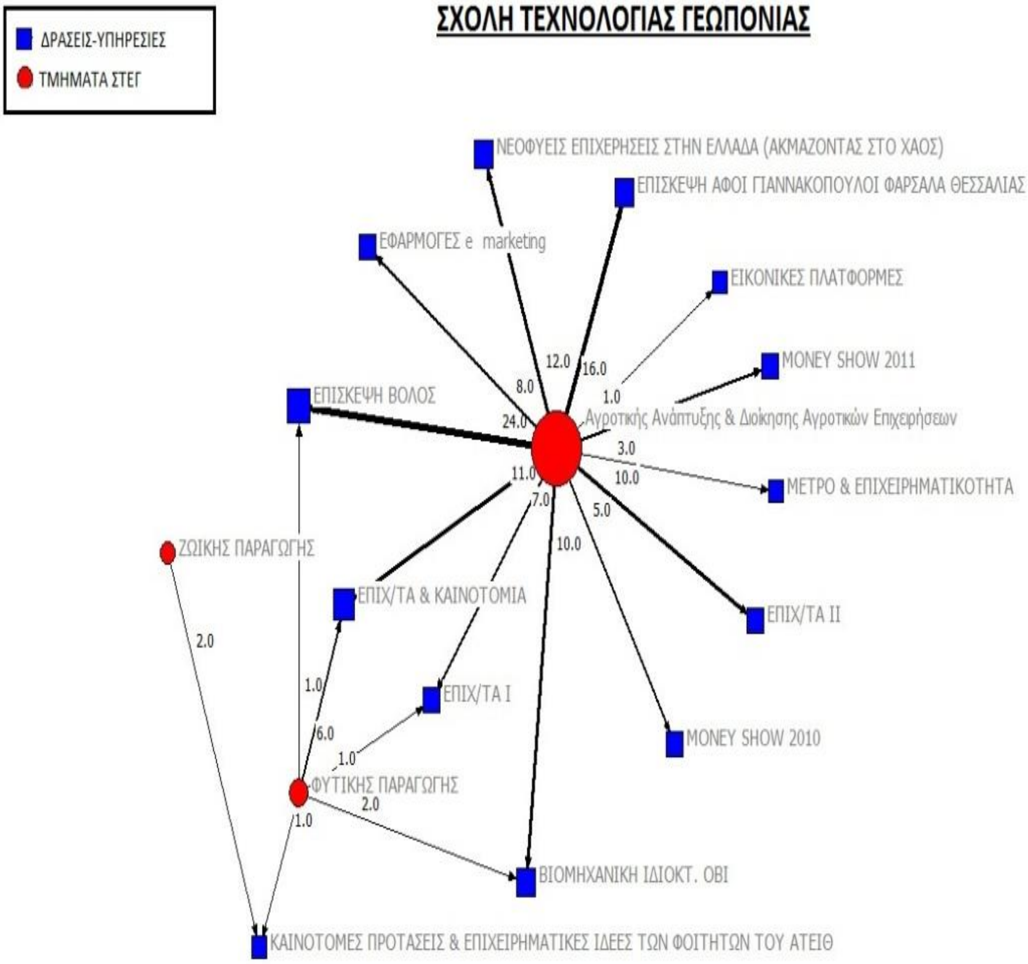
Α3. Σχολή Τεχνολογικών Εφαρμογών

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η επικοινωνία της Σχολής Τεχνολογικών Εφαρμογών, η οποία αποτελείται κατά αλφαβητική σειρά από τα τμήματα ‘*Αυτοματισμού’,* ‘*Ηλεκτρονικής’*, ‘*Οχημάτων’*, ‘*Πληροφορικής’* και ‘*Πολιτικών Έργων Υποδομής’*, με τις δράσεις της Μ.Κ.Ε .



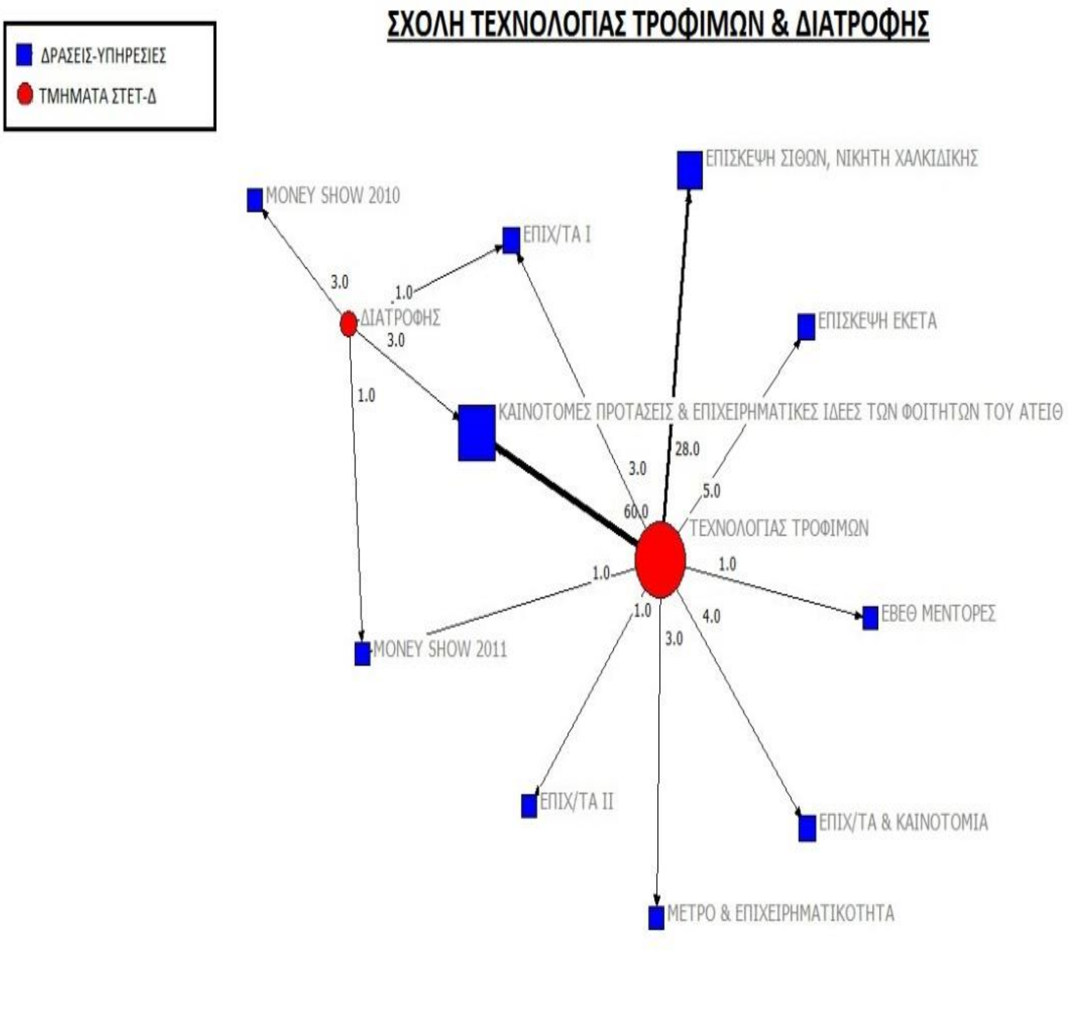
A4. Σχολή Τεχνολογίας Γεωπονίας

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η επικοινωνία της Σχολής Τεχνολογίας Γεωπονίας, η οποία αποτελείται κατά αλφαβητική σειρά από τα τμήματα ‘*Αγροτικής Ανάπτυξης*’ και ‘*Διοίκησης Αγροτικών Επιχειρήσεων’*, ‘*Ζωικής Παραγωγής’* και ‘*Φυτικής Παραγωγής’*, με τις δράσεις της Μ.Κ.Ε .



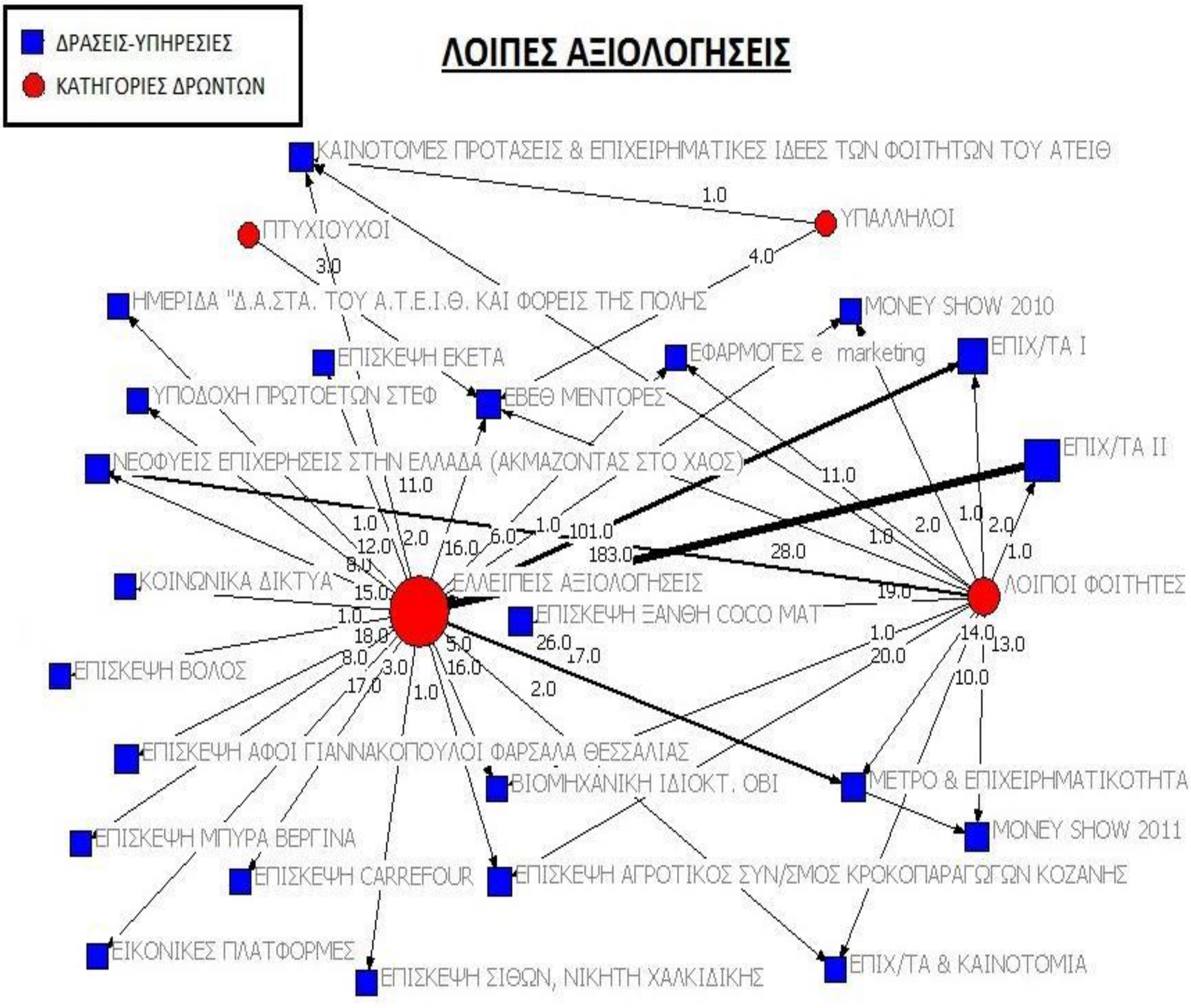
Α5. Σχολή Τεχνολογίας Τροφίμων και Διατροφής

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η επικοινωνία της Σχολής Τεχνολογίας Τροφίμων και Διατροφής, η οποία αποτελείται κατά αλφαβητική σειρά από τα τμήματα *'Διατροφής'* και '*Τεχνολογίας Τροφίμων'*, με τις δράσεις της Μ.Κ.Ε .



Β. Διάγραμμα Λοιπών Επωφελουμένων

Στο παρακάτω διάγραμμα απεικονίζεται η επικοινωνία των Λοιπών Επωφελουμένων(όπως αυτοί ορίστηκαν στην αρχή της παραγράφου) μέσα απο τις δράσεις της Μ.Κ.Ε .



Γ. Διαγράμματα Συνεργασίας Μ.Κ.Ε με Φορείς

Στην προηγούμενη παράγραφο, όπως λεπτομερώς αναλύθηκε, πραγματοποιήσαμε τη μελέτη, ανάλυση και απεικόνιση της επικοινωνίας της Μ.Κ.Ε με ιδρύματα και Πανεπιστημιακές σχολές μέσω της συμμετοχής των επωφελούμενων φοιτητών στις κοινά διοργανωμένες δράσεις.

Πέραν τούτου, πραγματοποιήσαμε τη διαγραμματική απεικόνιση των συνεργαζόμενων, με την Μ.Κ.Ε, φορέων. Η απεικόνιση αυτή στηρίχθηκε σε δύο διαφορετικούς άξονες:

- Ποσοτικά, βασιζόμενοι σε αρχεία της Μ.Κ.Ε από τα οποία εξάγονται οι φορείς με τους οποίους έχουν συναφθεί *Πρωτόκολλα Συνεργασίας*.

  Ως *Πρωτόκολλα Συνεργασίας* εννοούμε γραπτές συμφωνίες υπό τη μορφή συμβολαίων τα οποία αφορούν οποιαδήποτε μορφή συνεργασίας μέσω κοινών δράσεων (ημερίδες, επισκέψεις κ.α.).

  Συγκεκριμένα, για τα Πρωτόκολλα Συνεργασίας που έχει συνάψει η Μ.Κ.Ε και παρουσιάζονται στα διαγράμματα που θα ακολουθήσουν, είτε έχουν ήδη πραγματοποιηθεί κοινές δράσεις συνεργασίας, είτε αναμένεται να πραγματοποιηθούν στο εγγύς μέλλον.

  Επισημαίνεται ότι, λόγω μεγάλου αριθμού φορέων με τους οποίους η Μ.Κ.Ε έχει συνάψει Πρωτόκολλο συνεργασίας και για την καλύτερη οπτικοποίηση και κατανόηση αυτών, επιλέχθηκε η απεικόνισή τους τμηματικά σε τρία (3) μέρη.

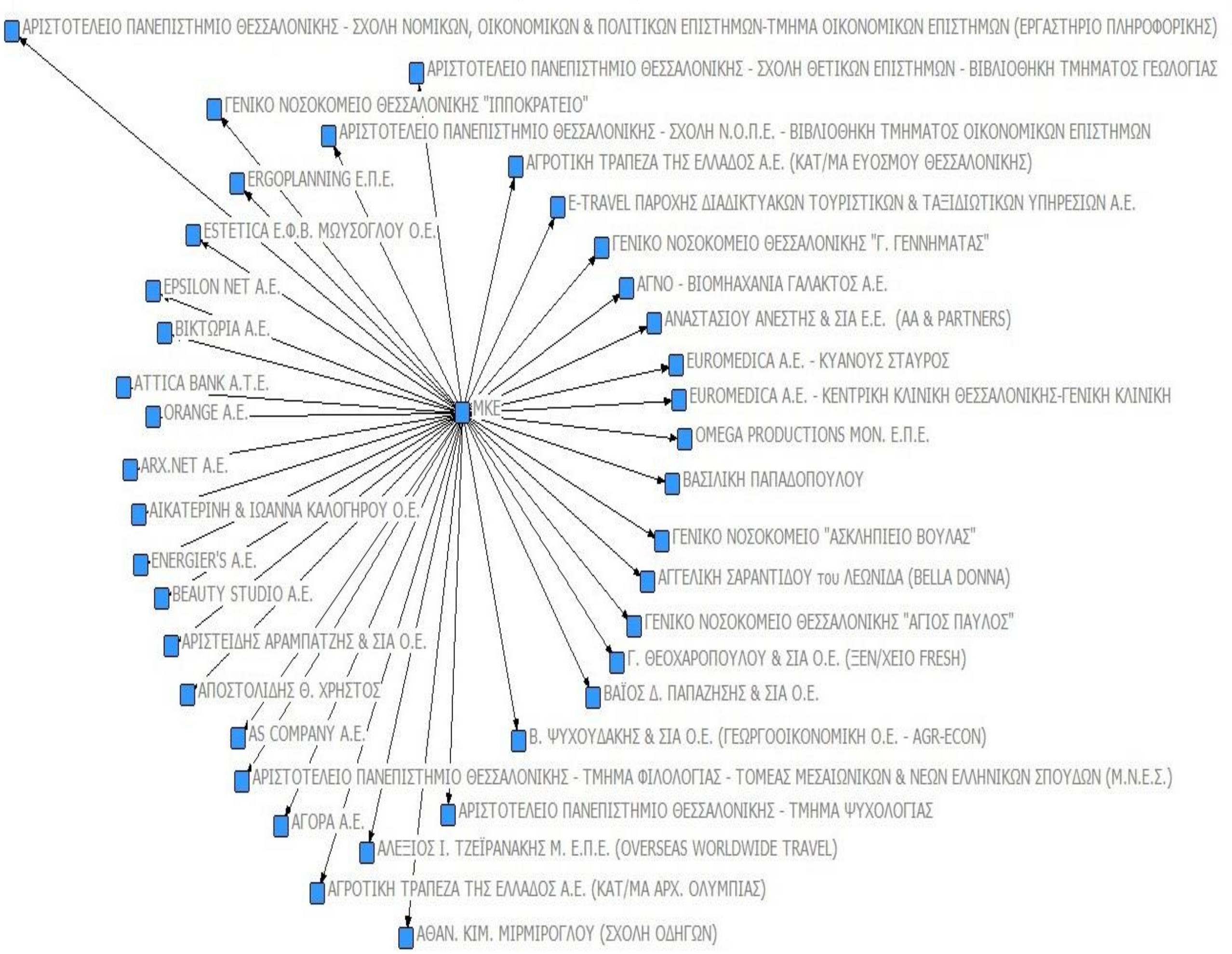
- Ποιοτικά, βασιζόμενοι σε στοιχεία που έχουν προκύψει μέσω προσωπικών συνεντεύξεων με υπεύθυνους της Μ.Κ.Ε σχετικά με την ποιότητα της επικοινωνίας της προαναφερόμενης δομής με τον εκάστοτε φορέα. Για τη βαθμολόγηση της επικοινωνίας χρησιμοποιήσαμε μια κλίμακα τιμών από το 0 έως το 10 (0 για προβληματική επικοινωνία και 10 για άριστη επικοινωνία). Είναι προφανές ότι με τους φορείς που παρουσιάζονται στο ποιοτικό διάγραμμα έχει ήδη πραγματοποιηθεί συνεργασία οποιασδήποτε μορφής με τη Μ.Κ.Ε .

Γ1. Ποσοτικά Διαγράμματα (*Egocentric Network-Only Ego*)

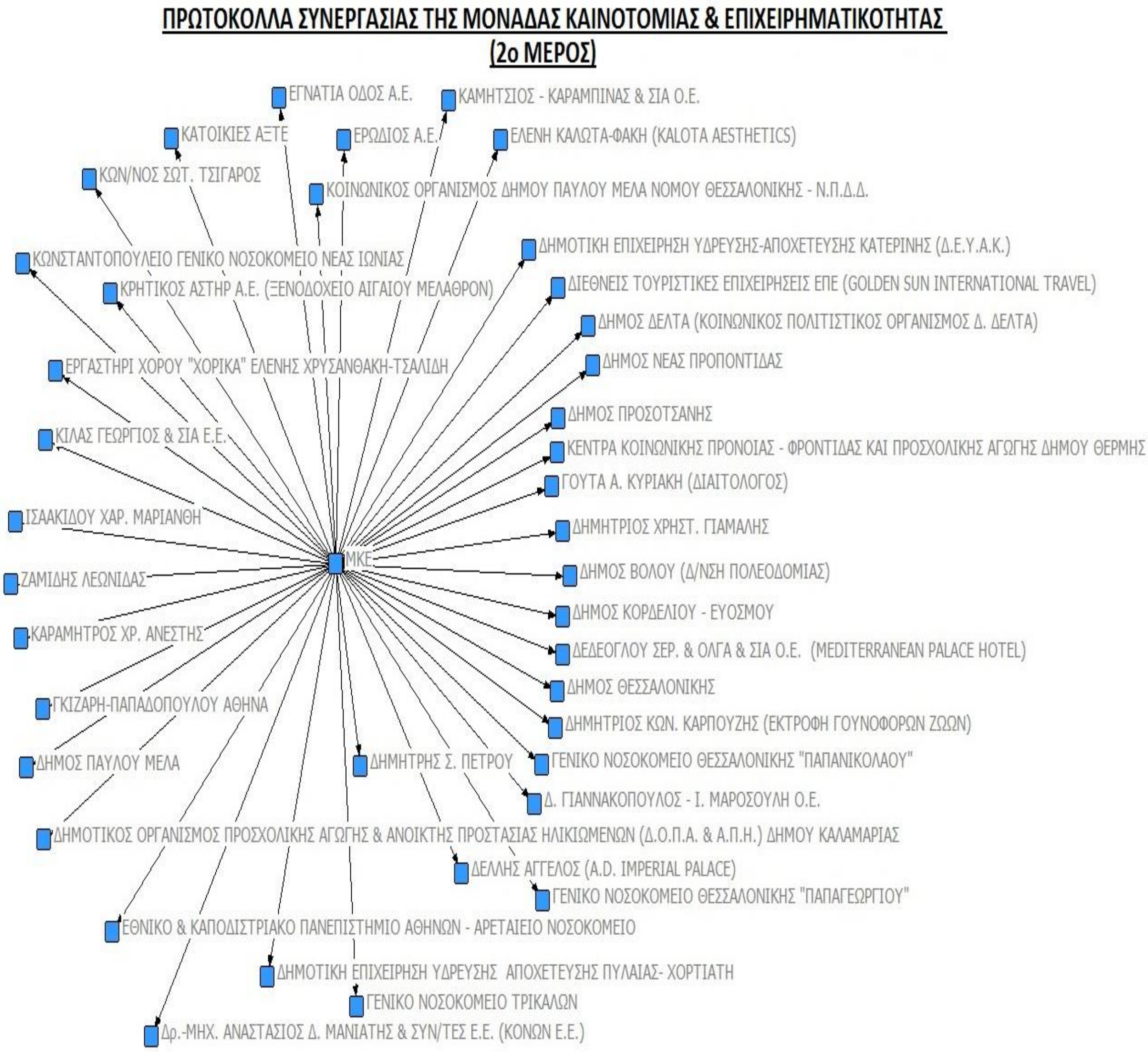
Γ1.1 Μέρος 1ο

ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΑ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ ΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

(1ο ΜΕΡΟΣ)

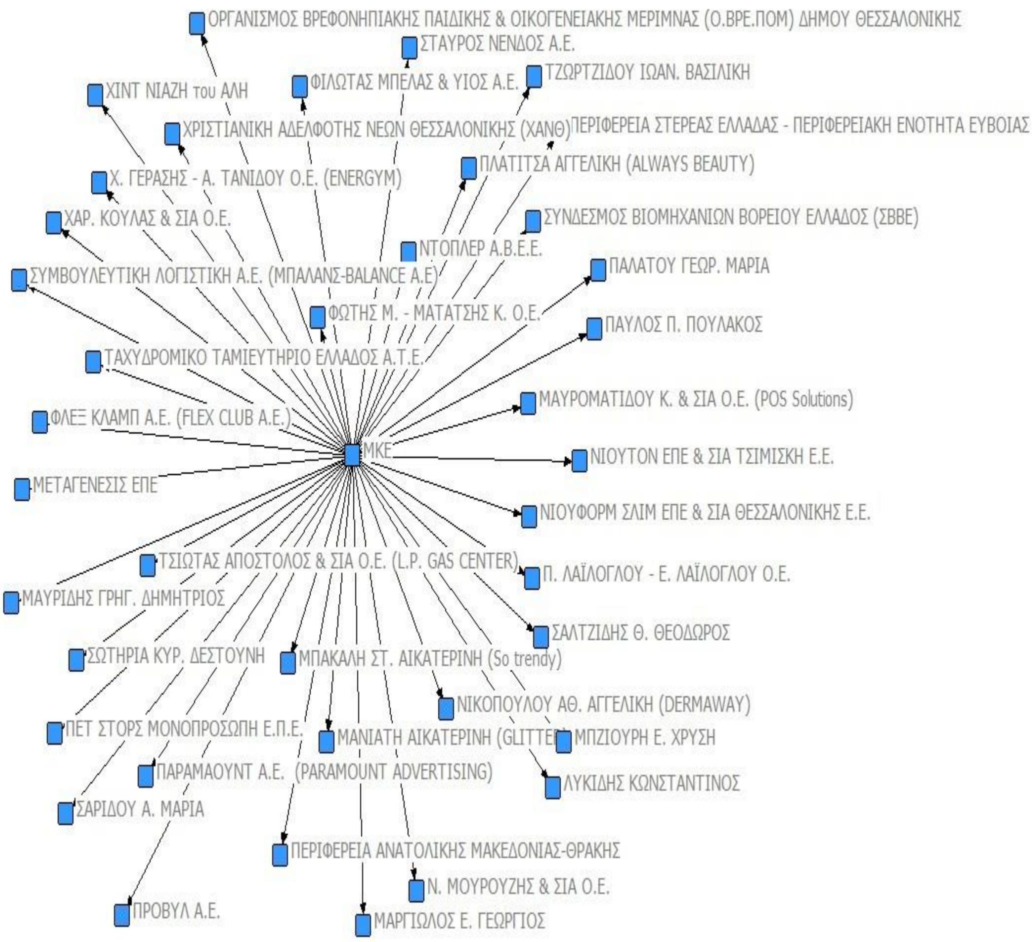


Γ1.2 Μέρος 2ο

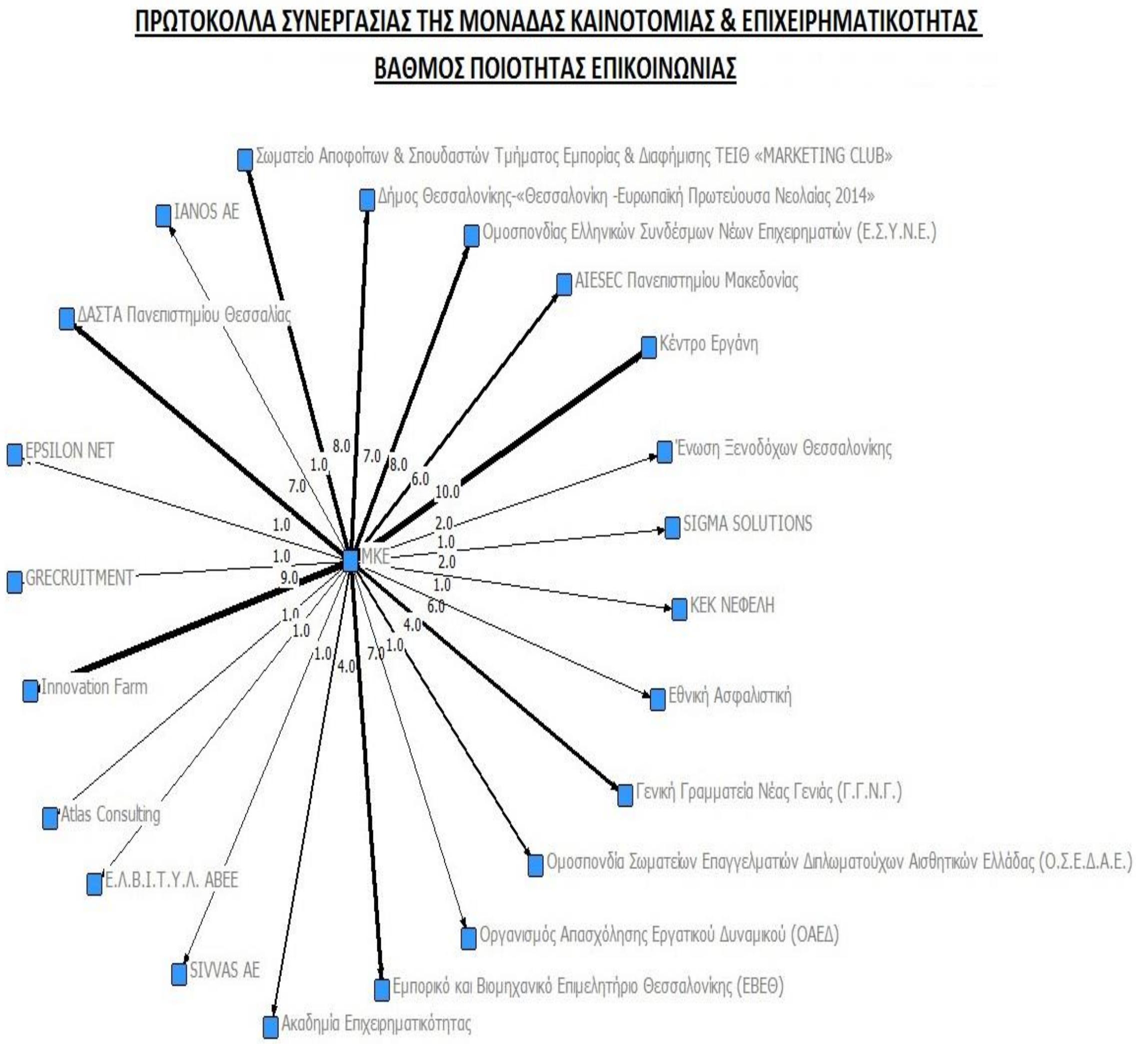

ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΑ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ ΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ
(2ο ΜΕΡΟΣ)
ΕΓΝΑΤΙΑ ΟΔΟΣ Α.Ε.
ΚΑΜΗΤΣΙΟΣ - ΚΑΡΑΜΠΙΝΑΣ & ΣΙΑ Ο.Ε.
ΚΑΤΟΙΚΙΕΣ ΑΞΤΕ
ΕΡΩΔΙΟΣ Α.Ε.
ΕΛΕΝΗ ΚΑΛΩΤΑ-ΦΑΚΗ (KALOTA AESTHETICS)
ΚΩΝ/ΝΟΣ ΣΩΤ. ΤΣΙΓΑΡΟΣ
ΚΟΙΝΩΝΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΔΗΜΟΥ ΠΑΥΛΟΥ ΜΕΛΑ ΝΟΜΟΥ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ - Ν.Π.Δ.Δ.
ΔΗΜΟΤΙΚΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΥΔΡΕΥΣΗΣ-ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ ΚΑΤΕΡΙΝΗΣ (Δ.Ε.Υ.Α.Κ.)
ΚΩΝΣΤΑΝΤΟΠΟΥΛΕΙΟ ΓΕΝΙΚΟ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟ ΝΕΑΣ ΙΩΝΙΑΣ
ΔΙΕΘΝΕΙΣ ΤΟΥΡΙΣΤΙΚΕΣ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΕΙΣ ΕΠΕ (GOLDEN SUN INTERNATIONAL TRAVEL)
ΚΡΗΤΙΚΟΣ ΑΣΤΗΡ Α.Ε. (ΞΕΝΟΔΟΧΕΙΟ ΑΙΓΑΙΟΥ ΜΕΛΑΘΡΟΝ)
ΔΗΜΟΣ ΔΕΛΤΑ (ΚΟΙΝΩΝΙΚΟΣ ΠΟΛΙΤΙΣΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ Δ. ΔΕΛΤΑ)
ΔΗΜΟΣ ΝΕΑΣ ΠΡΟΠΟΝΤΙΔΑΣ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙ ΧΟΡΟΥ "ΧΟΡΙΚΑ" ΕΛΕΝΗΣ ΧΡΥΣΑΝΘΑΚΗ-ΤΣΑΛΙΔΗ
ΔΗΜΟΣ ΠΡΟΣΟΤΣΑΝΗΣ
ΚΙΛΑΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ & ΣΙΑ Ε.Ε.
ΚΕΝΤΡΑ ΚΟΙΝΩΝΙΚΗΣ ΠΡΟΝΟΙΑΣ - ΦΡΟΝΤΙΔΑΣ ΚΑΙ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ ΔΗΜΟΥ ΘΕΡΜΗΣ
ΓΟΥΤΑ Α. ΚΥΡΙΑΚΗ (ΔΙΑΙΤΟΛΟΓΟΣ)
ΙΣΑΑΚΙΔΟΥ ΧΑΡ. ΜΑΡΙΑΝΘΗ
ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΧΡΗΣΤ. ΓΙΑΜΑΛΗΣ
ΜΚΕ
ΖΑΜΙΔΗΣ ΛΕΩΝΙΔΑΣ
ΔΗΜΟΣ ΒΟΛΟΥ (Δ/ΝΣΗ ΠΟΛΕΟΔΟΜΙΑΣ)
ΔΗΜΟΣ ΚΟΡΔΕΛΙΟΥ - ΕΥΟΣΜΟΥ
ΚΑΡΑΜΗΤΡΟΣ ΧΡ. ΑΝΕΣΤΗΣ
ΔΕΔΕΟΓΛΟΥ ΣΕΡ. & ΟΛΓΑ & ΣΙΑ Ο.Ε. (MEDITERRANEAN PALACE HOTEL)
ΔΗΜΟΣ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΓΚΙΖΑΡΗ-ΠΑΠΑΔΟΠΟΥΛΟΥ ΑΘΗΝΑ
ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ ΚΩΝ. ΚΑΡΠΟΥΖΗΣ (ΕΚΤΡΟΦΗ ΓΟΥΝΟΦΟΡΩΝ ΖΩΩΝ)
ΔΗΜΟΣ ΠΑΥΛΟΥ ΜΕΛΑ
ΔΗΜΗΤΡΗΣ Σ. ΠΕΤΡΟΥ
ΓΕΝΙΚΟ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ "ΠΑΠΑΝΙΚΟΛΑΟΥ"
Δ. ΓΙΑΝΝΑΚΟΠΟΥΛΟΣ - Ι. ΜΑΡΟΣΟΥΛΗ Ο.Ε.
ΔΗΜΟΤΙΚΟΣ ΟΡΓΑΝΙΣΜΟΣ ΠΡΟΣΧΟΛΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ & ΑΝΟΙΚΤΗΣ ΠΡΟΣΤΑΣΙΑΣ ΗΛΙΚΙΩΜΕΝΩΝ (Δ.Ο.Π.Α. & Α.Π.Η.) ΔΗΜΟΥ ΚΑΛΑΜΑΡΙΑΣ
ΔΕΛΛΗΣ ΑΓΓΕΛΟΣ (A.D. IMPERIAL PALACE)
ΓΕΝΙΚΟ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ "ΠΑΠΑΓΕΩΡΓΙΟΥ"
ΕΘΝΙΚΟ & ΚΑΠΟΔΙΣΤΡΙΑΚΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΑΘΗΝΩΝ - ΑΡΕΤΑΙΕΙΟ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟ
ΔΗΜΟΤΙΚΗ ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΗ ΥΔΡΕΥΣΗΣ ΑΠΟΧΕΤΕΥΣΗΣ ΠΥΛΑΙΑΣ- ΧΟΡΤΙΑΤΗ
ΓΕΝΙΚΟ ΝΟΣΟΚΟΜΕΙΟ ΤΡΙΚΑΛΩΝ
Δρ.-ΜΗΧ. ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ Δ. ΜΑΝΙΑΤΗΣ & ΣΥΝ/ΤΕΣ Ε.Ε. (ΚΟΝΩΝ Ε.Ε.)

Γ1.3 Μέρος 3ο

ΠΡΩΤΟΚΟΛΛΑ ΣΥΝΕΡΓΑΣΙΑΣ ΤΗΣ ΜΟΝΑΔΑΣ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ (3ο ΜΕΡΟΣ)



Γ2. Ποιοτικό Διάγραμμα



Δ. Διαγράμμα Επικοινωνίας 2ου βαθμού Μ.Κ.Ε με φορείς (*Egocentric Network-With Alter Connections*)

Πέραν της συνεργασίας της Μ.Κ.Ε με φορείς, όπως αυτή απεικονίστηκε στα παραπάνω διαγράμματα, επεκτείναμε τη μελέτη της παρούσας εργασίας σε απεικόνιση όχι μόνο της άμεσης επικοινωνίας της Μ.Κ.Ε με φορείς (*Egocentric Network-Only Ego*) αλλά και σε επικοινωνία δευτέρου βαθμού.

Η *επικοινωνία πρώτου βαθμού* περιλαμβάνει τη μελέτη της επικοινωνίας των άμεσα συνεργαζόμενων με τη Μ.Κ.Ε φορέων (άμεση επικοινωνία).

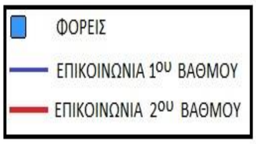
Η *επικοινωνία δευτέρου βαθμού* περιλαμβάνει τη μελέτη της επικοινωνίας των άμεσα συνεργαζόμενων με τη Μ.Κ.Ε φορέων τόσο μεταξύ τους όσο και με άλλους φορείς. Οι φορείς αυτοί δύνανται να μην επικοινωνούν άμεσα με τη ΜΚΕ (έμμεση επικοινωνία).

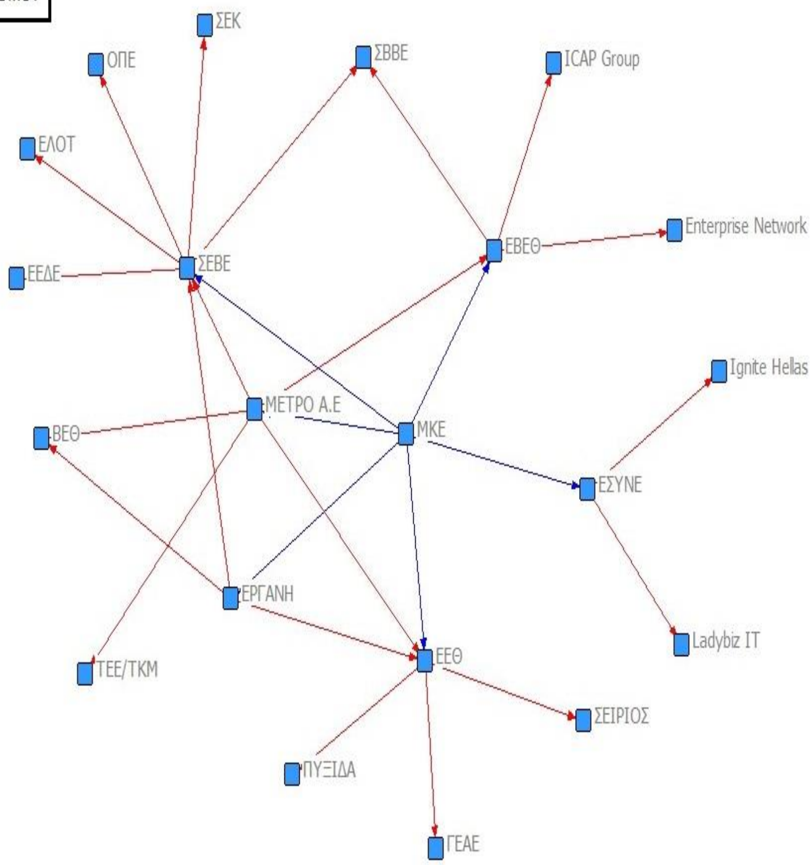
Για την εξαγωγή των έμμεσα συνεργαζόμενων φορέων ανατρέξαμε σε πληροφορίες που μας διατέθηκαν από τους άμεσα συνεργαζόμενους με τη Μ.Κ.Ε φορείς μέσω των αντίστοιχων επίσημων ιστοσελίδων αυτών στο διαδίκτυο.

Για λόγους καλύτερης απεικόνισης επιλέχθηκε ο συμβολισμός με βέλος χρώματος μπλε (→) για τις περιπτώσεις άμεσης επικοινωνίας (*επικοινωνία πρώτου βαθμού*) και ερυθρού χρώματος (→) για τις περιπτώσεις έμμεσης επικοινωνίας (*επικοινωνία δευτέρου βαθμού*).

Δε θα πρέπει να παραλείψουμε να αναφέρουμε ότι στο ακόλουθο διάγραμμα για λόγους καλύτερης αναπαράστασης επιλέχθηκε ένα μέρος των φορέων που επικοινωνούν άμεσα με τη Μ.Κ.Ε .

<u>ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΔΙΚΤΥΟ ΜΟΝΑΔΑΣ</u>
<u>ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ</u>





5.5 Διαγράμματα Βάσει Στοιχείων Ερωτηματολογίου

Όπως γίνεται φανερό και από προηγούμενη παράγραφο του συγκεκριμένου κεφαλαίου το ενδιαφέρον της παρούσας εργασίας και συνεπώς ο απώτερος σκοπός της είναι η ανάδειξη, μέσω κατάλληλων και κατανοητών διαγραμμάτων, των δράσεων-δραστηριοτήτων της Μ.Κ.Ε με τις οποίες συμβάλλει στην ανάπτυξη της επιχειρηματικότητας των νέων φοιτητών και όχι μόνο.

Έτσι και στην συγκεκριμένη παράγραφο παρατίθενται μια σειρά από διαγραμματικές απεικονίσεις των δικτύων που προκύπτουν από τη συνεργασία της Μ.Κ.Ε με δάφορους πιστοποιημένους φορείς απασχόλησης.Να σημειωθεί ότι τα διαγράμματα που ακολουθούν, σε αντίθεση με εκείνα που έχουν προηγηθεί σε άλλο κομμάτι της εργασίας (Κεφάλαιο 5.4), έχουν προκύψει με βάση στοιχεία και δεδομένα που εξήχθησαν απο κατάλληλα καταρτισμένο ερωτηματολόγιο το οποίο και παρατίθεται στο τέλος της εργασίας (Παράρτημα).

Πιο αναλυτικά αφού συντάχθηκε κατάλληλο ερωτηματολόγιο, αυτό εστάλλει στις ηλεκτρονικές διευθύνσεις διάφορων συνεργαζόμενων με τη Μ.Κ.Ε φορέων οι απαντήσεις των οποίων αποτέλεσαν και την πηγή δεδομένων για την διαμόρφωση και απεικόνιση των τελικών διαγραμμάτων.

Στα διαγράμματα που παρήχθησαν με την βοήθεια του ερωτηματολογίου έχουν παρατηρηθεί κάποιες διαφορές ως προς τα σύμβολα και στο τι αυτά αντιπροσωπεύουν. Έτσι λοιπόν και για την καλύτερη κατανόηση τους από πλευράς αναγνωστών ακολουθεί μια σύντομη περιγραφή των νέων συμβόλων.

● : Με το σύμβολο αυτό απεικονίζονται οι δράσεις – δραστηριότητες καθώς και οι διάφοροι τρόποι επικοινωνίας της Μ.Κ.Ε με φορείς επιχειρηματικότητας.

Το μέγεθος του συμβόλου χαρακτηρίζεται από αναλογική σχέση με τον βαθμό που αποδίδει ο εκάστοτε φορέας στην κοινή δράση ή τρόπο επικοινωνίας με τη Μ.Κ.Ε.

■ : Με το σύμβολο αυτό απεικονίζονται οι φορείς επιχειρηματικότητας με τους οποίους συνεργάζεται η Μ.Κ.Ε .

Το μέγεθος του συμβόλου χαρακτηρίζεται από αναλογική σχέση με τη συμμετοχή του εκάστοτε φορέα σε κάποια κοινή δράση ή τρόπο επικοινωνίας με τη Μ.Κ.Ε μέσω βαθμολόγησης τους.

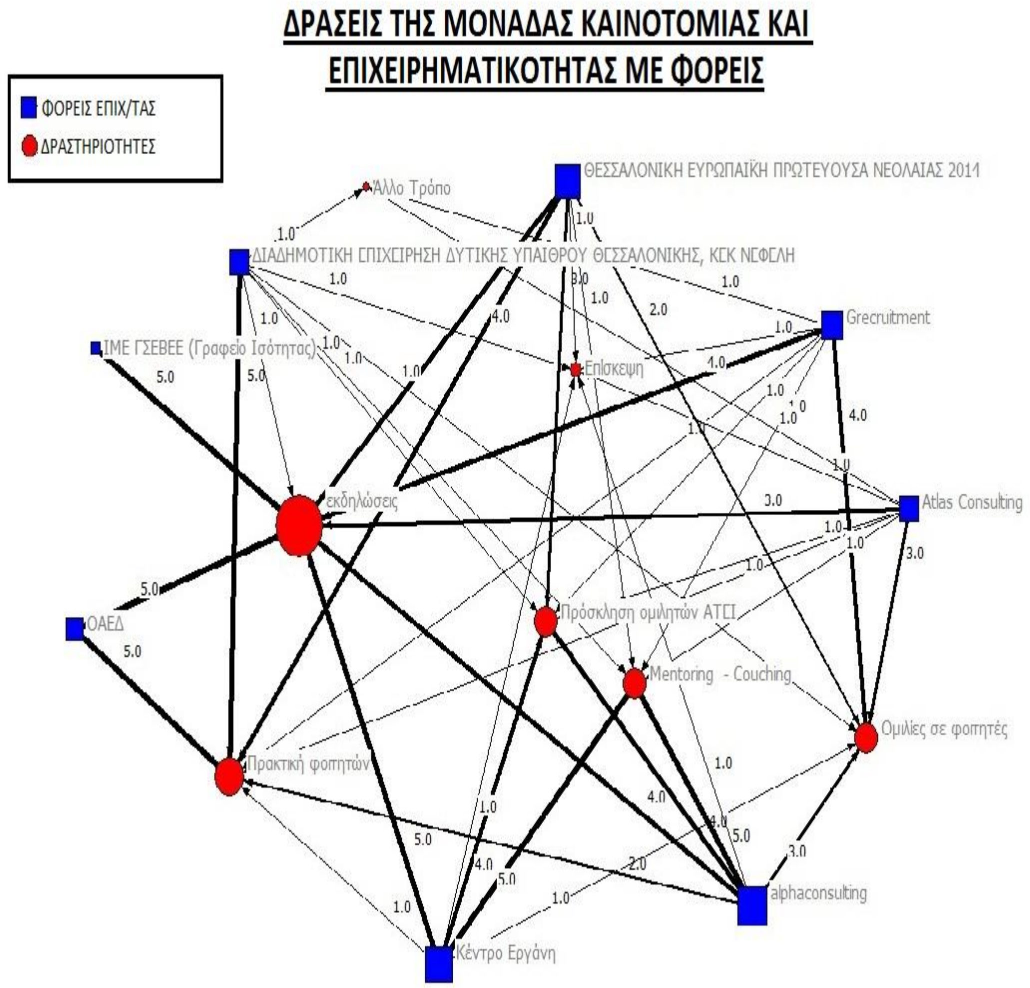
→ : Με το σύμβολο αυτό απεικονίζεται η ύπαρξη συνεργασίας μεταξύ φορέων επιχειρηματικότητας και της Μ.Κ.Ε είτε μέσω κάποιας κοινής δράσης είτε μέσω ενός συγκεκριμένου τρόπου επικοινωνίας.

Το μέγεθος του συμβόλου χαρακτηρίζεται από αναλογική σχέση με τον βαθμό που αποδίδεται από τον εκάστοτε φορέα στην κοινή δράση ή τρόπο επικοινωνίας με τη Μ.Κ.Ε .

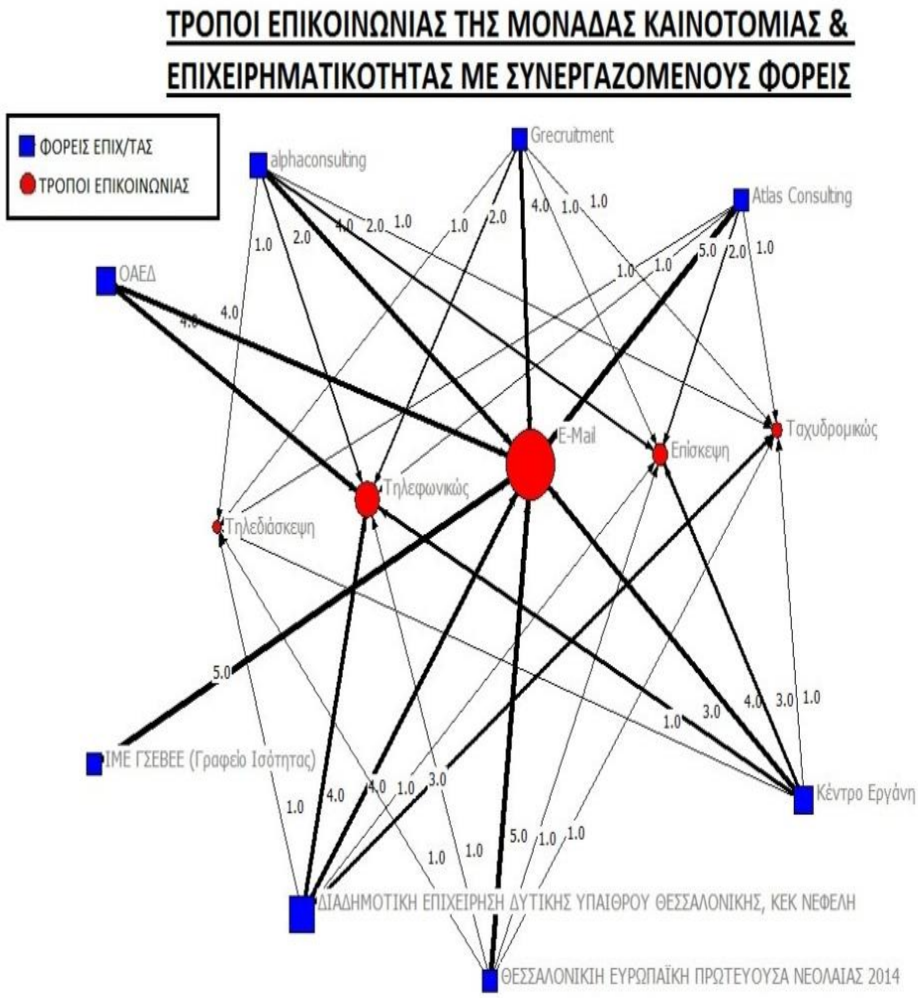
Α. Διαγράμματα Επικοινωνίας και Συνεργασίας Μ.Κ.Ε με Φορείς

Στο διάγραμμα που ακολουθεί εμφανίζονται όλες οι δυνατές περιπτώσεις επαφής, με τις οποίες υλοποιείται η όποια διάδραση μεταξύ φορέων επιχειρηματικότητας και Μ.Κ.Ε .

Ουσιαστικά αποτελεί ένα δίκτυο δύο διαστάσεων (2-mode network) όπου από τη μία έχουμε τους συνεργαζόμενους με τη Μ.Κ.Ε φορείς και απο την άλλη τις δράσεις στις οποίες συμμετέχουν.



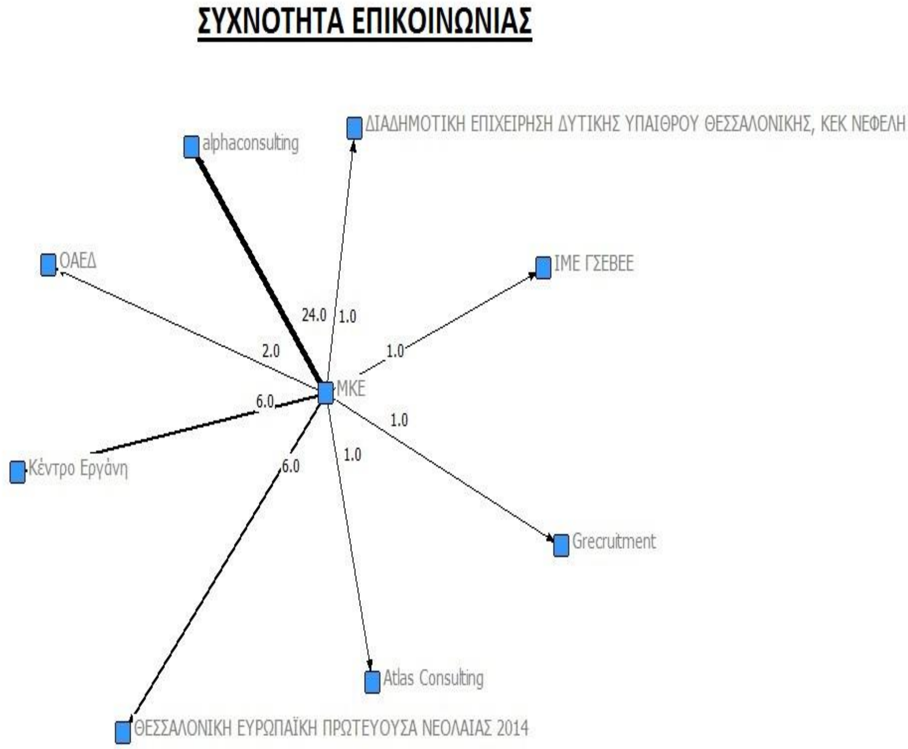
Παρόμοια με το προηγόμενο, έτσι και το επόμενο διάγραμμα αποτελεί ένα δίκτυο δύο διαστάσεων (2-mode network). Πιο συγκεκριμένα από τη μια μεριά έχουμε και πάλι τους φορείς επιχειρηματικότητας ενώ από την άλλη, στην προκειμένη περίπτωση, τους τρόπους επικοινωνίας μέσω των οποίων ο εκάστοτε φορέας επιλέγει να έρθει σε επαφή με τη Μ.Κ.Ε για την διοργάνωση τυχόν κοινών δράσεων.



Εν συνεχεία ακολουθεί ένα διάγραμμα που εστιάζει στην συχνότητα της επικοινωνίας μεταξύ της Μ.Κ.Ε και των διαφόρων, συνεργαζόμενων με αυτή, πιστοποιημένων φορέων απασχόλησης.

Σε αυτό το σημείο, και για την καλύτερη κατανόηση του συγκεκριμένου διαγράμματος από τους αναγνώστες, θα πρέπει να επισημάνουμε ότι ο υπολογισμός των τιμών που εμφανίζονται στο διάγραμμα και αφορούν τη συχνότητα επικοινωνίας έγινε με χρονικό ορίο το «εξάμηνο».

Δηλαδή ουσιαστικά και ανάλογα με την απάντηση του εκάστοτε φορέα στο ερωτηματολόγιο υπολογίσαμε πόσες φορές το εξάμηνο επικοινωνεί ο αντίστοιχος φορέας με τη Μ.Κ.Ε .



A.1 Ποιοτικά Διαγράμματα

Τα διαγράμματα που ακολουθούν αφορούν το ποιοτικό κομμάτι του ελέγχου στη σχέση επικοινωνίας και κατά επέκταση στη συνεργασία της Μ.Κ.Ε με τους αντίστοιχους φορείς επιχειρηματικότητας.

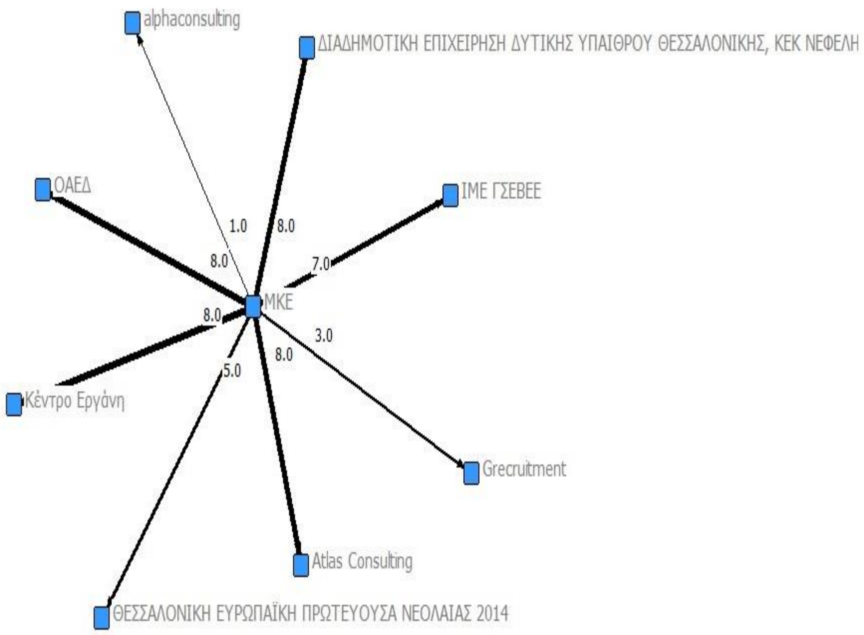
Πιο συγκεκριμένα στο πρώτο διάγραμμα απεικονίζεται η ποιότητα συνεργασίας μεταξύ φορέων απασχόλησης και Μ.Κ.Ε έτσι όπως αυτή αξιολογήθηκε και βαθμολογήθηκε από τους ίδιους τους φορείς σε αντίθεση με το ποιοτικό διάγραμμα προηγούμενης παραγράφου όπου η αξιολόγηση προερχόταν από την πλευρά της Μ.Κ.Ε .

Δεν θα πρέπει να παραλείψουμε να αναφέρουμε ότι για τη αξιολόγηση της επικοινωνίας απόπλευράς των φορέων χρησιμοποιήσαμε μια κλίμακα τιμών από το 0 έως το 10 (0 για προβληματική επικοινωνία και 10 για άριστη επικοινωνία)

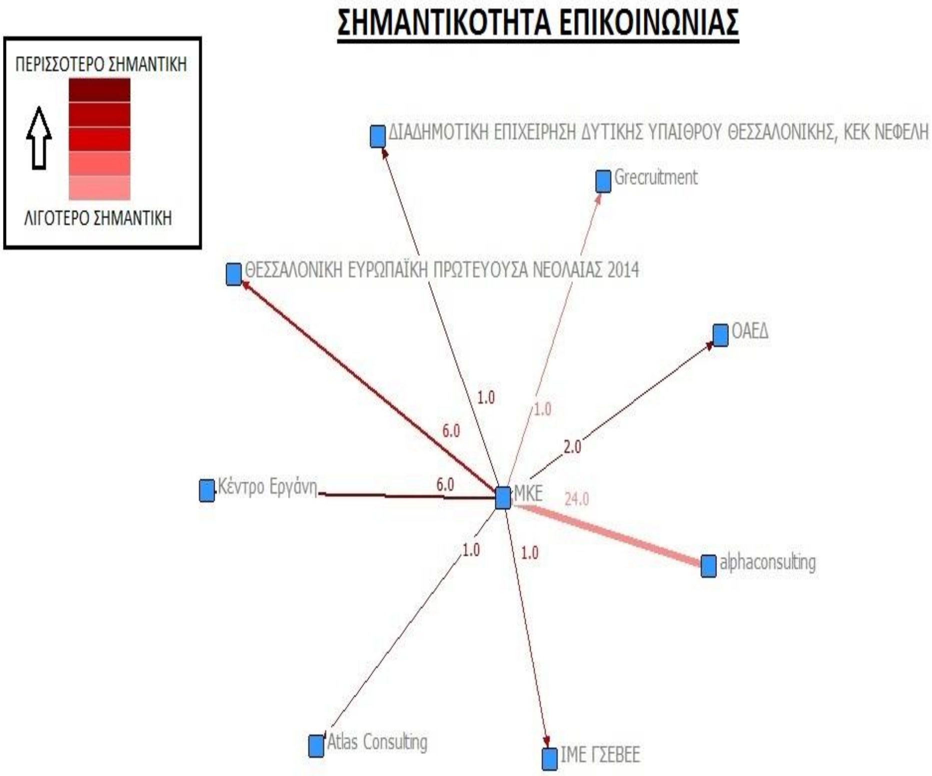
Στο δεύτερο διάγραμμα γίνεται μια προσπάθεια οπτικής αναπαράστασης, με τη βοήθεια μιας χρωματικής κλίμακας, της σημαντικότητας της σχέσης συνεργασίας που συνάπτει ο εκάστοτε φορέας με τη Μ.Κ.Ε . Όπως γίνεται φανερό και από το ίδιο το διάγραμμα όσο πιο απαλό το κόκκινο χρώμα τόσο λιγότερο σημαντική είναι η σχέση συνεργασίας ενώ όσο το κόκκινο χρώμα γίνεται πιο ζωηρό τόσο αυξάνει ο βαθμός σημαντικότητας της αντίστοιχης σχέσης συνεργασίας.

Α.1.1 Διάγραμμα Ποιότητας Επικοινωνίας

ΒΑΘΜΟΣ ΠΟΙΟΤΗΤΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΑΣ ΦΟΡΕΩΝ ΜΕ ΜΟΝΑΔΑ ΚΑΙΝΟΤΟΜΙΑΣ & ΕΠΙΧΕΙΡΗΜΑΤΙΚΟΤΗΤΑΣ (ΑΞΙΟΛΟΓΗΣΕΙΣ ΦΟΡΕΩΝ)



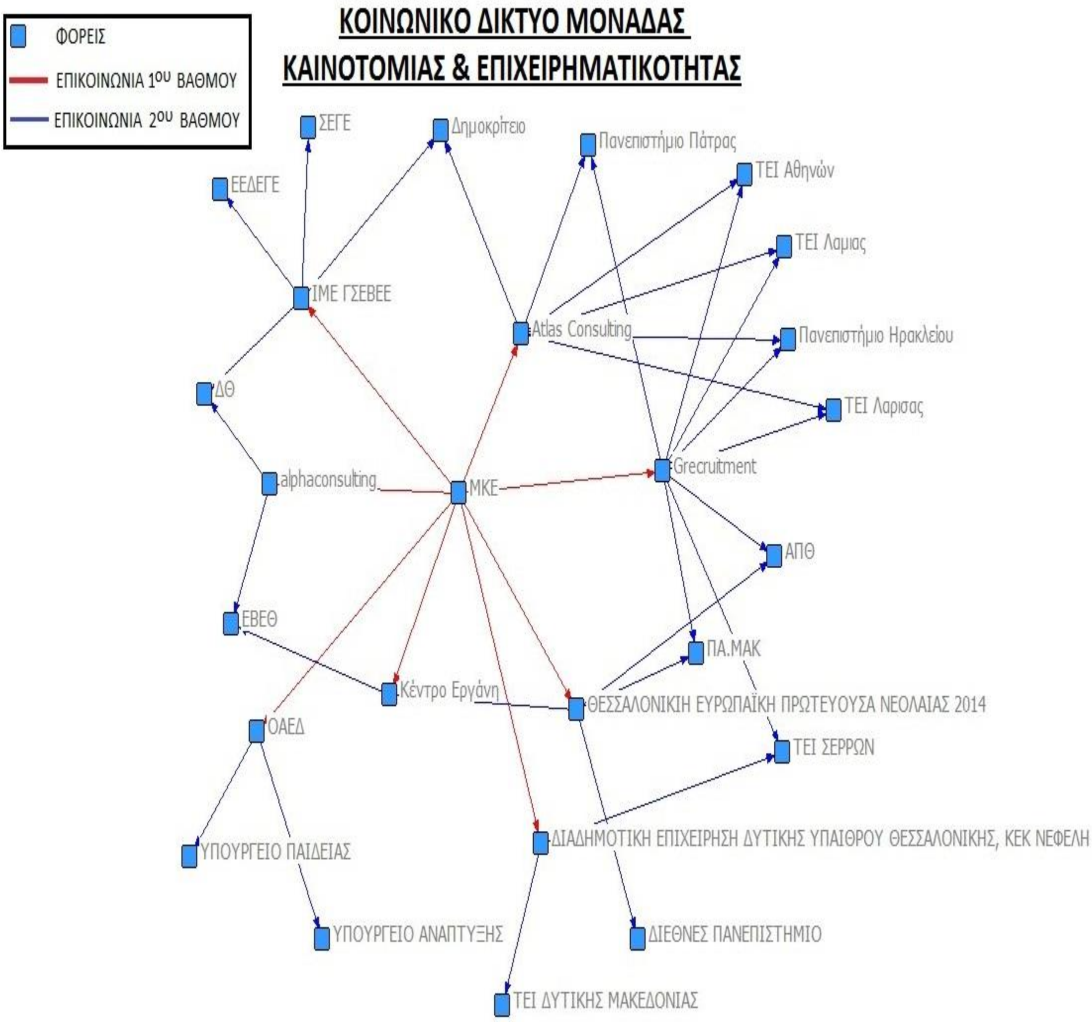
A.1.2 Διάγραμμα Σημαντικότητας Επικοινωνίας



B. Διάγραμμα Επικοινωνίας 2ου βαθμού Μ.Κ.Ε με φορείς (*Egocentric Network-With Alter Connections*)

Κατά αντιστοιχία με το διάγραμμα προηγούμενου κεφαλαίου που αναπριστά ουσιαστικά ένα κοινωνικό δίκτυο κομμάτι του οποίου αποτελεί και η ίδια η Μ.Κ.Ε, με τον ίδιο ακριβώς τρόπο προέκυψε και το διάγραμμα που ακολουθεί παρακάτω.

Πιο αναλυτικά και σε αυτό το διάγραμμα επιχειρείται μια προσπάθεια αναπαράστασης της επικοινωνίας της Μ.Κ.Ε όχι μόνο σε πρώτο επίπεδο (άμεση επικοινωνία) αλλά σε και σε δεύτερο επίπεδο, δηλαδή την επικοινωνία των άμεσα συνδεδεμένων κόμβων (φορέων) με τη Μ.Κ.Ε με τους δικούς τους αντίστοιχους άμεσα συνδεδεμένους κόμβους (έμμεση επικοινωνία).



Δεν θα πρέπει βέβαια να παραλείψουμε να αναφέρουμε το γεγονός ότι για την εξαγωγή των έμμεσα συνεργαζόμενων φορέων του παραπάνω διαγράμματος τα στοιχεία προήλθαν από τις απαντήσεις στο ερωτηματολόγιο των άμεσα συνεργαζόμενων φορέων με τη Μ.Κ.Ε .

6. Σύνοψη και Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία πραγματοποιήθηκε μια ολοκληρωμένη ανάλυση με γνώμονα τη *Μονάδα Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας* (Μ.Κ.Ε) και προσανατολισμό τη βελτίωση των δράσεων και της επικοινωνίας αυτής με τους συνεργαζόμενους φορείς επιχειρηματικότητας.

Δημιουργήθηκε ένα χρήσιμο και εύχρηστο εργαλείο, μέσω της χρήσης σύγχρονων επιστημονικών προγραμμάτων χαρτογράφησης δικτύων, που μπορεί να αποτελέσει πηγή ανατροφοδότησης για τη Μ.Κ.Ε και κατά επέκταση εφαλτήριο για τη βελτίωσή της. Πιο συγκεκριμένα, η βελτίωση δύναται να αφορά τους εξής δύο σημαντικούς πυλώνες:

- **Φοιτητές**

Μέσω της οπτικοποίησης των δεδομένων της συμμετοχής των φοιτητών στις πραγματοποιηθείσες δραστηριότητες της Μ.Κ.Ε και της παρουσίασης αυτών με τη μορφή διαγραμμάτων δικτύωσης επιτυγχάνονται σημαντικά οφέλη για τη φοιτητική κοινότητα.

Συγκεκριμένα, με τη βοήθεια των εν λόγω διαγραμμάτων εξάγονται χρήσιμα συμπεράσματα σχετικά με τις δραστηριότητες που συνάντησαν τη μεγαλύτερη ή από την άλλη πλευρά τη μικρότερη απόκριση, από πλευράς των φοιτητών. Κατά συνέπεια, η Μ.Κ.Ε εκμεταλλευόμενη τα στοιχεία αυτά καλείται να ενισχύσει τις ανάλογες δραστηριότητες, βελτιστοποιώντας τη συμμετοχή των φοιτητών και ως αποτέλεσμα μεγιστοποιώντας το όφελος αυτών με την ένταξή τους στην επιχειρηματικότητα.

Δε θα πρέπει να παραλείψουμε ότι τα προαναφερόμενα οφέλη δεν αφορούν μόνο τους ήδη επωφελούμενους, από τις δράσεις της Μ.Κ.Ε, φοιτητές, αλλά, συνάμα θα έχουν θετικό αντίκτυπο και σε μελλοντική βάση.

- **Μονάδα Καινοτομίας και Επιχειρηματικότητας (Μ.Κ.Ε)**

Όπως γίνεται φανερό σε όλη την πορεία της εργασίας, τα δεδομένα μέσω των οποίων δημιουργήθηκαν τα διαγράμματα δικτύωσης είτε προήλθαν από στοιχεία που μας δόθηκαν από τη Μ.Κ.Ε είτε αφορούν στοιχεία άμεσα συνδεδεμένα με αυτή. Ως εκ τούτου, τα οφέλη που προκύπτουν για την εν λόγω δομή της Δ.Α.ΣΤΑ είναι πολλά αλλά και σημαντικά.

Θα μπορούσαμε να ομαδοποιήσουμε τα οφέλη αυτά σε οφέλη αναφορικά με τη βελτίωση της συνεργασίας της Μ.Κ.Ε με εξωτερικούς φορείς και οφέλη αναφορικά με τη βελτίωση της επικοινωνίας με αυτούς.

Πιο αναλυτικά, μέσω διαγραμμάτων διαφαίνεται η ύπαρξη συνεργασίας της Μ.Κ.Ε με διάφορους πιστοποιημένους φορείς επιχειρηματικότητας. Η συγκέντρωση των στοιχείων σχετικά με τις συνεργασίες της Μ.Κ.Ε μέσω κοινών δράσεων αλλά και η ποιότητα αυτών πραγματοποιήθηκε αμφίδρομα, τόσο με την παροχή δεδομένων από τη Μ.Κ.Ε όσο και με τη βοήθεια κατάλληλου ερωτηματολογίου που απεστάλλει σε συνεργαζόμενους με τη Μ.Κ.Ε φορείς. Η αμφίδρομη αυτή συλλογή στοιχείων ενισχύει την αξιοπιστία των αποτελεσμάτων καθώς ταυτοποιεί και επαληθεύει την ποιότητα της συνεργασίας εκατέρωθεν και ως εκ τούτου θέτει τα θεμέλια για πιο ασφαλή και ρεαλιστικά συμπεράσματα.

Η Μ.Κ.Ε με τα διαγράμματα δικτύωσης που παρατίθενται και αναλύονται λεπτομερέστερα στο κύριο μέρος της εργασίας (Κεφάλαιο 5) ανατροφοδοτείται με στοιχεία σχετικά με το επίπεδο επιτυχίας κάθε συνεργασίας της με άλλους φορείς. Συνεπώς, είναι σε θέση μελλοντικά μέσω της αξιοποίησης των στοιχείων αυτών, να προσπαθήσει προς την κατεύθυνση διατήρησης των αγαστών συνεργασιών αλλά και να βελτιώσει τις συνεργασίες της, που είτε από την πλευράς της είτε από την πλευρά του αντίστοιχου φορέα κρίνονται ως λιγότερο ποιοτικές.

Σε επόμενο επίπεδο, τα οφέλη της εργασίας για τη Μ.Κ.Ε μπορούν να προσανατολιστούν και σε σχέση με τη βελτίωση των τρόπων επικοινωνίας με τους συνεργαζόμενους φορείς. Ένα χρήσιμο συμπέρασμα που προκύπτει από τις δοθείσες στο ερωτηματολόγιο απαντήσεις είναι η ανάπτυξη των σύγχρονων μεθόδων επικοινωνίας σε σύγκριση με παλαιότερες μεθόδους.

Η Μ.Κ.Ε μπορεί να εκμεταλλευτεί τα στοιχεία που προκύπτουν σχετικά με τους τρόπους επικοινωνίας της και την ποιότητα αυτών όπως αυτή κρίνεται από τους εξωτερικούς φορείς. Πιο συγκεκριμένα, η Μ.Κ.Ε είναι σε θέση να βελτιστοποιήσει την επικοινωνία της επιλέγοντας τον καταλληλότερο συνδυασμό τρόπων κάτι που θα την ενισχύσει και θα την επωφελήσει σημαντικά στην διεκπεραίωση των δράσεων της, ιδιαίτερα στο σύγχρονο κόσμο που η επικοινωνία μπορεί να αποτελέσει ανταγωνιστικό πλεονέκτημα.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Ελληνική

[1]. Παπαηλιού Νίκη (2011) Κοινωνικά δίκτυα & Ανάλυση κοινωνικών δικτύων.

[2]. Μπουντουρίδης Μωυσής (2004), Μια Εισαγωγή στην Ανάλυση των κοινωνικών δικτύων, version 1.0.

[3]. Σταυλιώτης Γεράσιμος (2009), Εξόρυξη δεδομένων (Data mining) και αναγνώριση προτύπων σε κατηγορικά δεδομένα μέσω συσταδοποίησης, πρακτικά 22ου συνέδριου στατιστικής, Ελληνικό στατιστικό ινστιτούτο, σελ 201-210.

Ξένη

[1]. Linton C. Freeman, Barry Wellman (1995), A note on the Ancestral Toronto home of Social Network Analysis, pp 15-19.

[2]. Martin Everett, Stephen P. Borgatti (2005), Ego network betweeness, volume 27 pp31-38.

[3]. Martin Everett and Stephen P. Borgatti (2003), Extending Centrality.

[4]. Stephen P. Borgatti and Rob Cross (2003), A Relational View of Information Seeking and Learning in Social Networks.

[5]. Otte Evelien and Rousseau Ronald (2002) Social Network Analysis. A powerful strategy, also for the information sciences. Journal of information science, 28(6) 2002, pp.441-453

[6]. Passmore David L. (2005) Social Network Analysis, Theory and Applications.

[7]. Rob Cross, Andrew Parker and Stephen P. Borgatti (2002), A bird's-eye view: Using social network analysis to improve knowledge creation and sharing.

[8]. Scott John (1991) Social Network Analysis : A handbook

[9]. Stephen P. Borgatti and Martin G. Everett (1997), Social Networks, Volume 19, pp 243-269.

[10]. Stephen P. Borgatti (2005), Centrality and network flow, volume 27, pp 55-71.

[11]. Stephen P. Borgatti and Xun Li (2009), On social network analysis in a supply chain context.

[12]. Watts, J. Duncan and Kossinets Gueorgi (2006) Empirical Analysis of an Evolving Social Network., vol 311, www.sciencemag.org

[13]. Wasserman S. and Faust K. (1994) Social Network Analysis: Methods and Applications. Cambridge University Press

Ηλεκτρονικές Πηγές

[1]. http://www.fmsasg.com/SocialNetworkAnalysis/
[2]. https://sites.google.com/site/ucinetsoftware/home
[3]. http://www.faculty.ucr.edu/~hanneman/nettext/
[4]. http://issel.ee.auth.gr/doku.php/research/dbkd
[5]. http://www.slideshare.net/fstutzman/social-network-analysis-3748815
posted by: Fred Stutzman, in April 2010
[6]. http://www.slideshare.net/gcheliotis/social-network-analysis-3273045
posted by: Giorgos Cheliotis, in September 2010
[7]. http://www.mke.teithe.gr/
[8]. http://www.analytictech.com/networks/whatis.htm
[9]. http://www.analytictech.com/networks/history.htm
[10]. http://dspace.lib.ntua.gr/bitstream/123456789/6493/3/panagiotakst-datamining.pdf
[11]. http://nemertes.lis.upatras.gr/jspui/bitstream/10889/4670/9/Nimertis-Christakopoulou(ele).pdf
[12]. http://en.wikipedia.org/wiki/social-network
[13]. http://www.trainmor-knowmore.eu/A524859E.el.aspx
[14]. http://semanticstudios.com/publications/semantics/000006.php

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ

Ερωτηματολόγιο για Ανάλυση Κοινωνικών Δικτύων

1. Όνομα Φορέα: …………………………………………………..

2. Ονοματεπώνυμο: ……………………………………………….

3. Θέση εργασίας: ………………………………………………….

4. Πόσο τακτική είναι η συνεργασία σας με την ΜΚΕ (επιλέξτε με Χ στην σωστή απάντηση)
   Μια φορά την εβδομάδα …….
   Μια φορά τον μήνα …….
   Μια φορά το εξάμηνο …….
   Μια φορά τον χρόνο …….
   Άλλο ……. Δικαιολογήστε ……………………….

5. Σε μια σκάλα από 1-10 πόσο σημαντική θεωρείται ότι η συνεργασία σας με το ΜΚΕ του ΑΤΕΙ Θεσσαλονίκης είναι; ……..

6. Με ποιους τρόπους επικοινωνείτε συνήθως, βαθμολογήστε από 0-10 (0 ποτέ …. 10 πάντα);
   Τηλεφωνικώς ………
   Με ηλεκτρονικό ταχυδρομείο ………
   Τηλεδιάσκεψη (Skype, MSN) ………
   Με ταχυδρομική Επιστολή ………
   Επίσκεψη
   ………

7. Με ποια θέματα έρχεστε σε επαφή με το ΜΚΕ;
   Πρακτική φοιτητών …….
   Συμμετοχή σε εκδηλώσεις …….
   Ομιλίες σε φοιτητές …….
   Πρόσκληση ομιλητών ΑΤΕΙ για δικές σας εκδηλώσεις …….
   Mentoring – Couching …….
   Επίσκεψη στον χώρο σας …….
   άλλο θέμα, προσδιορίστε ……………………………………….

8. Με ποιους άλλους φορείς συνεργάζεστε σχετικά με θέματα επιχειρηματικότητας;